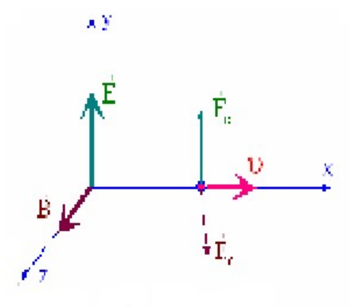
Μαγνητικό Πεδίο – Μαγνητική Δύναμη

1. Ένα ηλεκτρικό πεδίο έντασης ***E*** και ένα μαγνητικό πεδίο έντασης ***B*** είναι κάθετα μεταξύ τους. Τα δυο πεδία επιδρούν ταυτόχρονα σε φορτίο q που κινείται ευθύγραμμα και κάθετα στα ***E*** και ***B***. Να υπολογιστεί η ταχύτητα του φορτίου.

Λύση

Έστω ότι το ηλεκτρικό πεδίο είναι στον άξονα y , το μαγνητικό πεδίο στον άξονα z και το φορτίο q κινείται ευθύγραμμα στον άξονα x .Στο φορτίο q ασκείται η ηλεκτρική δύναμη:



$\boldsymbol{F_e} = q\boldsymbol{E} = q\boldsymbol{E}\hat{\boldsymbol{y}}$

και η μαγνητική δύναμη:

$\boldsymbol{F_m} = q\boldsymbol{u}\times\boldsymbol{B} = q\boldsymbol{u}\hat{\boldsymbol{x}}\times\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{z}} = q\boldsymbol{uB}\hat{\boldsymbol{x}}\times\hat{\boldsymbol{z}} = q\boldsymbol{uB}\,-\hat{\boldsymbol{y}}$

Επειδή το φορτίο κινείται ευθύγραμμα και οι δυνάμεις που ασκούνται σε αυτό είναι κάθετες στη διεύθυνση κίνησης , ισχύει:

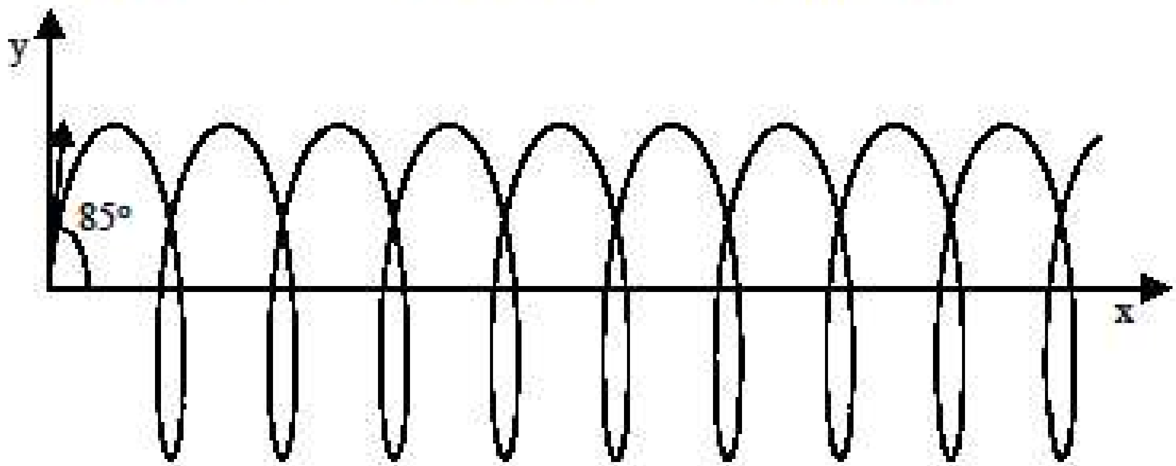
$$\Sigma \boldsymbol{F}y = 0 \Rightarrow \boldsymbol{F}_e = \boldsymbol{F}_m \Rightarrow q\boldsymbol{E} = q\boldsymbol{uB} \Rightarrow$$

$$\boldsymbol{u}=\boldsymbol{E} / \boldsymbol{B}$$

Ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο εντάσεως ίσης με 0.150 T έχει διεύθυνση προς τα θετικά x. Ένα πρωτόνιο με ταχύτητα μέτρου $v=5\ 10^6$ m/s μπαίνει μέσα στο μαγνητικό πεδίο με διεύθυνση που σχηματίζει γωνία 85^0 με τον άξονα x. Υπολογίστε την απόσταση μεταξύ δύο σημείων της τροχιάς του που απέχουν χρονικά μία περίοδο.

Λύση

Α) Θεωρούμε το παρακάτω σχήμα. Το πρωτόνιο θα κάνει δύο κινήσεις. Μια ευθύγραμμη ομαλή με ταχύτητα $v_x = v\cos 85^0$ και μια ομαλή κυκλική κίνηση με κέντρο περιστροφής την αρχή των αξόνων επειδή η y συνιστώσα της ταχύτητά του ($v_y = v\sin 85^0$) είναι κάθετη στο μαγνητικό πεδίο. Επομένως η τροχιά του πρωτονίου είναι μια έλικα όπως φαίνεται στο σχήμα.



Σε μια περίοδο της κυκλικής τροχιάς (T) το πρωτόνιο θα έχει κινηθεί κατά L στον άξονα x. Επειδή η κίνηση στον άξονα x είναι ευθύγραμμη ομαλή κίνηση ισχύει $L = v\cos 85^0 T$, ενώ για την κυκλική κίνηση ισχύει

$$qv_yB = m\frac{v_y^2}{R} \Leftrightarrow qB = m\frac{v_y}{R} \Leftrightarrow qB = m\frac{\omega R}{R} \Leftrightarrow \omega = \frac{qB}{m} \Leftrightarrow \frac{2\pi}{\mathrm{T}} = \frac{qB}{m} \Leftrightarrow \mathrm{T} = \frac{2\pi m}{qB}$$

Επομένως $L = v\cos 85^0 \dfrac{2\pi m}{qB} = 5\ 10^6\ \ 0.087\dfrac{2\ 3.14\ 1.672\ 10^{-27}}{1.602\ 10^{-19}\ \ 0.15} = 0{,}19\ m$

3. Ένας ευθύγραμμος οριζόντιος χάλκινος αγωγός διαρρέεται από ρεύμα 50,0 A με φορά από τη Δύση προς την Ανατολή, στην περιοχή ανάμεσα στους πόλους ενός μεγάλου ηλεκτρομαγνήτη, όπου υπάρχει ένα οριζόντιο μαγνητικό πεδίο προς τα βορειοανατολικά με μέτρο 1,20 T, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να βρεθεί το μέτρο και η κατεύθυνση της δύναμης πάνω σε ένα τμήμα της ράβδου μήκους 1 m.

Λύση.

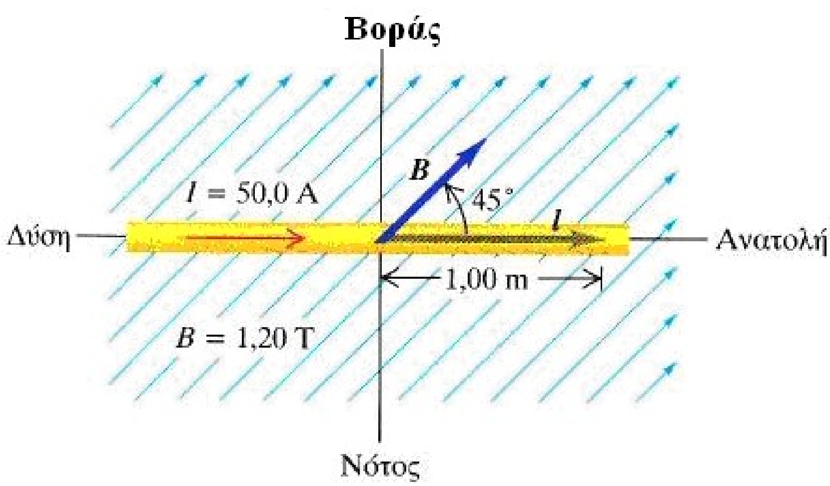
Η γωνία φ που σχηματίζουν οι κατευθύνσεις του ρεύματος και του πεδίου είναι 45°, έχουμε

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B} \Rightarrow F = I \cdot l \cdot B \cdot \sin\phi = (50{,}0A) \cdot (1{,}0m) \cdot (1{,}20T) \cdot (\sin 45°) \Rightarrow$$
$$F = 42{,}4N$$

Η κατεύθυνση της δύναμης είναι κάθετη στο επίπεδο του ρεύματος και του πεδίου, δηλαδή στο οριζόντιο επίπεδο. Έτσι, η δύναμη πρέπει να είναι κατακόρυφη ενώ ο κανόνας του δεξιού χεριού δείχνει ότι πρέπει να είναι κατακόρυφη και προς τα πάνω.

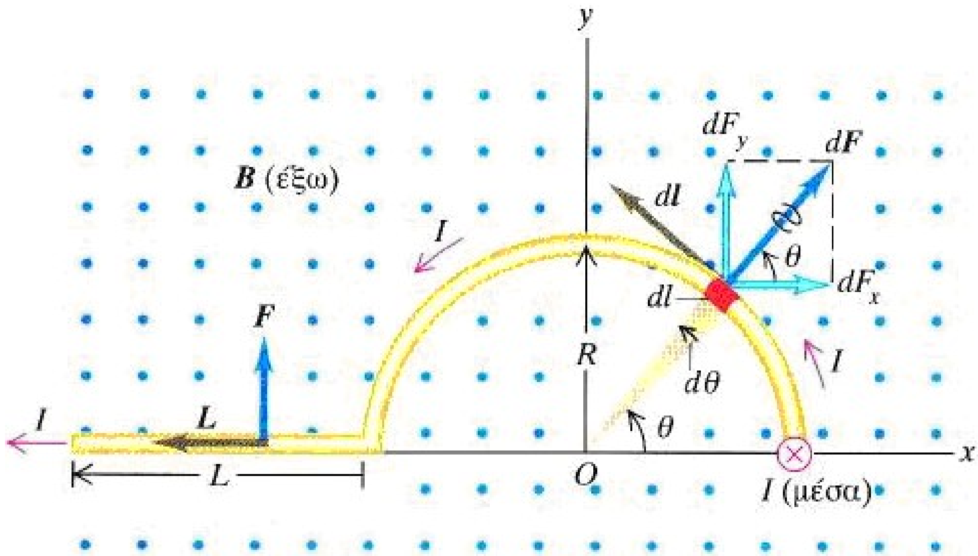
Εναλλακτικά, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε ένα σύστημα συντεταγμένων με τον άξονα x προς τα ανατολικά, τον άξονα y προς βορά και τον άξονα z προς τα πάνω. Τότε έχουμε:

$$\vec{l} = (1m)\vec{i},$$
$$\vec{B} = (1{,}2T)\left[(\cos 45°)\vec{i} + (\sin 45°)\vec{j}\right],$$
$$\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B} = (50A) \cdot (1m)\vec{i} \times (1{,}2T)\left[(\cos 45°)\vec{i} + (\sin 45°)\vec{j}\right] = 42{,}4N\vec{k}$$



4. Στο πιο κάτω σχήμα το μαγνητικό πεδίο ***B*** είναι ομογενές και κάθετο στο επίπεδο του σχήματος, προς τα έξω. Ένας αγωγός αποτελείται από ένα ευθύγραμμο τμήμα μήκους ***L***, κάθετο στο επίπεδο του σχήματος, που βρίσκεται στα δεξιά (μικρός κύκλος) και μέσα στο οποίο το ρεύμα έχει φορά αντίθετη του ***B***. Στη συνέχεια ο αγωγός έχει σχήμα ημικυκλικό ακτίνας *R* και συνεχίζεται σε ένα ευθύγραμμα τμήμα μήκους ***L*** που είναι παράλληλο με τον άξονα x, όπως φαίνεται. Ο αγωγός

διαρρέεται από ρεύμα *I*. Να υπολογιστεί η ολική μαγνητική δύναμη πάνω στα τρία αυτά τμήματα του σύρματος.



Λύση.

Στο τμήμα στα δεξιά του σχήματος το οποίο είναι κάθετο στο επίπεδο δεν ασκείται δύναμη, γιατί είναι αντιπαράλληλο προς το $\boldsymbol{B}$ και $\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B} = 0$ ή $\varphi = 180^o$ και $\sin \varphi = 0$. Για το ευθύγραμμα τμήμα στα αριστερά, το $\boldsymbol{L}$ έχει φορά προς τα αριστερά και είναι κάθετο στο $\boldsymbol{B}$. Το μέτρο της δύναμης είναι απλώς $F = B\, I\, L$ και η κατεύθυνσή της είναι προς τα πάνω (προς τα +y στο σχήμα).

Στο ημικυκλικό τμήμα θεωρήσαμε ένα στοιχειώδες τμήμα dl με μήκος $dl = R\, d\theta$, σε γωνία θ. Η κατεύθυνση του $\boldsymbol{dl} \times \boldsymbol{B}$ είναι ακτινική, από το κέντρο προς τα έξω. Επειδή τα $\boldsymbol{dl}$ και $\boldsymbol{B}$ είναι κάθετα, το μέτρο της δύναμης dF είναι $dF = I\, dl\, B$ και έτσι έχουμε

$$dF = I\,(R\, d\theta)\, B.$$

Οι συνιστώσες της δύναμης $\boldsymbol{dF}$ πάνω στο τμήμα $\boldsymbol{dl}$ είναι

$$dF_x = IR \cdot d\theta \cdot B \cdot \cos\theta \qquad\qquad dF_y = IR \cdot d\theta \cdot B \cdot \sin\theta$$

Για να βρούμε τις συνιστώσες της ολικής δύναμης ολοκληρώνουμε αυτές τις εκφράσεις, μεταβάλλοντας την θ από 0 έως π, για να συμπεριλάβουμε όλο το ημικύκλιο, έτσι έχουμε:

$$dF_x = I \cdot R \cdot B \int_0^{\pi} \cos\theta d\theta = 0$$

$$dF_y = I \cdot R \cdot B \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta = 2I \cdot R \cdot B$$

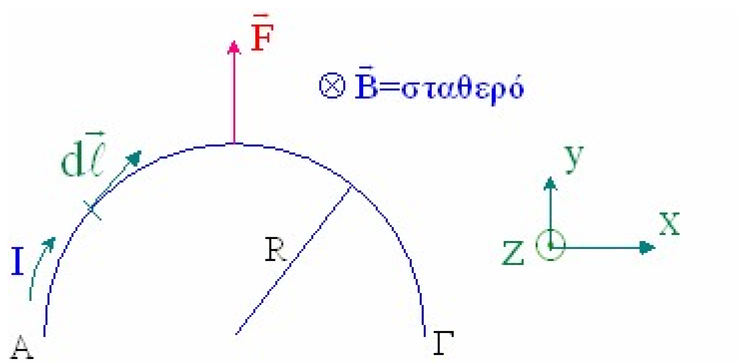
Από τη συμμετρία, θα μπορούσαμε να είχαμε προβλέψει ότι η F_x θα ήταν ίση με μηδέν. Στο δεξιό μισό του ημικυκλίου η συνιστώσα x έχει κατεύθυνση προς τα + x, ενώ στο αριστερό προς τα –x με αποτέλεσμα να αλληλοαναιρούνται. Η συνολική δύναμη είναι ίση με το άθροισμα των επιμέρους συνιστωσών έτσι έχουμε :

$$F_y = IB \cdot (L + 2R)$$

ή

$$\vec{F} = IB \cdot (L + 2R)\vec{j}$$

5. Να υπολογιστεί η δύναμη που ασκείται στο ρευματοφόρο ημικυκλικό αγωγό του ακόλουθου σχήματος:



Λύση

Για το στοιχειώδες τμήμα $d\vec{\ell}$ η δύναμη είναι $d\vec{F} = I \cdot d\vec{\ell} \times \vec{B}$. Μπορεί να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες κατά τους άξονες x, y. Λόγω συμμετρίας η F_x είναι ίση με μηδέν. Στο δεξιό μισό του ημικυκλίου η συνιστώσα x έχει κατεύθυνση προς τα + x, ενώ στο αριστερό προς τα –x με αποτέλεσμα να αλληλοαναιρούνται. Η συνολική δύναμη είναι ίση με το άθροισμα των επιμέρους συνιστωσών κατά τον άξονα y.

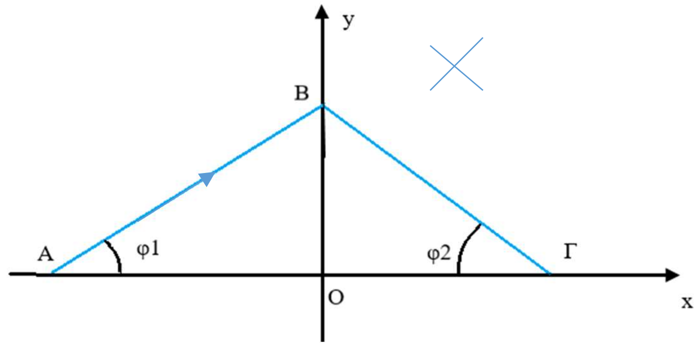
Άρα για όλο τον ημικυκλικό αγωγό είναι

$$\vec{F} = \int d\vec{F} = I \cdot \int_A^\Gamma d\vec{\ell} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{F} = I \cdot \overrightarrow{A\Gamma} \times \vec{B} = I \cdot 2R\hat{x} \times \vec{B}(-\hat{z}) \Rightarrow$$

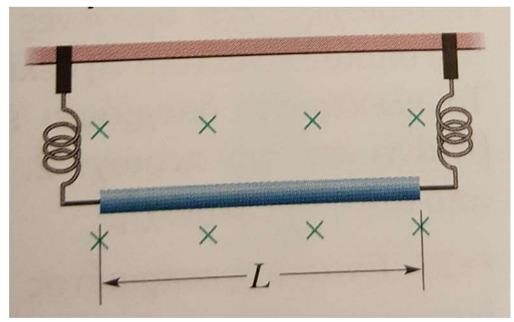
$$\vec{F} = -B \cdot I \cdot 2R\vec{x} \times \vec{z} = -B \cdot I \cdot 2R(-\hat{y}) \Rightarrow$$

$$\vec{F} = B \cdot I \cdot 2R\hat{y}$$

6. Να βρεθεί η δύναμη που ασκείται στον αγωγό του σχήματος ο οποίος βρίσκεται μέσα σε ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης Β με φορά προς την σελίδα και από ρεύμα Ι όπως στο σχήμα.



Άσκηση 39.28 HR

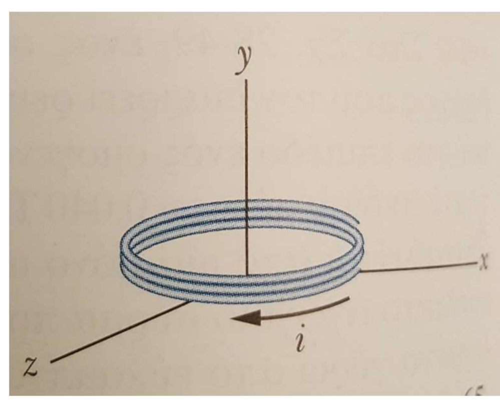


Ένας αγωγός των 13g μήκους L=62 cm, αναρτάται από ένα ζεύγος εύκαμπτων στηριγμάτων σε ομογενές μαγνητικό πεδίο Β=0,4Τ. Α) Πόσο είναι το μέτρο και β) ποια η κατεύθυνση (δεξιά ή αριστερά) του ρεύματος που απαιτείται ώστε να μηδενιστεί η τάση στα στηρίγματα;

Άσκηση 43.28 HR

Ένα σύρμα μήκους 50 cm διαρρέεται από ρεύμα 0,5 A προς τη θετική φορά του άξονα x διαμέσου ενός μαγνητικού πεδίου $\vec{B} = (3mT)\hat{j} + (10mT)\hat{k}$. Σε συμβολισμό μοναδιαίων διανυσμάτων, πόση είναι η μαγνητική δύναμη στο σύρμα;

Άσκηση 65.28 HR



Το πηνίο στο σχήμα το διαρρέει ρεύμα i=2A προς την κατεύθυνση που φαίνεται, είναι παράλληλο στο επίπεδο xz, έχει 3 περιελίξεις, έχει επιφάνεια $4x10^{-3}$ m^2 και βρίσκεται σε ομογενές μαγνητικό πεδίο $\vec{B} = (2mT\hat{\imath}) - (3mT)\hat{j} - (4mT)\hat{k}$.Πόση είναι α) η μαγνητική δυναμική ενέργεια του συστήματος του πηνίου και του μαγνητικού πεδίου και β) η μαγνητική ροπή (εκφρασμένη με συμβολισμό μοναδιαίων διανυσμάτων) στο πηνίο;