

Μαθηματικά στα οικονομικά φαινόμενα

- Βελτιστοποίηση κερδών
- Μέτρηση χρησιμότητας
- Οριακά μεγέθη
- Ελαστικότητα
- Πολλαπλασιαστής
- Απόδοση Κεφαλαίων
- Παρούσα αξία
- Αποσβέσεις

Μαθηματικά

Θεωρητικά Μαθηματικά

Εφαρμοσμένα
Μαθηματικά

Συναρτήσεις
Μαθηματικά
υποδείγματα

Οικονομικά Μαθηματικά
(Οικονομικών πράξεων)

Τραπεζικά
Μαθηματικά

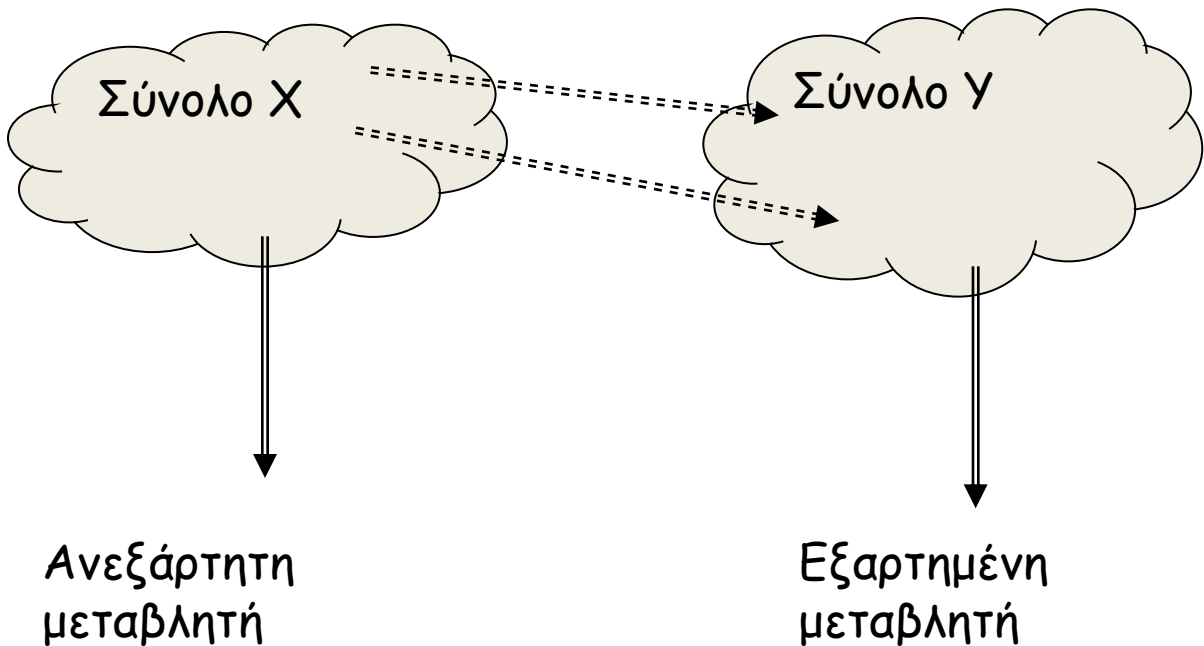
Χρήμα και
Τόκος

Ασφαλιστικά
Μαθηματικά

Τόκος και
Πιθανότητα

Συναρτήσεις

- Σχέση μεταξύ δύο συνόλων, ώστε κάθε στοιχείο του πρώτου, να αντιστοιχεί σε ένα μόνο στοιχείο του, δευτέρου συνόλου. Εκφράζεται με κάποιον «κανόνα», συνήθως με μαθηματικό «τύπο».



Εφαρμογή με δημιουργία απλής
συνάρτησης βήμα βήμα
[https://phet.colorado.edu/sims/
html/function-
builder/latest/function-
builder_el.html](https://phet.colorado.edu/sims/html/function-builder/latest/function-builder_el.html)



Διαδικασία μετασχηματισμού μέσω μιας «γραμμικής συνάρτησης»

phet.colorado.edu/sims/html/function-builder/latest/function-builder_el.html

The simulation interface shows a central transformation pipeline. On the left, a vertical stack of input boxes contains the values 0, 1, 2, and 3. On the right, a vertical stack of output boxes contains the values 3, 7, and 9. The central pipeline consists of a blue cylinder with two colored segments: an orange segment labeled $\times 2$ and a red segment labeled $+ 3$. Above the cylinder is a table with two columns: 'Εισαγωγή' (Input) and 'Εξαγωγή' (Output). The table contains the following data:

Εισαγωγή	Εξαγωγή
0	3
2	7
3	9

Below the cylinder, a text box displays the equation $\text{Εξαγωγή} = 2 \cdot \text{Εισαγωγή} + 3$ and a checkbox labeled 'Απλοποίηση' (Simplify).

phet.colorado.edu/sims/html/function-builder/latest/function-builder_el.html

The simulation interface shows a central transformation pipeline. On the left, a vertical stack of input boxes contains the values 4, 5, 6, and a variable χ . On the right, a vertical stack of output boxes contains the value 8. The central pipeline consists of a blue cylinder with three colored segments: a pink segment labeled $\times 3$, a light blue segment labeled $\div 2$, and an orange segment labeled $+ 2$. Above the cylinder is a table with two columns: χ and ψ . The table contains the following data:

χ	ψ
1	$\frac{7}{2}$
2	5
4	8

To the right of the table is a graph with a horizontal axis labeled χ and a vertical axis labeled ψ . The graph shows three points plotted at $(1, 3.5)$, $(2, 5)$, and $(4, 8)$. Below the cylinder, a text box displays the equation $\psi = \frac{3\chi}{2} + 2$ and a checkbox labeled 'Απλοποίηση' (Simplify).

Αναμνήσεις.... από σχολείο

- ‘Πραγματική’ συνάρτηση
- Πεδίο ορισμού
- Πεδίο τιμών
- Σταθερή συνάρτηση
- Συνάρτηση 1-1
- Αντίστροφη συνάρτηση
- Σύνθετη συνάρτηση
- Γραφική παράσταση
- Αύξουσα ή φθίνουσα συνάρτηση
- Συνεχής συνάρτηση

Μαθηματικό υπόδειγμα (μοντέλο)



- **Οικονομικά φαινόμενα**

Πολύπλοκα και εξαρτώμενα από πολλούς απρόβλεπτους παράγοντες



- **Απλούστευση**

Σημαντικότερες σχέσεις και παράγοντες.

- **Υποθέσεις οικονομικής θεωρίας**

Τρόποι επηρεασμού παραγόντων.



- **Μεταβλητές οικονομικών μεγεθών**

Μεγέθη οι τιμές των οποίων μπορούν να μεταβάλλονται.



- **Σταθερές**

Μεγέθη οι τιμές των οποίων δεν μεταβάλλονται για την περίοδο που μελετάμε.



- **Δημιουργία μαθηματικού μοντέλου**

Διατύπωση των υποθέσεων με μεταβλητές και εξισώσεις μεταξύ των σταθερών παραγόντων και των μεταβλητών.



Δημιουργία συνάρτησης (μοντέλο) ζήτησης

Οικονομικό πρόβλημα

Έστω ότι θέλουμε να καλλιεργήσουμε πατάτες και θέλουμε να εκτιμήσουμε τη ζήτηση πατάτας στην περιοχή μας, ώστε να υπολογίσουμε τις πιθανές πωλήσεις μας.

Παράγοντες που επηρεάζουν τη ζήτηση πατάτας;

Πρέπει να σκεφτούμε και να καταγράψουμε τι επηρεάζει τη ζήτηση και αν μπορούμε να το προβλέψουμε, αν μπορούμε να το αλλάξουμε ή όχι

Δημιουργία συνάρτησης ζήτησης

Οικονομικό πρόβλημα

Έστω ότι θέλουμε να καλλιεργήσουμε πατάτες
και θέλουμε να εκτιμήσουμε τη ζήτηση πατάτας
στην περιοχή μας, ώστε να υπολογίσουμε τις
πιθανές πωλήσεις μας.

Παράγοντες που επηρεάζουν τη ζήτηση πατάτας;

<u>Παράγοντας</u>	<u>Μεταβάλλεται (ναι /όχι)</u>
-------------------	--------------------------------

Ζήτηση	
--------	--

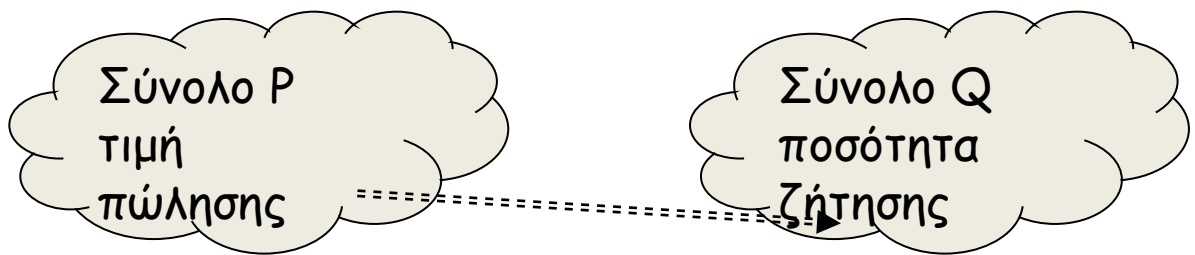
Τιμή	
------	--

Προτιμήσεις	
-------------	--

Ποιότητα	
----------	--

Συνήθειες	
-----------	--

καταγραφή συνάρτησης ζήτησης



- P Λεπτά ανά κιλό
- 50
- 40
- 20
- 80
- 120

Q κιλά πωλούμενα

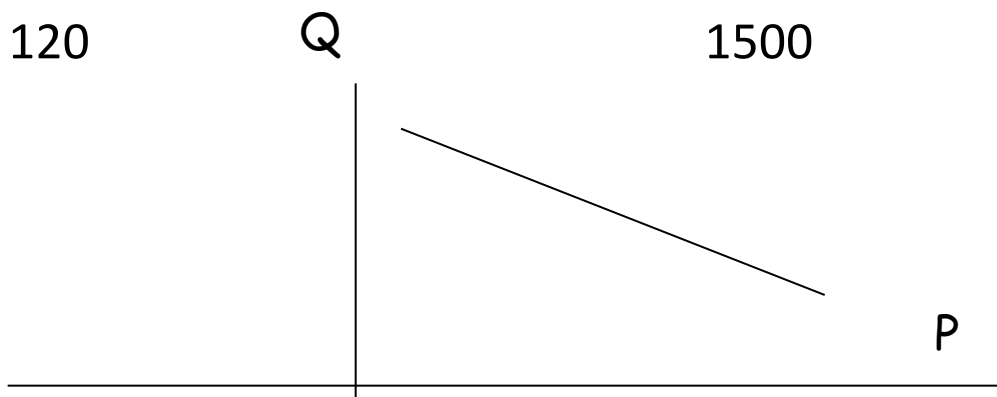
2000

2500

3300

1800

1500



μορφή σχέσης (συνάρτησης)

$$Q(P) = \alpha - \beta * P \quad \alpha, \beta \text{ αριθμοί}$$

Συνάρτηση εσόδων

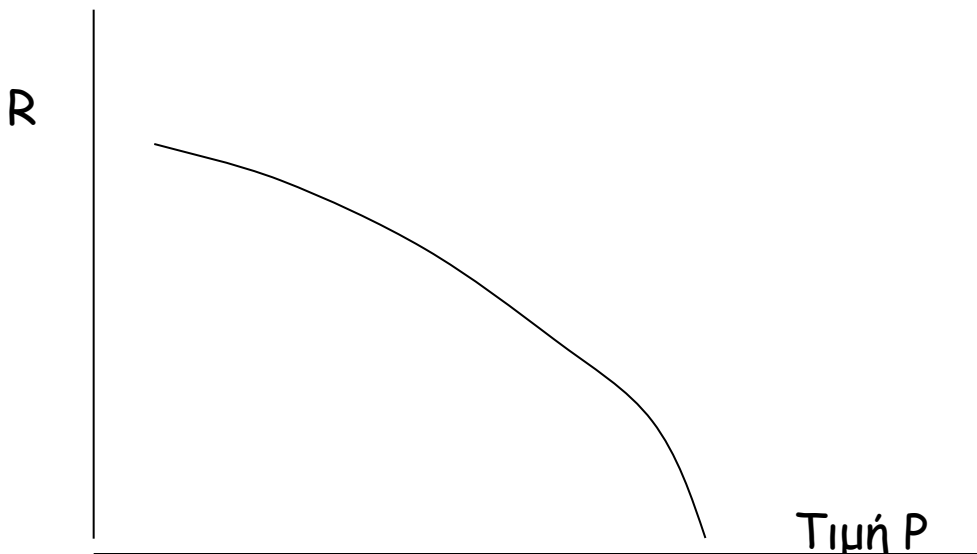
- Αν πουλήσουμε ποσότητα Q με τιμή P τότε τα έσοδά μας R θα είναι

Εσοδα = ποσότητα $\times$ τιμή

- $R = Q * P$

Αντικαθιστούμε το Q

$$R = (a - \beta * P) * P = \alpha P - \beta P^2$$



Συνάρτηση εξόδων κερδών

- Αν τα έξοδα μας για την παραγωγή της ποσότητας Q είναι συνάρτηση της ποσότητας με σχέση

$$C=f+m*Q \text{ όπου } f,m \text{ αριθμοί}$$

τότε τα κέρδη μας θα είναι

- $\text{Κέρδη} = \text{Εσοδα} - \text{Εξοδα}$

- $$\begin{aligned} R-C &= aP-\beta P^2 -f -m*Q= \\ &= aP-\beta P^2 -f -m*(\alpha-\beta*P)= \\ &= \alpha P-\beta P^2 -f -m*\alpha-m*\beta*P \\ &\bullet \text{ Συνάρτηση της τιμής 2ου βαθμού} \end{aligned}$$

- Για ποια τιμή έχουμε τα μέγιστα κέρδη;

Σημείο ισορροπίας

- Σημείο ή κατάσταση ισορροπίας στην οικονομία, εννοούμε την κατάσταση εκείνη κατά την οποία οι μεταβλητές που μελετούμε δεν έχουν λόγο να μεταβληθούν.
- Οι εξισώσεις ισορροπίας εκφράζουν τις συνθήκες που πρέπει να ικανοποιούνται για να έχουμε την ισορροπία.
- Η πιο γνωστή εξίσωση ισορροπίας είναι η περίπτωση που η προσφερόμενη προς πώληση ποσότητα ενός αγαθού είναι ίση με τη ζητούμενη ποσότητα. $Q_d = Q_s$. Όταν η ισχύει η εξίσωση αυτή, η τιμή παραμένει σταθερή.
- Άλλη περίπτωση ισορροπίας είναι όταν τα έσοδα ισούνται με το κόστος, οπότε έχουμε το λεγόμενο «νεκρό σημείο» μιας επιχείρησης.

Άσκηση

- Βρείτε την τιμή ισορροπίας όταν η συνάρτηση προσφοράς είναι

$$Q_s = 10 + 3P$$

και η συνάρτηση ζήτησης είναι

$$Q_d = 40 - 2P.$$

Άσκηση

- Βρείτε τη συνάρτηση κερδών, όταν η συνάρτηση κόστους είναι

$$C=150 +30 Q$$

και η συνάρτηση ζήτησης είναι

$$Q=40-2 P.$$

- Σχεδιάστε τη γραφική παράσταση των κερδών σε σχέση με την τιμή.

Άσκηση

- Βρείτε την τιμή ισορροπίας (νεκρό σημείο) όταν η συνάρτηση κόστους είναι $C=150 + 30 Q$ και η συνάρτηση ζήτησης είναι $Q=40-2 P$.

Ασκήσεις

1. Να γίνει η γραφική απεικόνιση της συνάρτησης $g(x)=5-6x+4x^2$ όταν οι τιμές του x είναι θετικές.
2. Να γραφεί ο τύπος της συνάρτησης φόρου για μια επιχείρηση σε σχέση με τα κέρδη της, όταν ο φόρος είναι το 25% των κερδών έως 40.000 ευρώ και για άνω των 40.000 γίνεται 30% των επιπλέον κερδών.
 - α) Σχεδιάστε τη γραφική παράσταση.
 - β) Είναι η συνάρτηση φόρου συνεχής;
3. Η σχέση $y=15-5x$ μπορεί να αντιστοιχεί σε συνάρτηση ζήτησης ενός προϊόντος; Ποια θα είναι η συνάρτηση εσόδων; Πως θα μεταβάλλεται όταν η τιμή x αυξηθεί κατά μία μονάδα;
4. Η σχέση $y=15+3x$ μπορεί να αντιστοιχεί σε συνάρτηση ζήτησης ενός προϊόντος; Ποια θα είναι η συνάρτηση εσόδων; Πως θα μεταβάλλεται όταν η τιμή x αυξηθεί κατά μία μονάδα;