

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ
ΦΛΩΡΟΥ ΓΙΑΝΝΟΥΛΑ
ΤΜΗΜΑ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ

1. Να προσδιορισθούν τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση κόστους $C(x)=6x^2-5x+9$ είναι αύξουσα ή φθίνουσα. Σε ποιο διάστημα η συνάρτηση είναι κυρτή και σε ποιο κοίλη;

2. Στον παρακάτω πίνακα έχουμε τις τιμές και τις ποσότητες ζήτησης αναψυκτικών.

Τιμή p	Ζήτηση D (τεμάχια)
1,8 ευρώ	500
2,0 ευρώ	400
2,2 ευρώ	200

α) Αν ξέρετε ότι η συνάρτηση ζήτησης αναψυκτικών έχει τη μορφή $D(p)=\alpha p^2+\beta p+\gamma$, βρείτε τις τιμές των α, β, γ .

β) Υπολογίστε την οριακή ζήτηση όταν η τιμή είναι 2 ευρώ.

3. Έστω η συνάρτηση κόστους $C(q)=q^3-5q^2+15q+500$. Να βρεθούν

α) η συνάρτηση μέσου κόστους

β) η συνάρτηση οριακού κόστους

γ) ο ρυθμός μεταβολής του μέσου και του οριακού κόστους

δ) η τιμή q στην οποία το οριακό κόστος είναι ίσο με το μέσο κόστος.

4. Το μέσο κόστος μιας επιχείρησης είναι $AC(q)=15/q+5+3q$. Υπολογίστε το οριακό κόστος όταν η παραγωγή $q=3$ μονάδες.

5. Υπολογίστε τα οριακά έσοδα σε σχέση με την ποσότητα q για την συνάρτηση ζήτησης $q=100(6-p)^{1/3}$.

6. Η ζήτηση ενός προϊόντος περιγράφεται από την εξίσωση $3p+q=600$, όπου p είναι η τιμή και q η αντίστοιχη ποσότητα. Όταν η ζήτηση φθάσει στις 50 μονάδες ποσότητας, ο ρυθμός μεταβολής της είναι ίσος με 3.

α) Βρείτε τον ρυθμό μεταβολής των εσόδων όταν η ζήτηση είναι 50 μονάδες.

β) Αν η συνάρτηση κόστους είναι $350+70q$, βρείτε το ρυθμό μεταβολής των κερδών.

7. Η συνάρτηση ζήτησης για ένα παραγωγό είναι $D(p)=800-0,4p$.

α) Να βρεθούν οι συναρτήσεις εσόδων, μέσων εσόδων και οριακών εσόδων.

β) Να βρεθούν οι ρυθμοί μεταβολής (ως προς την τιμή) του οριακού και μέσου εσόδου.

γ) Για ποια τιμή το οριακό έσοδο είναι 0;

8. Αν σε μια επιχείρηση συνάρτηση εσόδων R σε σχέση με τα χρήματα x που δαπανώνται για την προώθηση του προϊόντος δίνεται από τη σχέση $R(x)=2000+70x-0,003x^2$, υπολογίστε και ερμηνεύστε την τιμή του οριακού εσόδου όταν το $x=1200$ ευρώ.

9. Μια βιομηχανία παραγωγής καθισμάτων έχει σταθερό κόστος 4.000 ευρώ κάθε μήνα. Για κάθε κάθισμα που παράγει έχει μεταβλητό κόστος 10 ευρώ.

α) Βρείτε το συνολικό κόστος για την παραγωγή 100 καθισμάτων.

β) Ποιο θα είναι το επιπλέον κόστος αν η παραγωγή αυξηθεί από 100 σε 110 καθίσματα;

γ) πόσα καθίσματα μπορούν να παραχθούν αν διαθέσουμε 7.000 ευρώ για τον επόμενο μήνα;

10. Μια οικιακή βοηθός, διαπιστώνει ότι όταν χρεώνει 5 ευρώ την ώρα, δουλεύει 30 ώρες την εβδομάδα, και όταν χρεώνει 6 ευρώ την ώρα δουλεύει 27 ώρες την εβδομάδα. Αν υποθέσουμε ότι η συνάρτηση ζήτησης ωρών σε σχέση με την τιμή είναι γραμμική, βρείτε τη συνάρτηση οριακών εσόδων της οικιακής βοηθού. Πότε τα οριακά έσοδα μηδενίζονται;
11. Ένας διαφημιστής υπολογίζει ότι θα κάνει $\delta = 0.04t^2 + 3t + 6$ διαφημίσεις σε t εβδομάδες από σήμερα, και το κέρδος του, δίνεται από τη συνάρτηση $P(\delta) = 0.002\delta^2 + 0.2\delta - 0.40$. Υπολογίστε το ρυθμό αύξησης του κέρδους του σε 5 εβδομάδες από σήμερα. (Υποδ.*αλυσωτός κανόνας για τον υπολογισμό του ρυθμού μεταβολής σε σχέση με το χρόνο).
12. Αν οι πωλήσεις μιας επιχείρησης δίνονται από τον τύπο $\Pi(t) = 30.000e^{0.7t}$, να προσδιορισθεί ο ποσοστιαίος ρυθμός μεταβολής των πωλήσεων $\Pi'(t)/\Pi(t)$, για $t=7$.
13. Αν η συνάρτηση ζήτησης δίνεται από τον τύπο $D(p) = 4p^{-3}$, να δείξετε ότι η ελαστικότητα ζήτησης είναι σταθερή.
14. Πολλοί εργάτες πηγαίνουν στην εργασία τους με αστικό λεωφορείο. Το πλήθος q των εργατών που θα χρησιμοποιήσουν αστικό σε σχέση με την τιμή εισιτηρίου, δίνεται από την σχέση $q = 400(4 - \sqrt{p})$. Αν η εταιρεία αστικών θέλει να αυξήσει τα έσοδά της, θα πρέπει να αυξήσει ή να μειώσει την τιμή του εισιτηρίου; (Υπολογίστε την ελαστικότητα ζήτησης και το οριακό έσοδο σε σχέση με την ελαστικότητα).
15. Μια επιχείρηση έχει συνάρτηση ζήτησης $q = 600/(p+40)^{-7}$ και η τιμή είναι 20. Αν η τιμή μειωθεί τα έσοδά της θα αυξηθούν ή θα μειωθούν;
16. Η συνάρτηση ζήτησης για ένα αγαθό είναι $Q_d = 50 - 3P$ και η συνάρτηση προσφοράς είναι $Q_s = -20 + 2P$. Να βρεθεί η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας και να γίνει διάγραμμα, όπου να φαίνεται η συνάρτηση ζήτησης και προσφοράς. Να υπολογισθούν οι ελαστικότητες ζήτησης και προσφοράς στην τιμή ισορροπίας. Αν επιβληθεί φόρος 2 μονάδες ανά προσφερόμενη μονάδα ποσότητας, πως θα μεταβληθεί η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας; Να σχεδιαστεί η νέα συνάρτηση προσφοράς στο διάγραμμα. Ποιος επιβαρύνεται με την πληρωμή φόρου, ο καταναλωτής ή ο παραγωγός;
17. Η συνάρτηση ζήτησης για ένα αγαθό είναι $Q_d = 70 - 3P$ και η συνάρτηση προσφοράς είναι $Q_s = 30 + 2P$. Να βρεθεί η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας. Ποιο είναι το πλεόνασμα του καταναλωτή και ποιο του παραγωγού; Αν δοθεί επιδότηση από το κράτος 2 μονάδες ανά προσφερόμενη μονάδα ποσότητας, πως θα μεταβληθεί η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας;
18. Αν οι υποθέσουμε ότι οι συναρτήσεις ζήτησης και προσφοράς για δύο αλληλοεξαρτώμενα προϊόντα K και L , δίνονται από τις παρακάτω σχέσεις, να βρεθούν οι τιμές και οι ποσότητες ισορροπίας. Ποια είναι η ελαστικότητα ζήτησης ως προς την τιμή του A και ποια του B , στην κατάσταση ισορροπίας;
- $$Q_{dA} = 70 - 3P_A + P_B \quad Q_{dB} = 46 + 2P_A - 4P_B \quad Q_{sA} = 20 + 2P_A \quad Q_{sB} = 10 + 2P_B$$
19. Έστω οι παρακάτω εξισώσεις που περιγράφουν τα μακροοικονομικά στοιχεία της οικονομίας ενός κράτους:
- Αποταμίευση $S = -300 + 0,3Y$ Επενδύσεις $I = 500 - 3000r$
Δημόσιες δαπάνες $G = 300$ Φόροι $T = 200$
- και η συνθήκη ισορροπίας περιγράφεται από την εξίσωση $I + G = S + T$. Να βρεθεί η σχέση εισοδήματος Y και επιτοκίου r στην κατάσταση ισορροπίας. Ποια είναι τότε η ελαστικότητα του εισοδήματος ως προς το επιτόκιο;