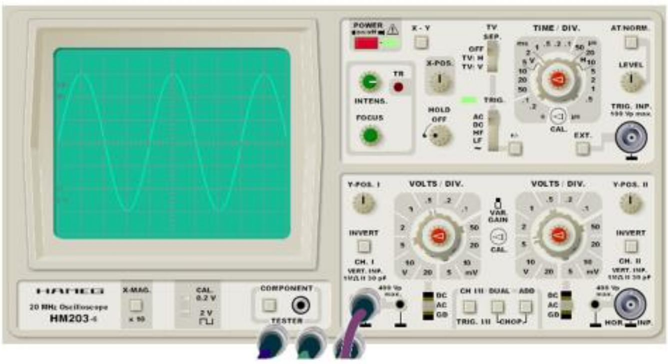
ΔΙΕΘΝΕΣ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΤΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ

ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΓΕΝΙΚΟ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ

Επιμέλεια :Μ.Χανιάς Αν. Καθηγητής **Λ.Μαγκαφάς Καθηγητής**

Γ. Παπαδοπούλου Αν. Καθηγήτρια



Καβάλα 2020

Οι σημειώσεις αυτές απευθύνονται στους φοιτητές του Β’ εξαμήνου του Τμήματος Φυσικής του Διεθνούς Πανεπιστημίου της Ελλάδος που παρακολουθούν το Εργαστήριο Φυσικής. Το Εργαστήριο Φυσικής στοχεύει να εξοικειώσει τους σπουδαστές με το πείραμα, δηλαδή με την μετρητική διαδικασία, τα όργανα μέτρησης, την αποτίμηση των μετρήσεων καθώς και την εποπτική τους αναπαράσταση, ώστε να τους μεταδώσει γνώσεις και να τους αναπτύξει ικανότητες που θα είναι χρήσιμες στην γενική και στην ειδική τους εκπαίδευση.

Γενικά, σκοπός των εργαστηρίων Φυσικής είναι:

- Επαλήθευση ενός θεωρητικού μοντέλου
- Μέτρηση μιας φυσικής ποσότητας
- Παρατήρηση ενός φυσικού φαινομένου
- Σχεδίαση ενός πειράματος για την παρατήρηση και ποσοτικοποίηση ενός φαινομένου.
- Σε όλες τις παραπάνω κατηγορίες αναπτύσσονται οι παρακάτω ικανότητες:
- Συναρμολόγηση της διάταξης σύμφωνα με τις υποδείξεις/απαιτήσεις
- Μέτρηση και καταγραφή της τιμής των μετρήσεων
- Ανάλυση και ερμηνεία των αποτελεσμάτων. Όπου είναι δυνατό πρέπει να γίνεται σύγκριση με γνωστή (αποδεκτή) τιμή μιας φυσικής ποσότητας ή με θεωρητική πρόβλεψη.
- Παρουσίαση των αποτελεσμάτων έτσι ώστε οποιοσδήποτε να μπορεί να καταλάβει πώς έγινε η επεξεργασία των αποτελεσμάτων και ποια είναι τα εξαγόμενα συμπεράσματα.

Κανονισμός Εργαστηρίου Φυσικής

Για να ολοκληρώσει ένας Φοιτητής το Εργαστήριο Φυσικής, θα πρέπει:

1. Να εκτελέσει τον **απαιτούμενο αριθμό ασκήσεων** και συνεπώς να έχει τον αντίστοιχο αριθμό **παρουσιών.** Ο κάθε φοιτητής είναι υπεύθυνος να δηλώσει την παρουσία του κάθε φορά που προσέρχεται στο εργαστήριο Φυσικής γιά να εκτελέσει μία άσκηση.

2. Να έχει τον **απαιτούμενο αριθμό ικανοποιητικών εργασιών.** Ικανοποιητική έχει κριθεί μία εργασία όταν φέρει τους χαρακτηρισμούς: *Επιτυχώς (Ε)* , *Δεκτή (Δ).* Μία εργασία που φέρει τον χαρακτηρισμό *'διόρθωση'* δεν είναι ικανοποιητική αλλά μπορεί ο σπουδαστής να την διορθώσει ώστε αυτή να ξαναβαθμολογηθεί. Μία εργασία που φέρει τον χαρακτηρισμό '*Αποτυχής (Α)*' έχει κριθεί μη ικανοποιητική και ότι δεν επιδέχεται διόρθωση.

3. Εργασία σε μία εργαστηριακή άσκηση μπορεί να παραδώσει ένας φοιτητής μόνο εάν έχει παρουσία στην αντίστοιχη εργαστηριακή άσκηση και το χαρτί των μετρήσεων υπογεγραμμένο από έναν επιβλέποντα καθηγητή.
4. Οι φοιτητές που μετά το τέλος του κύκλου των εργαστηριακών ασκήσεων δεν έχουν συμπληρώσει τον απαιτούμενο αριθμό ικανοποιητικών ασκήσεων μπορούν να εκτελέσουν **συμπληρωματικές εργαστηριακές ασκήσεις εάν αυτό είναι δυνατό.**

5. Οι φοιτητές που έχουν τον απαιτούμενο αριθμό ικανοποιητικών ασκήσεων, εξετάζονται γραπτά στο Εργαστήριο Φυσικής**. Ο βαθμός της γραπτής εξέτασης** αποτελεί και τον τελικό βαθμό στο Εργαστήριο Φυσικής.

Εάν ένας φοιτητής δεν ολοκληρώσει επιτυχώς τις παραπάνω προϋποθέσεις, θα πρέπει να επαναλάβει από την αρχή όλα τα στάδια της διαδικασίας που περιεγράφηκε παραπάνω.

Εργαστηριακές ασκήσεις και Εργασίες

Κάθε φοιτητής που παρακολουθεί για πρώτη φορά το Εργαστήριο Φυσικής δικαιούται να πάρει τις σημειώσεις του Εργαστηρίου. Κάθε φοιτητής παραδίδει ένα ντοσιέ με τα στοιχεία του, το οποίο μένει στο εργαστήριο και στο οποία καταχωρεί όλες τις εργασίες που παραδίδει.

Οι εργαστηριακές ασκήσεις εκτελούνται κυκλικά. Στο δίωρο που διαρκεί το Εργαστήριο, οι φοιτητές εκτελούν την προκαθορισμένη εργαστηριακή άσκηση για την οποία έχουν προετοιμαστεί, συζητούν την άσκηση αυτή με τον επιβλέποντα καθηγητή, παραδίδουν την εργασία της αμέσως προηγούμενης εργαστηριακής άσκησης, ενημερώνονται για την αξιολόγηση της προηγουμένης άσκησης που παρέδωσαν και παίρνουν τις ασκήσεις με χαρακτηρισμό '*διόρθωση*'. Οι υπό διόρθωση ασκήσεις παραδίδονται την επόμενη φορά που ο φοιτητής θα προσέλθει να εκτελέσει εργαστηριακή άσκηση.

Μια πλήρης εργασία θα πρέπει να περιέχει:

1. Τα στοιχεία του φοιτητή πού εκτέλεσε την άσκηση και συνέταξε την εργασία.
2. Τα ονόματα των υπολοίπων μελών της ομάδας.
3. Κατάλληλο τίτλο και ημερομηνία που εκτελέστηκε η άσκηση.
4. Περίληψη της εργασίας
5. Μία συνοπτική εισαγωγή η οποία θα καταγράφει τα βασικά σημεία του προβλήματος.
6. Καλά διαγράμματα και σχεδιαγράμματα.
7. Σύντομη περιγραφή της πειραματικής διαδικασίας (μαζί με τις προφυλάξεις και τα τεστ που έγιναν).
8. Καταχώρηση των μετρήσεων σε πίνακες. Καταγραφή των αποτελεσμάτων. Τα αποτελέσματα πρέπει να συνοδεύονται από την κατάλληλη μονάδα, τον σωστό αριθμό σημαντικών ψηφίων και το σφάλμα που έχει εκτιμηθεί.
9. Γραφικές παραστάσεις των αποτελεσμάτων, όταν αυτό είναι δυνατό και/η ζητούμενο.
10. Συμπεράσματα μαζί με απαρίθμηση των αποτελεσμάτων και μία συζήτηση των υποθέσεων, προσεγγίσεων, αξιοπιστία των αναγνώσεων, τυχαία και συστηματικά σφάλματα, περιορισμούς της διάταξης, υποδείξεις για βελτίωση, συζήτηση αφύσικης συμπεριφοράς και σύγκριση με αναμενόμενα αποτελέσματα.
11. Το χαρτί μετρήσεων υπογεγραμμένο από τον επιβλέποντα καθηγητή.

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ
ΘΕΩΡΙΑ ΣΦΑΛΜΑΤΩΝ

1.1 Εισαγωγή

Η επιστήμη αποτελεί βεβαιωμένη με λογικά επιχειρήματα γνώση (Πλάτων 427π.Χ.-347π.Χ.). Επιστήμη επίσης είναι η επιστημονική γνώση που έχει συστηματικά αποκτηθεί μέσω της επιστημονικής διαδικασίας. Το σύνολο των ομοειδών και ταξινομημένων επιστημονικών γνώσεων εντάσσονται σε δύο μεγάλες ομάδες: τις Φυσικές επιστήμες και τις Κοινωνικές.

Η τεχνολογία αναφέρεται στο αποτέλεσμα της εφαρμογής της (θεωρητικής) επιστημονικής γνώσης με στόχο την δημιουργία ενός αντικειμένου με πρακτικό όφελος για τον άνθρωπο.

Η βασική διεργασία στην επιστήμη και στην τεχνολογία είναι αυτή της λήψης μετρήσεων. Η διαδικασία της μέτρησης έχει πρωταρχική σημασία στις Φυσικές επιστήμες.

Φυσικό μέγεθος είναι το ελάχιστο γνώρισμα ή χαρακτηριστικό που περιγράφει ένα φαινόμενο, μια ιδιότητα της ύλης ή ένα συμβάν. Παραδείγματα φυσικών μεγεθών είναι η ταχύτητα, η ένταση του ήχου, η δύναμη, η πυκνότητα, το μήκος κύματος κλπ. Τα φυσικά μεγέθη μετρούνται με τη βοήθεια κατάλληλων μετρικών διατάξεων, των *οργάνων μέτρησης*. Το αποτέλεσμα της μέτρησης είναι μια *τιμή μέτρησης* π.χ. η ταχύτητα είναι 10m/s.

Μια επιτυχημένη σειρά μετρήσεων απαιτεί την επιλογή των κατάλληλων οργάνων, την προσεκτική ανάγνωση των τιμών και προπαντός την επιμελημένη καταγραφή τους, με τρόπο εύκολο και κατανοητό. Η ερμηνεία των πειραματικών δεδομένων και η εξαγωγή ορθών συμπερασμάτων απαιτούν μεθόδους επεξεργασίας που συνήθως βασίζονται στις αρχές τις στατιστικής ανάλυσης.

1.2 Καταγραφή και παρουσίαση των μετρήσεων

Η πιο συνηθισμένη διαδικασία μιας μέτρησης είναι αυτή που γίνεται για να διερευνηθεί η σχέση που συνδέει δύο ή περισσότερα φυσικά μεγέθη. Ένα πείραμα σχεδιάζεται με τέτοιο τρόπο ώστε καθώς μεταβάλλεται η μία παράμετρος, η *ανεξάρτητη μεταβλητή*, να μελετάται η συμπεριφορά της άλλης μεταβλητής, *εξαρτημένη μεταβλητή*, με την προϋπόθεση ότι κάθε άλλη παράμετρος παραμένει σταθερή. Οι τιμές μέτρησης που μπορούν να καταγραφούν κατά τη διάρκεια ενός πειράματος είναι πολλές και προκειμένου να παρασταθούν με έναν εύληπτο τρόπο οργανώνονται σε *πίνακες* και αποτυπώνονται με μορφή *γραφικών παραστάσεων*. Ορισμένες φορές είναι χρήσιμο να υπάρχει και μια *έκθεση* που να αναφέρεται στην όλη διαδικασία της λήψης των μετρήσεων.

1.2.1 Πίνακες τιμών

Μεγάλη σπουδαιότητα παρουσιάζει ο αρχικός πίνακας καταγραφής των στοιχείων γιατί περιέχει όλες τις απαραίτητες πληροφορίες για την αναπαραγωγή της διαδικασίας συλλογής των στοιχείων. Επίσης βοηθά σε μια συνολική επόπτευση και στον εντοπισμό σφαλμάτων.

1.2.2 Έκθεση

Η έκθεση που συντάσσεται μετά την καταγραφή των στοιχείων σε πίνακες, περιλαμβάνει τις μετρήσεις και διατυπώνει τα ανάλογα συμπεράσματα. Αναφέρεται ακόμα σε λεπτομέρειες της διαδικασίας, ανάλυση των στοιχείων και εκτίμηση των σφαλμάτων. Επίσης σημειώνονται ενδεχόμενες πηγές από όπου αντλήθηκαν συμπληρωματικά στοιχεία. Η έκθεση, για καλύτερη εποπτεία, περιλαμβάνει γραφικές παραστάσεις, απεικονίσεις και καμπύλες των αποτελεσμάτων και υπολογισμών.

1.2.3 Γραφικές παραστάσεις

Οι γραφικές παραστάσεις χρησιμοποιούνται:

α) Για να γίνει παρουσίαση των τιμών των πινάκων.

β) Για να γίνει παρουσίαση μιας μεγάλης συλλογής στοιχείων και δεδομένων.

γ) Για να αναγνωριστούν με μια ματιά γνωστές συσχετίσεις μεγεθών και να γίνουν συγκρίσεις.

Ένα πλήθος από δεδομένα, μπορούν να παρασταθούν με πολλούς τρόπους. Η επιλογή εξαρτάται από το είδος της συσχέτισης που διέπει τα δεδομένα. Βασικό κριτήριο επιλογής είναι η γραφική παράσταση να είναι όσο το δυνατόν πιο απλή.

Οι πιο διαδεδομένες γραφικές παραστάσεις είναι αυτές σε *καρτεσιανά συστήματα συντεταγμένων*. Η ανεξάρτητη μεταβλητή απεικονίζεται στον άξονα των x (τετμημένων) και η εξαρτημένη στον άξονα των y (τεταγμένων). Οι δύο άξονες είναι συνήθως χωρισμένοι σε διαστήματα κατά γραμμικό ή λογαριθμικό τρόπο. Σε μια γραφική παράσταση στο επίπεδο (δύο διαστάσεις) κάθε σημείο παριστάνεται από ένα ζεύγος τιμών (x, y). Αν τα σημεία μπορούν να συνενωθούν μεταξύ τους μέσω μιας συνεχόμενης γραμμής τότε η καμπύλη που προκύπτει παριστάνει μια συναρτησιακή σχέση της μορφής $y=f(x)$. Οι καμπύλες πρέπει να είναι όσο γίνεται πιο απλές. Συνήθως προτιμάται η καμπύλη να αποδίδεται με μία γραμμική συσχέτιση, δηλαδή ως ευθεία γραμμή.

Όταν το ένα μέγεθος που πρέπει να παρασταθεί είναι γωνία, τότε πιο εύχρηστες είναι οι γραφικές παραστάσεις με *πολικές συντεταγμένες*.

Άλλες απλές γραφικές παραστάσεις είναι τα διαγράμματα πίτας (pie), δοκών (histogram), δακτυλίου κλπ. Αυτές οι γραφικές παρατάσεις έχουν οπτική απεικόνιση που μπορεί να απομνημονευθεί πιο εύκολα και συνήθως αναφέρονται σε κατανομές με ποσοστιαίες αναφορές.

1.2.4 Οδηγίες για την κατασκευή γραφικής παράστασης

Κατά την κατασκευή μιας γραφικής παράστασης ιδιαίτερη προσοχή πρέπει να δοθεί στα εξής σημεία.

α) Να επιλέγονται οι κατάλληλες κλίμακες στους άξονες ώστε η καμπύλη να καταλαμβάνει όλο το διατιθέμενο χώρο σχεδίασης.

β) Οι κλίμακες στους δύο άξονες πρέπει να χαρακτηρίζονται με την ποσότητα και την μονάδα του φυσικού μεγέθους που απεικονίζουν.

γ) Τα σημεία που παίρνονται από τον πίνακα τιμών συνήθως απεικονίζονται με μικρό κύκλο ή σταυρό.

δ) Η καμπύλη πρέπει να χαράσσεται με λεπτή γραφίδα και να περνάει όσο γίνεται πιο κοντά από όλα τα σημεία αφήνοντας συμμετρικά πάνω και κάτω τα σημεία μετρήσεων. Τα σημεία δεν τα ενώνουμε ποτέ με τεθλασμένη γραμμή.

ε) Η καμπύλη πρέπει να είναι μια ομαλή γραμμή μια και τα πειραματικά δεδομένα μας σχετίζονται πάντα με κάποιο φυσικό νόμο και εκφράζουν τη μαθηματική σχέση που διέπει τα φυσικά μεγέθη. Συνήθως είναι ευθεία γραμμή ή γραφική παράσταση γνωστής συνάρτησης.

στ) Αν οι τιμές μέτρησης είναι σε περιοχή που είναι μακριά από το σημείο τομής των αξόνων (0,0) τότε οι τιμές στους άξονες δεν αρχίζουν αναγκαστικά από το μηδέν.

ζ) Λογαριθμική κλίμακα χρησιμοποιείται όταν τα δεδομένα μας εκτείνονται σε μια μεγάλη περιοχή τιμών έτσι που η καταχώρηση τους σε γραμμικούς άξονες θα τα έκανε δύσχρηστα.

1.2.5 Παραδείγματα γραφικών παραστάσεων

Γραμμική σχέση (πρώτου βαθμού)

Η γραμμική σχέση ανάμεσα σε δύο μεταβλητές x και y δίνει γραφική παράσταση όπου η καμπύλη είναι ευθεία γραμμή, που μαθηματικά αποδίδεται από την εξίσωση: $y = ax + b$

Οι παράμετροι a και b είναι οι σταθερές που απορρέουν από την ίδια την γραφική παράσταση: το b είναι η απόσταση μεταξύ του σημείου τομής της ευθείας με τον άξονα των y από την αρχή των συντεταγμένων και καλείται *διατομή*, ενώ το a είναι η *κλίση* (slope) της γραμμής, δηλ. η γωνία που σχηματίζει αυτή με τον άξονα x, των τετμημένων.

Σχέση δύναμης (ν-οστού βαθμού)

Ζητείται να διερευνηθεί πειραματικά η σχέση που διέπει τη δύναμη F που αναπτύσσεται ανάμεσα σε δύο ηλεκτρικά φορτία Q και q που βρίσκονται σε απόσταση r ως συνάρτηση της μεταξύ τους απόστασης r. Είναι γνωστό ότι η θεωρητική σχέση που διέπει το φαινόμενο είναι ο νόμος του Coulomb

$$F = k\frac{Qq}{r^2} \qquad 1.2.1$$

και έστω ότι ζητείται να επαληθευτεί από τα πειραματικά δεδομένα από μία σειρά μετρήσεων.

Με βάση το νόμο του Coulomb (σχέση 1.2.1) η καμπύλη που αναμένεται κατά τη γραφική παράσταση της F=f(r) θα είναι μια *παραβολή*. Αντίθετα η συνάρτηση $F = f\left(\frac{1}{r^2}\right)$ είναι ευθεία γραμμή. Συνεπώς είναι προτιμότερο να διερευνηθεί εάν ισχύει η παραπάνω σχέση $F = f\left(\frac{1}{r^2}\right)$, δηλαδή αν ισχύει ο νόμος του αντιστρόφου τετραγώνου της απόστασης. Για να προκύψει καμπύλη ως ευθεία γραμμή καταφεύγουμε στην διαδικασία της *ανόρθωσης* πριν από την γραφική παράσταση.

Λογαριθμίζοντας τη σχέση 1.2.1 προκύπτει:

$$\log(F) = \log(Q\cdot q) - 2\cdot\log(r) \quad 1.2.2$$

και αντικαθιστώντας για $\log(F) = y$, $\log(Q\cdot q) = b$, $-2 = a$ και $\log(r) = x$ αναμένουμε μετά την ανόρθωση της 1.2.1 στην 1.2.2 που έχει τη μορφή $y = ax + b$ να δίνουν ευθεία γραμμή με κλίση -2.

Εκθετική σχέση

Πολλά φαινόμενα στη φυσική αποδίδονται με εκθετικές σχέσεις που συνδέουν μεταξύ τους τις μεταβλητές. Οι εκθετικές σχέσεις γράφονται σαν δυνάμεις του αριθμού e=2,718..., δηλαδή στη βάση των φυσικών λογαρίθμων.

Κατά την εκφόρτιση ενός πυκνωτή χωρητικότητας C, μέσω αντίστασης R, η διαφορά δυναμικού U στα άκρα του πυκνωτή μεταβάλλεται εκθετικά σε συνάρτηση με το χρόνο:

$$U = U_o e^{-\frac{t}{RC}} \qquad 1.2.3$$

Λογαριθμίζοντας τη σχέση 1.2.2 προκύπτει

$$\log(U) = \log(U_o) - \frac{t}{RC}\cdot\log(e) \rightarrow$$

$$\log(U) = \log(U_o) - \frac{0,434\cdot t}{RC} \quad 1.2.4$$

Η σχέση αυτή (1.2.4) είναι γραμμική της μορφής $y = ax + b$

όπου $\log(U) = y$, $\log(U_o) = b$, $-\frac{0,434}{RC} = a$ και t=x

Συνεπώς τα πειραματικά μας δεδομένα U και t με βάση τη σχέση 1.2.3 που ανορθώθηκε στην 1.2.4 θα πρέπει να δίνουν ευθεία γραμμή με κλίση $-\frac{0,434}{RC}$

1.3 Είδη σφαλμάτων κατά τη μέτρηση φυσικών μεγεθών

Η μέτρηση ενός φυσικού μεγέθους με οποιοδήποτε όργανο δίνει μια αριθμητική τιμή που τη διαβάζουμε από τις ενδείξεις που έχει το όργανο. Κατά τη μέτρηση αυτή υπεισέρχονται διάφορα σφάλματα όπως τα συστηματικά, τα αναιρούμενα, τα ακούσια, τα τυχαία κλπ. Η έννοια μερικών από τα σφάλματα αυτά έχει ως εξής:

1.3.1 Συστηματικά σφάλματα

Τα σφάλματα αυτά οφείλονται, κυρίως στη εσφαλμένη βαθμολόγηση του οργάνου μέτρησης. Δεν είναι απαραίτητο να είναι η όλη κλίμακα λαθεμένη. Αρκεί να είναι ένα μέρος αυτής και μάλιστα στην περιοχή μέτρησης. Τα συστηματικά σφάλματα αίρονται, κατά κάποιο τρόπο, με επανάληψη των μετρήσεων με άλλα όργανα ή με σύγκριση του οργάνου με άλλο ή άλλα που θεωρούνται ως πρότυπα. Τα συστηματικά σφάλματα είναι δυνατόν να υπάρξουν και λόγω παρεμβολής εξωτερικών, μόνιμων ή πρόσκαιρων συνθηκών. Τα συστηματικά αυτού του τύπου αίρονται όταν είναι γνωστές οι εξωτερικές παρεμβολές. Όταν οι μετρήσεις φυσικού μεγέθους υπόκεινται σε συστηματικά σφάλματα τότε η λαμβανόμενη αριθμητική τιμή είναι μετατοπισμένη σταθερά σε μια διεύθυνση, αναφορικά με την αληθινή τιμή.

1.3.2 Αναιρούμενα σφάλματα

Υπάρχουν μετρήσεις όπου συστηματικά σφάλματα είναι δυνατόν να αναιρεθούν. Έστω ότι μετράμε την απόκλιση φορτισμένου σωματίου που κινείται μέσα σε μαγνητικό πεδίο. Εάν κατά τη διεύθυνση του πεδίου υπάρχει συνιστώσα ενός άλλου εξωτερικού μαγνητικού πεδίου η απόκλιση του φορτισμένου σωματίου δεν υπόκειται σε συστηματικό σφάλμα. Η λαμβανόμενη τιμή θα έχει διάφορη τιμή εάν η μέτρηση γίνει με τα δύο πεδία ομόρροπα, από την τιμή της μέτρησης που θα γίνει με τα δύο πεδία αντίρροπα. Το συστηματικό σφάλμα αναιρείται, εάν σαν τιμή της απόκλισης ληφθεί το αριθμητικό μέσο της τιμής από τις μετρήσεις με τα πεδία ομόρροπα και αντίρροπα.

1.3.3 Ακούσια σφάλματα

Τα ακούσια σφάλματα οφείλονται στον παρατηρητή. Τα ακούσια σφάλματα αναφέρονται κυρίως στη λανθασμένη ανάγνωση ή/και στη μεταφορά των δεδομένων από τον παρατηρητή. Τα σφάλματα αυτά είναι δυνατόν να είναι τυχαία, αλλά είναι δυνατόν να είναι και προς μια κατεύθυνση. Δεν είναι σταθερά ούτε και γι' αυτόν τον ίδιο παρατηρητή. Τα σφάλματα αυτά ελαχιστοποιούνται με χρήση των αυτοματισμών.

1.3.4 Τυχαία σφάλματα

Τα τυχαία σφάλματα είναι μικρές αποκλίσεις τιμών σε κάθε μέτρηση, που μπορεί να οφείλονται σε πολλά αίτια. Ενδεικτικά αναφέρουμε:

i) Οι πεπερασμένες ικανότητες των οργάνων.

ii) Ο χρόνος αντίδρασης του παρατηρητή. Δηλαδή, η διαφορετική χρονική απόκριση μεταξύ της εντολής από τον εγκέφαλο και της εκτέλεσης αυτής της εντολής από τα μηχανικά και εκφραστικά μέσα του παρατηρητή.

iii) Οι ανεξέλεγκτες μεταβολές.

iv) Οι διακυμάνσεις των παραμέτρων που επηρεάζουν το φαινόμενο.

v) Οι επιδράσεις που οφείλονται σε φυσικές και εξωτερικές πηγές.

vi) Στην ίδια τη φύση των φαινομένων.

Γενικά, δεν είναι δυνατόν να διορθωθεί μια μέτρηση από το τυχαίο σφάλμα της. Η φύση τους είναι τέτοια ώστε συνήθως να μη δημιουργούν αθροιστικά σφάλματα. Απεναντίας η μέτρηση ενός φυσικού μεγέθους γίνεται πιο ακριβής με επανειλημμένη σειρά μετρήσεων και αφού λάβουμε υπόψη τη μέση αριθμητική τιμή των μετρήσεων αυτών. Δηλαδή, για μεγάλο και μόνο για μεγάλο αριθμό μετρήσεων φυσικού μεγέθους, που λαμβάνονται κάτω από τις ίδιες συνθήκες πειράματος, εμφανίζονται σχεδόν ισάριθμα θετικά και αρνητικά τυχαία σφάλματα, ως προς τη μέση τιμή.

Συνοψίζοντας μπορούμε να πούμε ότι τα τυχαία σφάλματα οφείλονται σε τρεις κυρίως παράγοντες: α)Στην περιορισμένη ευαισθησία των οργάνων μέτρησης β)στην περιορισμένη ταχύτητα και ευαισθησία αντίδρασης του παρατηρητή και γ)σε αστάθμητους παράγοντες

Τα τυχαία σφάλματα ενώ υπάρχουν πάντα σε μια σειρά μετρήσεων, εντούτοις είναι δυνατό να γίνουν όσο το δυνατό μικρότερα. Ακριβώς πάνω σ’ αυτό συγκλίνει η όλη προσπάθεια βελτίωσης της μέτρησης ενός μεγέθους και της προσέγγισης προς την αληθινή του τιμή. Αυτό πετυχαίνεται με τη χρησιμοποίηση ακριβέστερων οργάνων υψηλού ελέγχου και με ελάττωση στο ελάχιστο δυνατό των διακυμάνσεων των τιμών των παραμέτρων που υπεισέρχονται στις μετρήσεις.

1.3.5 Υπολογισμός σφαλμάτων

Δεν υπάρχει, δεν είναι δυνατό να υπάρξει γενική θεωρία για τα συστηματικά σφάλματα και τα ακούσια σφάλματα προς μία διεύθυνση. Τα σφάλματα αυτά θα πρέπει να εξετάζονται για κάθε μέτρηση ξεχωριστά, αναφορικά με τα όργανα που χρησιμοποιούνται και τον παρατηρητή. Βέβαια, θα πρέπει να γίνει κάθε προσπάθεια για τη χρησιμοποίηση των ακριβέστερων οργάνων και του πλέον πεπειραμένου παρατηρητή.

Σε αντίθεση όμως οι αποκλίσεις των μετρήσεων από μία σειρά επανειλημμένων μετρήσεων που λαμβάνονται κάτω από τις ίδιες συνθήκες, είναι δυνατό να μελετηθούν, με σκοπό την εκτίμηση του τυχαίου σφάλματος του δεδομένου συνόλου μετρήσεων. Έτσι, η θεωρία των σφαλμάτων αναφέρεται μόνο στα τυχαία σφάλματα και συσχετίζει το σφάλμα της μέσης τιμής κάποιου μετρούμενου φυσικού μεγέθους προς το πλήθος των μετρήσεων που έγιναν.

Από τα πιο πάνω μπορούμε να διακρίνουμε τις έννοιες: *σωστή μέτρηση ή σωστό αποτέλεσμα και ακριβής μέτρηση ή ακριβές αποτέλεσμα*.

- Η μέτρηση είναι *σωστή* όταν τα συστηματικά και τα ακούσια σφάλματα είναι μικρά.
- Η μέτρηση είναι *ακριβής* όταν τα τυχαία σφάλματα είναι μικρά.

Η επιδίωξη των φυσικών μετρήσεων είναι ένα σωστό και ακριβές αποτέλεσμα.

1.4 Σφάλμα μέτρησης

Στόχος της τεχνολογίας των μετρήσεων είναι να δώσει μία σωστή και με ακρίβεια μέτρηση. Αυτό μπορεί εν μέρει να γίνει δυνατό, αν εξαλειφθούν τα σφάλματα που υπεισέρχονται στις μετρήσεις.

Σφάλμα μέτρησης είναι η διαφορά μεταξύ του αποτελέσματος της μέτρησης και της πραγματικής τιμής της μετρούμενης ποσότητας. Εκφράζεται με δύο τρόπους, ως *απόλυτο σφάλμα* και ως *εκατοστιαίο (σχετικό) σφάλμα*.

Απόλυτο σφάλμα:

$$e = |r - x| \tag{1.4.1}$$

Εκατοστιαίο (σχετικό) σφάλμα:

$$e(\%) = \left(\frac{|r - x|}{r}\right) \cdot 100\% \tag{1.4.2}$$

όπου r η πραγματική τιμή του μετρούμενου φυσικού μεγέθους και x η μετρούμενη τιμή. (προσοχή: αναφερόμαστε σε μία και μόνο μέτρηση)

1.5 Ιδιότητες των τυχαίων σφαλμάτων

Όλες οι μετρήσεις γίνονται με κάποια αβεβαιότητα και οι τιμές που βρίσκουμε είναι διαφορετικές από την αληθινή. Για να βρούμε την αληθινή τιμή χρειάζεται να περιορίσουμε όσο είναι δυνατό την αβεβαιότητα. Οι στατιστικές μέθοδοι επιτρέπουν να ελαχιστοποιηθεί η επίδραση των τυχαίων σφαλμάτων στις μετρήσεις μας. Για την εύρεση της πιθανότερης πραγματικής τιμής από μια ομάδα μετρήσεων του ίδιου μεγέθους, που αποτελούν δείγμα από άπειρο πληθυσμό, υπολογίζονται η μέση τιμή, η απόκλιση από τη μέση τιμή, η μέση τιμή των απολύτων αποκλίσεων, η τυπική απόκλιση, η διασπορά κλπ. Σε αυτά θα αναφερθούμε στη συνέχεια, δίνοντας τους αντίστοιχους ορισμούς.

Έστω ότι έχουμε μια σειρά από Ν μετρήσεις: x1, x2, x3,……., xN. Διαπιστώνουμε πως οι τιμές έχουν μια τάση να συσσωρεύονται γύρω από μια κεντρική τιμή. Αυτή είναι η *πιθανότερη τιμή*. Η *πιθανότερη τιμή* συμπίπτει με *την αριθμητική μέση τιμή ή το μέσο όρο* $\bar{x}$.

- Η *μέση τιμή* $\bar{x}$ ορίζεται από τη σχέση

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_N}{N} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \tag{1.5.1}$$

όπου x_i οι μετρούμενες τιμές της φυσικής ποσότητας x.

- Ως *απόκλιση d από τη μέση τιμή* ορίζουμε τη διαφορά της καθεμιάς από τις μετρούμενες τιμές μας από τη μέση τιμή τους:

$$d_i = x_i - \bar{x} \tag{1.5.2}$$

Το άθροισμα των αποκλίσεων όλων των πειραματικών τιμών είναι μηδέν, δηλαδή, οι θετικές αποκλίσεις ακυρώνουν όλες τις αρνητικές,

$$\sum_{i=1}^{N} d_i = 0$$

- Ορίζουμε ως *τυπική απόκλιση σx*, ή *τυπικό σφάλμα* μιας κατανομής μετρήσεων την ποσότητα:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} d_i^2}{N-1}} \qquad 1.5.3$$

- Όμοια ορίζουμε ως *τυπική απόκλιση μέσης τιμής* την ποσότητα

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{N(N-1)}} \qquad 1.5.4$$

Στη σχέση 1.4.1 ορίσαμε το σφάλμα της μέτρησης e. Το σφάλμα ουσιαστικά είναι αντίστοιχο με την απόκλιση, μόνο που για την περίπτωση του σφάλματος εξετάζεται η απόκλιση του από την πραγματική τιμή. Στην πράξη η πραγματική τιμή είναι άγνωστη επομένως και το σφάλμα e είναι άγνωστο. Ενώ ο μέσος όρος υπολογίζεται εύκολα με συνέπεια η πιθανότερη τιμή να είναι γνωστή και η απόκλιση της κάθε τιμής να μπορεί να υπολογισθεί.

1.5.1 Απόλυτο και σχετικό σφάλμα

Ο ορισμός των δύο ποσοτήτων που θα ορίσουμε αμέσως ακολούθως θα αποτελέσουν μαζί με τον υπολογισμό της μέσης τιμής, το ουσιαστικό δεδομένο για την επεξεργασία των μετρήσεων μας. Οι τρεις αυτές μετρήσεις περιγράφουν με τον πιο αντιπροσωπευτικό τρόπο τα αποτελέσματα των μετρήσεων μας σε μια πειραματική διαδικασία.

- Ονομάζουμε *απόλυτο σφάλμα της μέσης τιμής* την ποσότητα

$$\delta\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{N(N-1)}} \equiv \sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}} \qquad 1.5.5$$

Παρατηρούμε ότι το απόλυτο σφάλμα δεν είναι τίποτε άλλο από την τυπική απόκλιση της μέσης τιμής (σχέσης 1.5.4). Επίσης το $\delta\bar{x}$ έχει τις ίδιες διαστάσεις με τη μέση τιμή του μετρούμενου μεγέθους.

- Ανάλογα ορίζουμε και το *σχετικό σφάλμα μέσης τιμής* την ποσότητα

$$\sigma_{\sigma\chi} = \frac{\delta\bar{x}}{\bar{x}} \qquad 1.5.6$$

Με άλλα λόγια για να βρούμε το σχετικό σφάλμα διαιρούμε το απόλυτο σφάλμα με τη μέση τιμή.

Παρατήρηση 1. Επειδή το σχετικό σφάλμα εκφράζεται ως ποσοστό για το λόγο αυτό είναι *αδιάστατο*, δηλαδή είναι ένας καθαρός αριθμός ή δεν έχει μονάδες μέτρησης.

Παρατήρηση 2. Συνήθως το σχετικό σφάλμα αναφέρεται και ως ποσοστό επί τοις εκατό, δηλαδή:

$$\sigma_{\sigma\chi}(\%) = \frac{\delta\bar{x}}{\bar{x}} \cdot 100 \qquad 1.5.7$$

Είναι προφανής η αναλογία που υπάρχει ανάμεσα στις σχέσεις 1.5.5 και 1.5.7 με τις σχέσεις 1.4.1 και 1.4.2 που αναφέρονται σε μια και μοναδική μέτρηση.

Στο τέλος κάθε πειραματικής διαδικασίας μετά τη λήψη, καταγραφή και επεξεργασία των τιμών των μετρήσεων, αναφέρουμε τη μέση τιμή με το απόλυτο και σχετικό σφάλμα της.

1.5.2 Σχέση μεταξύ σφάλματος και απόκλισης

Για να μελετήσουμε το θέμα αυτό θα στηριχθούμε σε μία αρχή που διατύπωσε ο Adrien-Marie Legedre (1752-1833) και που οδήγησε στη διατύπωση της θεωρίας των ελαχίστων τετραγώνων. «Η πιο πιθανή τιμή ενός μεγέθους, που βρίσκεται από σειρές μετρήσεων, προκύπτει από τη σειρά εκείνη που έχει το μικρότερο άθροισμα τετραγώνων των σφαλμάτων».

Η *ποιότητα των μετρήσεων* χαρακτηρίζεται από τη σχέση:

$$\frac{1}{N}\sum e_i^2 \qquad 1.5.8$$

Το *μέσο σφάλμα* μιας οποιαδήποτε μέτρησης δίνεται από τη σχέση:

$$\sigma = \pm\sqrt{\frac{\sum e_i^2}{N}} \qquad 1.5.9$$

και βασικά εκφράζει τη μέση απόκλιση που περιμένουμε να έχει μία μέτρηση από την πραγματική τιμή.

Το *κανονικό σφάλμα* μιας μέτρησης θα είναι:

$$\delta = \pm\sqrt{\frac{\sum d_i^2}{N}} \qquad 1.5.10$$

Επομένως η τιμή μιας μέτρησης κυμαίνεται με έκταση που καθορίζεται από το κανονικό σφάλμα: $x_i \pm \delta$

1.5.3 Εφαρμογή της θεωρίας των ελαχίστων τετραγώνων στη χάραξη καμπύλης (ευθεία γραμμή).

Για να χαράξουμε την καλύτερη δυνατή καμπύλη από μια σειρά πειραματικών μετρήσεων μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο των «ελαχίστων τετραγώνων». Ο όρος «ελάχιστων τετραγώνων» προκύπτει καθώς η κύρια απαίτηση μας για την καμπύλη που θα χαράξουμε είναι το άθροισμα των τετραγώνων των αποστάσεων των πειραματικών μας σημείων από την καμπύλη να είναι ελάχιστο. Για τη μελέτη αυτή θα λάβουμε υπόψη μας τις σχέσεις 1.4.1 και τις 1.5.1 έως και την 1.5.9. Για να απλουστεύσουμε το πρόβλημα θα περιγράψουμε τη μέθοδο για την περίπτωση της ευθείας.

Έστω ότι έχουμε σειρά N μετρήσεων με αποτελέσματα xi και yi.

Τότε η αναμενόμενη ευθεία της μορφής y=A+Bx μπορεί να προσδιοριστεί από τους συντελεστές A και B που δίνονται από τις σχέσεις:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 \sum_{i=1}^{N} y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{i=1}^{N} x_i y_i}{D} \qquad 1.5.11$$

$$B = \frac{N\sum_{i=1}^{N} x_i y_i - \sum_{i=1}^{N} x_i \sum_{i=1}^{N} y_i}{D} \qquad 1.5.12$$

όπου

$$D = N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{N} x\right)^2 \qquad 1.5.13$$

Τα σφάλματα στα A και B δίνονται από τις σχέσεις:

$$\delta A = \sigma_y \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2}{D}} \qquad 1.5.14$$

$$\delta B = \sigma_y \sqrt{\frac{N}{D}} \qquad 1.5.15$$

όπου

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(y_i - A - Bx_i\right)^2}{N-2}} \qquad 1.5.16$$

Για να γίνει η διαδικασία πιο κατανοητή, θα την περιγράψουμε με αναφορά σε ένα παράδειγμα. Σε ένα πείραμα μετράται η αντίσταση ***R*** σύρματος μήκους ***L*** Καταχωρούμε τις μετρήσεις σε πίνακα.

α/α	***L*** (cm)	***R*** (kΩ)	***L²*** (cm²)	***RL*** (kΩ cm)
1	10	0.50	100	5
2	20	0.75	400	15
3	30	1.40	900	42
4	40	1.80	1600	72
5	50	2.50	2500	125
6	60	2.80	3600	168
7	70	3.20	4900	224
8	80	4.20	6400	336
9	90	4.50	8100	405

$$\sum_{i=1}^{9} \boldsymbol{L}_i = 450 \qquad \sum_{i=1}^{9} \boldsymbol{R}_i = 21.65 \qquad \sum_{i=1}^{9} \boldsymbol{L}_i^2 = 28500 \qquad \sum_{i=1}^{9} \boldsymbol{R}_i \boldsymbol{L}_i = 1392$$

$$\left(\sum_{i=1}^{9} \boldsymbol{L}_i\right)^2 = 202500$$

Θα φτιάξουμε την γραφική παράσταση ***R=f(L)*** σε ορθογώνιο σύστημα αξόνων x-y.

- Η ποσότητα ***L*** αντιστοιχεί στην μεταβλητή ***x*** και θα απεικονιστεί στον οριζόντιο άξονα.
- Η ποσότητα ***R*** αντιστοιχεί στη μεταβλητή ***y*** και θα απεικονιστεί στον κατακόρυφο άξονα.

Λαμβάνοντας υπόψιν τις τιμές των μεγεθών που μετρήθηκαν, φτιάχνουμε τις κλίμακες στον οριζόντιο και στον κατακόρυφο άξονα. Οι κλίμακες στους δύο άξονες είναι ανεξάρτητες. Δίπλα από κάθε άξονα, δηλώνουμε το σύμβολο του μεγέθους που απεικονίζεται και την αντίστοιχη μονάδα. Στην συνέχεια βάζουμε τα σημεία που αντιστοιχούν στα ζεύγη μετρήσεων χρησιμοποιώντας ένα ευκρινές σύμβολο (στο παράδειγμα χρησιμοποιήσαμε για παράδειγμα τελείες).

→ Εάν από την γραφική παράσταση προκύπτει καμπύλη γραμμή, την χαράσσουμε με την βοήθεια καμπυλόγραμμου. Οι καμπύλες πρέπει να είναι ομαλές και να ακολουθούν την τάση των πειραματικών σημείων. **Ποτέ** δεν ενώνουμε τα πειραματικά σημεία για να χαράξουμε την αντίστοιχη καμπύλη γραμμή.

→ Εάν η σχέση των μεταβλητών είναι γραμμική, χαράσσουμε την ευθεία με την **μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων**, η οποία περιγράφεται παρακάτω.

όπου, η αγκύλη είναι σύμβολο για την μονάδα του κάθε μεγέθους.

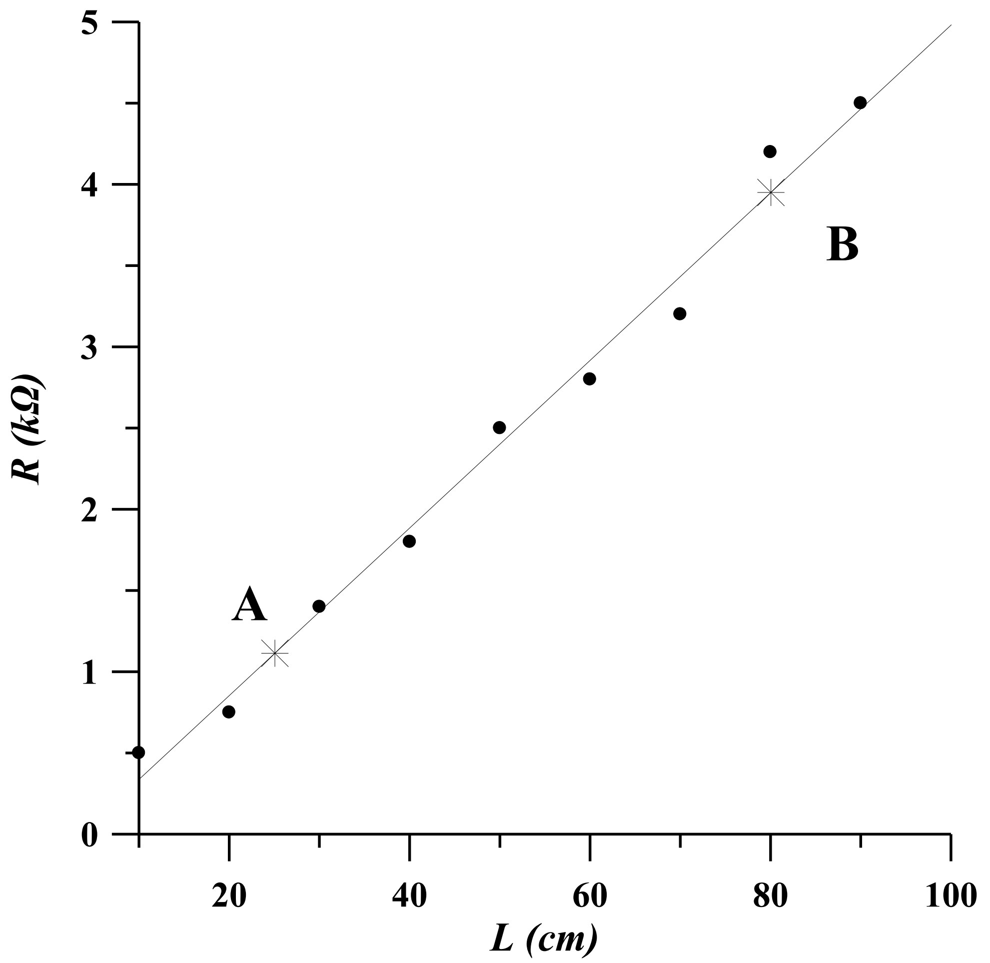
Η εξίσωση της ευθείας είναι:

$$\boldsymbol{R} = 0.0516\boldsymbol{L} - 0.174$$

Για να χαράξουμε την ευθεία, χρειαζόμαστε δύο σημεία. Από την εξίσωση της ευθείας βρίσκουμε:

για L=25 cm είναι R=1.116 kΩ → A (25 , 1.116)
για L=80 cm είναι R=3.954 kΩ → B (80 , 3.954)

Τα σημεία A και B παριστάνονται στην γραφική παράσταση με διαφορετικό σύμβολο από ότι χρησιμοποιήθηκε για τα πειραματικά σημεία (π.χ στην προκειμένη περίπτωση χρησιμοποιήθηκαν αστερίσκοι). Τέλος, με την βοήθεια χάρακα φέρνουμε την ευθεία που περνάει από τα A και B, δηλαδή την ευθεία των ελαχίστων τετραγώνων.



1.6 Διάδοση σφάλματος

Έστω ένα φυσικό μέγεθος, του οποίου την τιμή θέλουμε να προσδιορίσουμε ποσοτικά. Αν η τιμή αυτή προκύπτει από την μέτρηση περισσοτέρων μετρήσιμων ποσοτήτων, τότε στο υπολογισμό του σφάλματος πρέπει να ληφθούν υπόψη τα επιμέρους σφάλματα όλων των διαφορετικών παραγόντων που εμπλέκονται. Σ' αυτήν την περίπτωση τα σφάλματα διαδίδονται μέσα από την υπολογιστική διαδικασία και επηρεάζουν το αποτέλεσμα.

Πριν αναφερθούμε στους ορισμούς ας θυμηθούμε πολύ σύντομα την έννοια της μερικής παραγώγου.

Έστω μια συνάρτηση δύο (2) μεταβλητών f=f(x,y), τότε γράφουμε $\frac{\partial f}{\partial x}$ και διαβάζουμε «*μερική παράγωγος της f ως προς x*» και εννοούμε ότι το $\frac{\partial f}{\partial x}$ είναι το αποτέλεσμα της παραγώγισης της f ως προς τη μεταβλητή x (σαν η f να εξαρτιόταν μόνο από τη μεταβλητή x) συμπεριφερόμενοι στο y σαν να ήταν σταθερά.

Έστω ότι θέλουμε να υπολογίσουμε την ποσότητα $g = f(x, y, z, ...)$ όπου το μετρούμενο φυσικό μέγεθος g, είναι έμμεσα μετρήσιμο και αποτελεί συνάρτηση των άμεσα μετρήσιμων μεγεθών $x, y, z, \ldots$. όπου τα μεγέθη $x, y, z, \ldots$ έχουν σφάλματα $\delta x, \delta y, \delta z, \ldots$

- Ονομάζουμε *μέγιστο απόλυτο σφάλμα* δg_{max} του ζητούμενου φυσικού μεγέθους $g = f(x, y, z, \ldots)$ τη σχέση:

$$\delta g_{max} = \left|\frac{\partial g}{\partial x}\delta x\right| + \left|\frac{\partial g}{\partial y}\delta y\right| + \left|\frac{\partial g}{\partial z}\delta z\right| + \ldots \qquad 1.6.1$$

όπου $\frac{\partial g}{\partial x}$ η μερική παράγωγος της συνάρτησης g ως προς το x

- Ονομάζουμε *ενδεχόμενο σφάλμα* ή *μέγιστο πιθανό σφάλμα* δg την ποσότητα:

$$\delta g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial x}\delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial z}\delta z\right)^2 + \ldots} \qquad 1.6.2$$

- Η *σταθερά απόκλιση σMg* του μεγέθους g υπολογίζεται σύμφωνα με το νόμο της διάδοσης σφαλμάτων κατά Gauss από τη σχέση:

$$\sigma_{Mg} = \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right)\sigma_x^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right)\sigma_y^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial z}\right)\sigma_z^2 + \ldots \qquad 1.6.3$$

όπου σx, σy, σz, είναι οι σταθερές αποκλίσεις, των άμεσα μετρήσιμων μεγεθών $x, y, z, \ldots$

Παράδειγμα 1. 1

Μετρώντας το ρεύμα I που διαρρέει κάποιον αγωγό και την τάση V στα άκρα του μπορούμε από τον τύπο του Ohm να υπολογίσουμε την αντίσταση $R = \frac{V}{I}$. Έστω ότι έχουμε μετρήσει την τάση V με σφάλμα δV (ανεξάρτητα αν είναι σφάλμα ανάγνωσης ή απόλυτο σφάλμα μέσης τιμής) και την ένταση του ρεύματος I με σφάλμα δI. Άμεση μέτρηση της αντίστασης δεν έχουμε, άρα δεν μπορούμε να μιλήσουμε για σφάλμα του R. Είναι όμως προφανές ότι τα σφάλματα των V και I θα έχουν επίδραση και στο R. Στην περίπτωση αυτή λέμε ότι έχουμε διάδοση σφαλμάτων. Και το μέγιστο πιθανό σφάλμα της αντίστασης R δίνεται από τη σχέση 1.6.2:

$$\delta R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial V}\delta V\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial I}\delta I\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\delta V}{I}\right)^2 + \left(\frac{V}{I^2}\delta I\right)^2}$$

Παράδειγμα 1. 2

Ζητάμε να υπολογίσουμε α)τη σταθερά απόκλιση σMR της ωμικής αντίστασης και β)το μέγιστο απόλυτο σφάλμα ενός αντιστάτη που έχει τα εξής χαρακτηριστικά. Αποτελείται *από χάλκινο σύρμα που έχει διάμετρο D=(0.142±0.0006)mm και μήκος L=(94290±30)mm Η ειδική αντίσταση του χαλκού στους 25oC είναι ρ=1,7·10-5Ωmm*

Απάντηση:

Αρχικά υπολογίζουμε την τιμή της ωμικής αντίστασης του αντιστάτη

$$R = \rho \cdot \frac{L}{d} = \rho \cdot \frac{L}{\pi \cdot \left(\frac{D}{2}\right)^2} = \frac{4 \cdot \rho \cdot L}{\pi \cdot D^2} = \frac{4 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-5} \cdot 94290}{\pi \cdot 0.142^2}[\Omega] = 101{,}2\Omega$$

όπου d η κάθετη διατομή του χάλκινου σύρματος.

α) Υπολογισμός της σταθερής απόκλισης σMR

$$\frac{\partial R}{\partial L} = \frac{4 \cdot \rho}{\pi \cdot D^2} = 1{,}07 \cdot 10^{-3}\left[\frac{\Omega}{mm}\right]$$

$$\frac{\partial R}{\partial D} = \frac{-8 \cdot \rho \cdot L}{\pi \cdot D^3} = -1425{,}6\left[\frac{\Omega}{mm}\right]$$

οπότε από τη σχέση 1.6.3 προκύπτει:

σMR = (1.07·10-3)·302 + 1425,6·(0,0006)2→ σMR = 0,96Ω

β) Το ενδεχόμενο σχετικό σφάλμα της R υπολογίζεται και ως εξής:

Λογαριθμίζοντας τη σχέση $R = \frac{4 \cdot \rho \cdot L}{\pi \cdot D^2}$ έχουμε:

Ln(R)=ln(4ρ) + ln(L) – ln(π) - 2ln(D)

και διαφορίζοντας έχουμε:

$$\frac{\delta R}{R} = \frac{\delta L}{L} - 2\frac{\delta D}{D} \text{ ή } \left|\frac{\delta R}{R}\right| = \left|\frac{\delta L}{L}\right| - 2\left|\frac{\delta D}{D}\right|$$

οπότε

$$\left|\frac{\delta R}{R}\right| = \frac{30}{94290} - 2\frac{0{,}0006}{0.142} = 0{,}008$$

Παράδειγμα 1. 3

Για να υπολογίσουμε το μέγιστο απόλυτο σφάλμα δImax καθώς και το ενδεχόμενο σφάλμα δI της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει ένα αντιστάτη γνωστής τιμής R=1kΩ και ανοχής 1% μετρούμε με ένα βολτόμετρο που παρουσιάζει σφάλμα μέτρησης 0,5% την τάση στα άκρα του και η οποία βρέθηκε ίση με V=10V. Ποιο είναι το δImax και το δI;

Απάντηση:

Η τιμή του ρεύματος είναι:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{10}{1}\frac{V}{k\Omega} = 10mA$$

Έχουμε:

δV = (0,5%) × (10V) = 0,05V

δR = (1%) × (1 KΩ) = 10 Ω

$$\frac{\partial I}{\partial V} = \frac{I}{R} = 10^{-3}\ A/V$$

$$\frac{\partial I}{\partial R} = -\frac{V}{R^2} = -\frac{10}{10^6}\ A/\Omega = -10^5\ A/\Omega$$

Το μέγιστο απόλυτο σφάλμα μετρήσεως είναι (1.6.1):

$$\delta I_{max} = \left\{\left(10^{-3} \times 0{,}05\right) + \left(10^{-5} \times 10\right)\right\} = 0{,}15\ mA$$

Το ενδεχόμενο σφάλμα είναι (1.6.2):

$$\delta I = \sqrt{\left(10^{-3} \times 0{,}05\right)^2 + \left(10^{-5} \times 10\right)^2} = 0{,}11\ mA$$

Το σχετικό μέγιστο απόλυτο σφάλμα της μέτρησης είναι:

$$\frac{\delta I_{max}}{I} = \left(\frac{0{,}15}{10}\right) \times 100\% = 1{,}5\ \%$$

ενώ το σχετικό ενδεχόμενο σφάλμα είναι:

$$\frac{\delta I}{I} = \left(\frac{0{,}11}{10}\right) \times 100\% = 1{,}1\ \%$$

Παράδειγμα 1. 4

Θέλουμε να υπολογίσουμε την τιμή της αντίστασης R ενός αντιστάτη. Προς το σκοπό αυτό μετρούμε την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος και την τάση στα άκρα του αντιστάτη και παίρνουμε τις τιμές του πίνακα 1.1 (με δU=0,2V και δI=1mA)

Πίνακας 1. 1

U (V)	5	7	9	11	13	15	18	20
I (m A)	26	35	43	51	58	65	75	79

Από τον τύπο του Ohm υπολογίζουμε την τιμή της αντίστασης R για διάφορες τιμές του U όπως φαίνεται στον πίνακα 1.2

Πίνακας 1. 2

U (V)	I (mA)	R(Ω)	δR(Ω)	R±δR (Ω)
5	25	192.31	11	192±11
7	35	200	8	200±8
9	43	209.30	7	209±7
11	51	215.69	6	216±6
13	58	224.14	5	224±5
15	65	230.77	5	231±5
18	75	240	4	240±4
20	79	253.16	4	253±4

1.7 Ακρίβεια (accuracy) και ακρίβεια προσέγγισης (precision). Οργανολογία

Στη συνέχεια παρατίθενται οι ορισμοί βασικών εννοιών καθώς και παραδείγματα που σχετίζονται με τη διαδικασία των μετρήσεων και την οργανολογία.

1.7.1 Ακρίβεια (accuracy)

Η *ακρίβεια (accuracy)* δίνει την απόκλιση του οργάνου από μια γνωστή είσοδο ή αλλιώς χαρακτηρίζει τη διαφορά μετρούμενης και πραγματικής τιμής μεγέθους. Δείχνει κατά πόσο κοντά βρίσκεται μια μέτρηση στην πραγματική τιμή. Η ακρίβεια (accuracy) σε μία σειρά μετρήσεων έχει να κάνει με την επαναληπτικότητα των τιμών μέτρησης.

Εκφράζεται είτε ως ποσοστό (εκατοστιαία ακρίβεια):

$$Z(\%) = \left(1 - \left|\frac{r-x}{r}\right|\right) \cdot 100\% \qquad 1.7.1$$

είτε ως απόλυτο νούμερο (σχετική ακρίβεια):

$$Z = 1 - \left|\frac{r-x}{r}\right| \qquad 1.7.2$$

όπου r η πραγματική τιμή και x η μετρούμενη.

Παράδειγμα 1. 5
Η μέτρηση μας με ένα αμπερόμετρο είναι 51mA ενώ η αναμενόμενη τιμή είναι 50mA. Ποια είναι η εκατοστιαία και ποια η σχετική ακρίβεια της μέτρησης μας;

Απάντηση:

Η εκατοστιαία ακρίβεια είναι: $Z(\%) = \left(1 - \left|\frac{50-51}{50}\right|\right) \cdot 100\% = 98\%$

Η σχετική ακρίβεια είναι: $Z = 1 - \left|\frac{50-51}{50}\right| = 0,98$

1.7.2 Ακρίβεια προσέγγισης (precision)

Η *ακρίβεια προσέγγισης (precision)* για μια ακολουθία μετρήσεων καθορίζει το βαθμό προσέγγισης, δηλαδή το πόσο κοντά βρίσκεται η μια μέτρηση στην άλλη. Ή το πόσο κοντά έχει βρεθεί το αποτέλεσμα της μέτρησης στην αληθινή τιμή. Αποτελεί το μέτρο αξιοπιστίας (reliability) και εκφράζεται ως απόλυτο νούμερο:

$$W = 1 - \left|\frac{x-M}{M}\right| \qquad 1.7.3$$

όπου x η τιμή μιας συγκεκριμένης μέτρησης από μία σειρά μετρήσεων και M ο μέσος όρος της σειράς μετρήσεων.

Παράδειγμα 1. 6
Για να ελέγξουμε την ποιότητα ενός θερμοζεύγους θέτουμε τη θερμοκρασία μιας κεραμικής πλάκας στους 150oC. Στη συνέχεια εκτελούμε μια σειρά μετρήσεων και τα αποτελέσματα των μετρήσεων είναι τα ακόλουθα: 152, 150, 155, 148, 153, 150, 147, 151, 151, 149. Να βρεθεί η ακρίβεια προσέγγισης της 6ης και της 7ης μέτρησης.

Απάντηση:

Ο μέσος όρος της ακολουθίας των μετρήσεων είναι:

$$\left(\frac{152+150+155+148+153+150+147+151+151+149}{10}\right) = 150,6^{o}C$$

Επομένως για την 6η μέτρηση η ακρίβεια προσέγγισης είναι (σχέση 1.7.3):

$$W = 1 - \left|\frac{150-150,6}{150,6}\right| = 0,99$$

Ενώ για την 7η μέτρηση η ακρίβεια προσέγγισης είναι:

$$W = 1 - \left| \frac{147 - 150,6}{150,6} \right| = 0,97$$

Μια διαφορά μεταξύ των δύο εννοιών accuracy και precision είναι ότι η μεν πρώτη αναφέρεται σε ποιοτικό προσδιορισμό της ακρίβειας η δε δεύτερη σε ποσοτικό. Θα δείξουμε τη διαφορά με ένα παράδειγμα:

Παράδειγμα 1. 7

Δύο δεκαδικοί αντιστάτες με 10 ενδείξεις ο καθένας έχουν αυξήσεις της αντίστασης της τάξης των 1, 10, 100 και 1000 Ω ανά βήμα. Υποθέστε ότι ο ένας είναι φθηνός χαμηλής ποιότητας, με εγγύηση η μέτρηση του να έχει λάθος 1% ενώ ο άλλος είναι υψηλής ποιότητας με εγγύηση η μέτρηση του να έχει λάθος 0,1%. Και οι δύο αντιστάτες μπορεί να έχουν την ίδια ακρίβεια προσέγγισης (precision) έως 10.000 Ω με βήμα 1Ω καθόσον οι υπολογισμοί έχουν ως αναφορά το μέσο όρο των μετρήσεων. Η ακρίβεια (accuracy) όμως των δύο αντιστατών είναι διαφορετική.

Παράδειγμα 1. 8

Ένα βολτόμετρο έχει ακρίβεια 1% της πλήρους απόκλισης. Εάν η κλίμακα των 100 V χρησιμοποιείται για τη μέτρηση τάσεων (α) 80 V και (β) 12 V, πόσο ακριβείς είναι οι μετρήσεις;

Απάντηση:

Εφόσον το όργανο είναι ακριβές στο 1% της μέγιστης τιμής της κλίμακας των 100 V, κάθε μέτρηση θα έχει ακρίβεια (1%) $\times$ (100 V)=1 V.

Έτσι το σφάλμα της 80V μέτρησης θα είναι 80 $\pm$ 1V.

Το πιθανό ποσοστιαίο σφάλμα είναι:

$$\text{σφάλμα (\%)} = \frac{|\text{πραγματική τιμή - μετρούμενη τιμή}|}{\text{πραγματική τιμή}} \times 100\% \rightarrow$$

$$\text{σφάλμα (\%)} = \frac{|80 - 79|}{80} \times 100\% \cong 1,25\%$$

Το σφάλμα του οργάνου στη μέτρηση των 12 V είναι βέβαια πάλι 12 $\pm$ 1V.

Το πιθανό ποσοστιαίο σφάλμα είναι:

$$\text{σφάλμα (\%)} = \frac{|12 - 11|}{12} \times 100\% \cong 8\%$$

1.7.3 Αναγνωσιμότητα, ευαισθησία, διακριτικότητα και συνέπεια ενός οργάνου μετρήσεων

Η *αναγνωσιμότητα (readability)* αναφέρεται μόνο σε όργανα με αναλογική ένδειξη. Ο όρος αναγνωσιμότητα ενός οργάνου περιγράφει πόσο κοντά μπορεί να διαβαστεί η κλίμακά του. Π.χ. ένα θερμόμετρο με κλίμακα μήκους 10cm θα έχει μεγαλύτερη αναγνωσιμότητα από ένα θερμόμετρο με κλίμακα 5cm.

Η *ευαισθησία (sensitivity)* ενός μετρητικού οργάνου είναι ο λόγος της μεταβολής της απόκρισης προς τη μεταβολή της μετρούμενης ποσότητας. Π.χ. έστω ένα καταγραφικό 2mV με μήκος κλίμακας 50mm. Η ευαισθησία είναι 50mm/2mV ή 25mm/mV

Η *διακριτικότητα* (resolution) ενός οργάνου είναι ο καθορισμός της μικρότερης διαφοράς που το όργανο μπορεί να προσδιορίσει σε σχέση με το μετρούμενο άγνωστο μέγεθος.

Η *συνέπεια* (consistency) ενός οργάνου καθορίζει το πόσο κοντά συμπίπτουν η ακρίβεια προσέγγισης και η διακριτικότητα του οργάνου.

1.8 Χαρακτηριστικά των πειραματικών δεδομένων

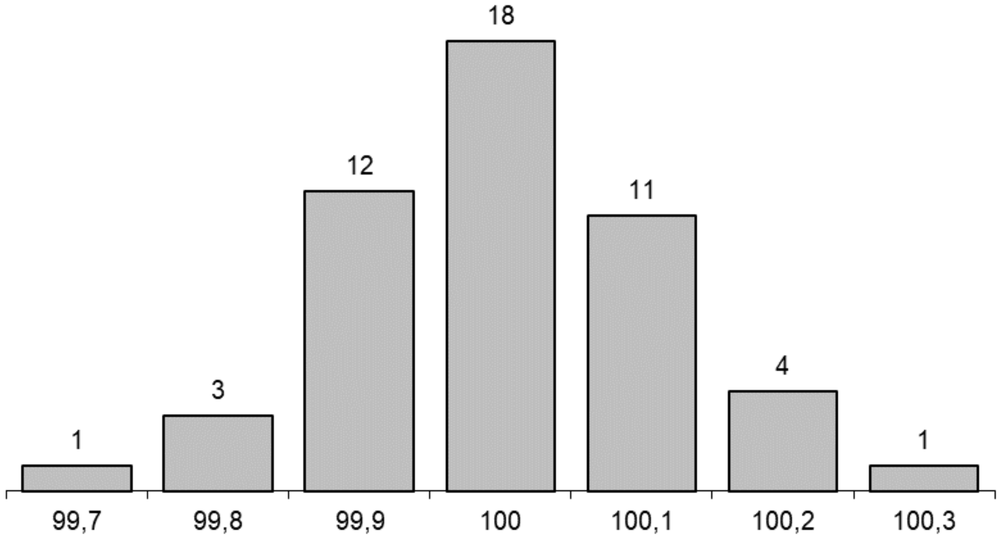
Η κατανομή των στοιχείων σε μια ομάδα μετρήσεων μπορεί να γίνει με διάφορους τρόπους ένας των οποίων είναι το block διάγραμμα των δεδομένων.

Ας υποθέσουμε ότι μετρούμε την αντίσταση 50 αντιστατών ονομαστικής τιμής 100Ω που επιλέγονται τυχαία από τη γραμμή παραγωγής. Ή οι μετρήσεις αναφέρονται σε ένα μόνο αντιστάτη και η διαδικασία μέτρησης επαναλαμβάνεται 50 φορές. Τα στοιχεία καταγράφονται στον πίνακα 1.3.

Πίνακας 1. 3 Μετρήσεις τιμής αντίστασης

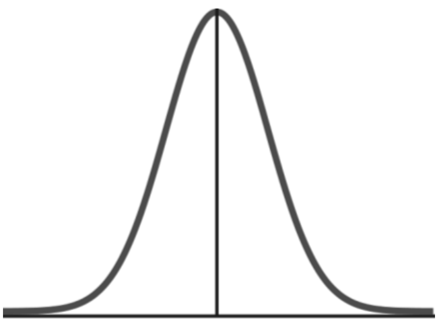
Τιμή αντίστασης (Ohms)	Αριθμός Μετρήσεων	Ποσοστό Ολικών Μετρήσεων
99,7	1	0,02
99,8	3	0,06
99,9	12	0,24
100,0	18	0,36
100,1	11	0,22
100,2	4	0,08
100,3	1	0,02
Σύνολο	50	1,00

Στο παρακάτω σχήμα 1.1 φαίνεται το διάγραμμα της συχνότητας εμφανίσεως των διαφόρων τιμών της αντίστασης.



Σχήμα 1. 1 Συχνότητα εμφάνισης των διαφόρων τιμών της αντίστασης

Μια μεγάλη ομάδα μετρήσεων εμφανίζεται στην κεντρική τιμή των 100,0 Ω ενώ οι υπόλοιπες τιμές κατανέμονται πάνω και κάτω από την κεντρική τιμή. Εάν αυξήσουμε τον αριθμό των μετρήσεων, πχ. 200 μετρήσεις και ταυτόχρονα τις ομαδοποιήσουμε σε μικρότερα βήματα, πχ. των 0,01Ω αναμένουμε ένα διάγραμμα της ίδιας γενικής μορφής. Μάλιστα δε, για ένα αρκετά μεγάλο αριθμό παρατηρήσεων το διάγραμμα εμφανίζεται σαν μια συνεχής καμπύλη, ενώ εξακολουθεί να έχει την ίδια γενική μορφή. Μια τέτοια καμπύλη φαίνεται στο Σχήμα 1.2 και πολλά πειραματικά δεδομένα παρουσιάζουν κατανομή ιστογράμματος παρόμοια του Σχήματος 1.2.



Σχήμα 1. 2

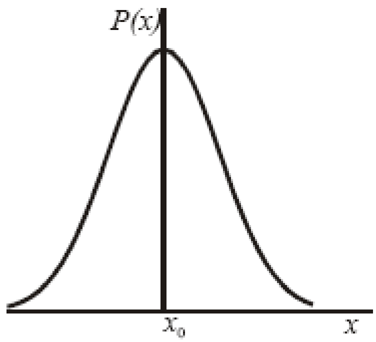
Το διάγραμμα της σχετικής εμφάνισης συγκεκριμένων τιμών της αντίστασης είναι εξαιρετικής σημασίας γιατί δίνει την ευκαιρία σύζευξης με την έννοια της καμπύλης του νόμου των πιθανοτήτων.

1.8.1 Βασικές αρχές της θεωρίας των τυχαίων σφαλμάτων

Θα δώσουμε τώρα τα βασικά σημείο της θεωρίας των τυχαίων σφαλμάτων, που αποτελεί μέρος της θεωρίας των πιθανοτήτων, χωρίς όμως να παρουσιάσουμε αποδείξεις παρά μόνο τους βασικούς τύπους που είναι απαραίτητοι για την επεξεργασία των μετρήσεων· στο εργαστήριο.

Έστω ότι μετρούμε κάποιο μέγεθος η πραγματική τιμή του οποίου είναι xo. Εξηγήσαμε ήδη ότι η μέτρηση δεν θα μας δώσει την τιμή xo, αλλά κάποια άλλη, έστω x. Διάφορες μετρήσεις θα μας δίνουν διαφορετικά x, χωρίς βέβαια να αποκλείεται να πάρουμε και το xo, μόνο που δε θα ξέρουμε ποιο είναι (!).

Μετρούμε λοιπόν το μέγεθος αυτό N φορές και σχεδιάζουμε την καμπύλη $P(x) = \frac{n(x)}{N}$, όπου η(x) ο αριθμός των μετρήσεων· που είχαν σαν αποτέλεσμα x. Αποδεικνύεται πως όταν N→∞ η καμπύλη αυτή έχει τη μορφή του σχήματος 1.3, δηλαδή είναι απόλυτα συμμετρική ως προς την πραγματική τιμή xo και τείνει ασυμπτωτικά στο μηδέν για xo →∞.



Σχήμα 1. 3

Η συνάρτηση P(x) είναι πυκνότητα πιθανότητας, αυτό σημαίνει πως το ολοκλήρωμα

$$P(\alpha,\beta) = \int_{\alpha}^{\beta} P(x)dx$$

δίνει την πιθανότητα το αποτέλεσμα μιας μέτρησης να βρίσκεται στην περιοχή $\alpha \le x \le \beta$. Από τον ορισμό προκύπτει ότι θα ισχύει η σχέση

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(x)dx = 1$$

δηλαδή ότι το εμβαδόν της περιοχής που βρίσκεται ανάμεσα στην καμπύλη P(x) και τον άξονα των x είναι πάντα ίσο με την μονάδα.

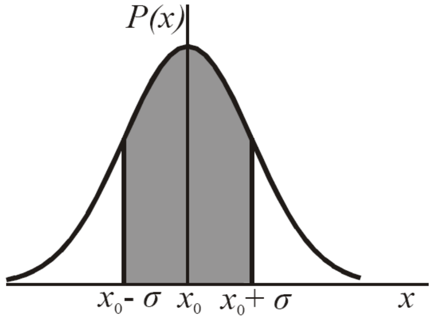
Αποδεικνύεται πως η συνάρτηση, η μορφή της οποίας παριστάνεται στο σχήμα 1.3 είναι μια πολύ γνωστή συνάρτηση *πυκνότητας πιθανότητας*, η αλλιώς *κατανομή,* που ονομάζεται *κανονική κατανομή ή κατανομή Gauss* και δίνεται από τη σχέση:

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_o)^2}{2\sigma^2}} \qquad 1.8.1$$

Στον τύπο 1.8.1 το P(x) δίνει την πιθανότητα να υπάρχει η απόκλιση x-xo. Επίσης εμφανίζεται ένα μέγεθος, το σ, το οποίο ονομάζεται *τυπική απόκλιση*.

Το διάγραμμα κατανομής του Gauss εκφράζει την πιθανότητα εμφάνισης μιας συγκεκριμένης μορφής μέτρησης ή της απόκλισης της από την ονομαστική τιμή.

Το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη του Gauss μεταξύ δύο ορίων παριστάνει τον αριθμό των περιπτώσεων από τις συνολικές παρατηρήσεις που πέφτει μέσα σε αυτά τα όρια απόκλισης. Εκφράζεται σαν το ποσοστό του συνολικού αριθμού των παρατηρήσεων. Το εμβαδόν από -∞ μέχρι +∞ όπως ήδη αναφέραμε είναι 1. Το εμβαδόν από -σ μέχρι +σ δίνει τον αριθμό των περιπτώσεων που διαφέρουν από τη μέση τιμή κατά όχι περισσότερο από την τιμή της τυπικής απόκλισης (Σχήμα 1.4).



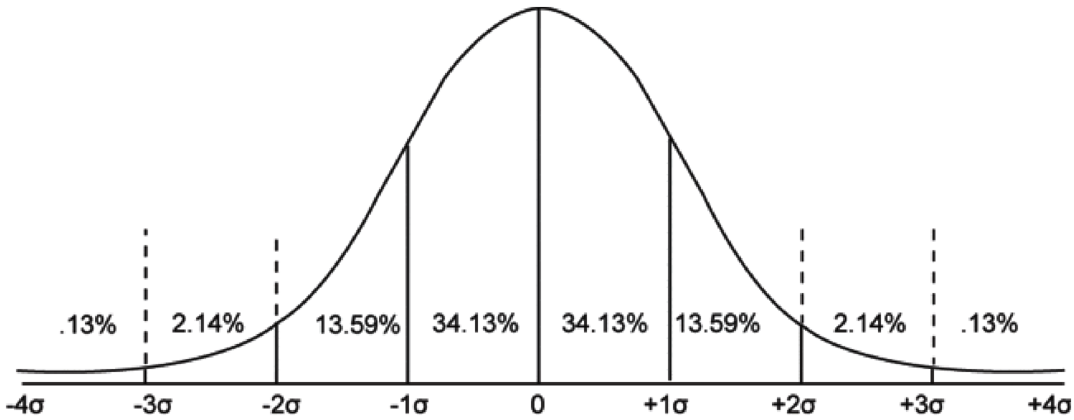
Σχήμα 1. 4

Το εμβαδόν βρίσκεται ολοκληρώνοντας την καμπύλη ή από πίνακες και για τα όρια από -σ μέχρι +σ είναι 0,68 ή 68%.

Μεταξύ των ορίων $\pm 0{,}6745 \times \sigma$ περιλαμβάνονται οι μισές περιπτώσεις των πειραματικών δεδομένων. Τα όρια αυτά ονομάζονται τα 50% όρια πιθανότητας και μας δίνουν το «πιθανό σφάλμα». Στον παρακάτω πίνακα 1.4 δίνονται τα ποσοστά του εμβαδού κάτω από την καμπύλη Gauss σε συνάρτηση με την αντίστοιχη τυπική απόκλιση, ενώ στο σχήμα 1.5 φαίνεται η γραφική απεικόνιση του πίνακα 1.4

Πίνακας 1. 4 Τιμές της τυπικής απόκλισης σε συνάρτηση με το ποσοστό εμβαδού

Τυπική Απόκλιση (±)	Ποσοστό εμβαδού
0,647σ	0,500
1σ	0,6826
2σ	0,9543
3σ	0,9972



Σχήμα 1. 5

1.9 Δυνάμεις του δέκα και η συντομογραφία τους

Συχνά η απεικόνιση πολύ μικρών ή πολύ μεγάλων αριθμών γίνεται χρησιμοποιώντας τις αντίστοιχες δυνάμεις του δέκα.

Παραδείγματα:

- 1.390.000 = 1,39·106
- 0,000032 = 3,2·10-5

Στον παρακάτω πίνακα 1.5 δίνονται τα προθέματα και τα σύμβολα των δυνάμεων του δέκα.

Πίνακας 1. 5

Πολλαπλασιαστής	Πρόθεμα	Συντομογραφία
1012	τέρα	T
109	γίγα	G
106	μέγα	M
103	κίλο	K
102	έκτο	h
101	δέκα	da
10-1	ντέσι	d
10-2	σέντι	c
10-3	μίλλι	m
10-6	μίκρο	μ
10-9	νάνο	n
10-12	πίκο	p
10-15	φέμτο	f
10-18	άττο	a

Παραδείγματα:

- 10.000 Ohms = 10 Kiloohms = 10KΩ
- 10-6 Farads = 1 microfarad = 1μF
- 10-3 Ampere = 1 milliampere = 1mA

ΑΣΚΗΣΗ 1 : ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΕΚΡΕΜΜΕΣ

Α. Θεωρητικό μέρος

Ονομάζουμε υλικό σημείο ένα γεωμετρικό σημείο με μάζα. Όπως φαίνεται από τον ορισμό το υλικό σημείο έχει μόνο θεωρητική έννοια και δεν είναι δυνατόν να υπάρξει στην πράξη αφού το μαθηματικό σημείο δεν έχει διαστάσεις άρα ούτε και όγκο πράγμα που έχει ως επακόλουθο το ότι δεν μπορεί να έχει και μάζα.. Στις εφαρμογές θεωρείται σαν υλικό σημείο κάποια μάζα, που βέβαια καταλαμβάνει όγκο, όταν αυτός ο όγκος δεν επηρεάζει αισθητά τα αποτελέσματα του φαινομένου. Έτσι κατά την μελέτη φαινομένων της ουράνιας μηχανικής η γη μπορεί να θεωρηθεί σαν υλικό σημείο ενώ δεν μπορεί να θεωρηθεί υλικό σημείο ένα ηλεκτρόνιο κατά την μελέτη φαινομένων της ατομικής και πυρηνικής φυσικής.

Το απλό ή μαθηματικό εκκρεμές είναι και αυτό μία έννοια που όπως και το υλικό σημείο μόνο προσεγγιστικά μπορεί να υπάρξει στην πράξη. Αποτελείται από ένα υλικό σημείο που είναι προσδεμένο μέσω ενός αβαρούς νήματος με κάποιο σταθερό σημείο γύρω από το οποίο μπορεί να περιστρέφεται με ελάχιστες τριβές.

Όταν ένα τέτοιο απλό εκκρεμές αν εκτραπεί από την θέση ισορροπίας του (το νήμα κατακόρυφο) κατά μια μικρή γωνία $\varphi<5.5^{o}$ και αφεθεί ελεύθερο, εκτελεί **απλή αρμονική ταλάντωση**. Για το απλό εκκρεμές αποδεικνύεται ότι η σχέση

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \qquad (1.1)$$

δίνει την περίοδο του εκκρεμούς. Όπως φαίνεται η περίοδος του απλού εκκρεμούς εξαρτάται από το μήκος ℓ του εκκρεμούς και από την επιτάχυνση του πεδίου βαρύτητας g στο οποίο βρίσκεται. Αν είναι γνωστό το ℓ και μετρηθεί το T βρίσκουμε το g.

Λογαριθμίζοντας την σχέση 1.1
Λαμβάνουμε την

$$\log T = \log\frac{2\pi}{\sqrt{g}} + \frac{1}{2}\cdot\log\ell \qquad (1.2)$$

Η σχέση (1.2) είναι γραμμική με κλίση

$$\alpha = \frac{1}{2} = 0.5 \qquad (1.3)$$

και τεταγμένη επί την αρχή

$$\beta = log\frac{2\pi}{\sqrt{g}} \qquad (1.4)$$

Από την σχέση

Β. Πειραματικό μέρος

1. Για καθορισμένο μήκος εκκρεμούς εκτρέψτε το κατά γωνία φ=3^o και μετρήστε τον χρόνο 10 πλήρων αιωρήσεων. Βρείτε τον χρόνο μιας πλήρους αιωρήσεως Τ. επαναλάβατε για γωνία εκτροπής φ=5^o. Υπάρχει διαφορά στην τιμή των δύο μετρήσεων. Εξηγήστε.

2. Εξαρτήστε την σφαίρα του εκκρεμούς έτσι ώστε το μήκος του (από το κέντρο μάζας της σφαίρας μέχρι το σημείο εξαρτήσεως) να είναι 20 cm. Μετρήστε τον χρόνο 10 περιόδων και βρείτε την περίοδο Τ.

Επαναλάβετε την ερώτηση 2 για τιμές του ℓ 30, 40 ,50, 60, 70, 80 και 90 cm.

3. Καταχωρήστε τα αποτελέσματα στον παρακάτω πίνακα:

α/α	ℓ (m)	10T (sec)	T(sec)	logT	log*l*
	0.2				
	0.3				
	0.4				
	0.5				
	0.6				
	0.7				
	0.8				
	0.9				

4. Χαράξτε το διάγραμμα logT - log*l*.

5. Προσδιορίστε από την κλίση της ευθείας την τιμή του α και επίσης του β.

Είναι η τιμή του α=0.5; Από την τιμή του β βρείτε το g. Πόσο είναι το % σχετικό σφάλμα θεωρώντας το $g=9.81ms^{-2}$;

Παρατηρήσεις

Η προσέγγιση του απλού εκκρεμούς είναι απλουστευμένη. Στην πραγματικότητα το νήμα δεν είναι αβαρές ούτε μη εκτατό. Κανονικά σαν κέντρο μάζας πρέπει να λάβουμε το κέντρο μάζας του συστήματος νήμα – σφαίρα. Επειδή αυτό δεν είναι εφικτό, σημειώνουμε ένα σημείο του νήματος ή κάνουμε ένα κόμπο στο σημείο αυτό. Εάν l_c είναι το μήκος από το χρωματισμένο σημείο ή τον κόμπο μέχρι το σημείο εξάρτησης του νήματος και y από το το χρωματισμένο σημείο ή τον κόμπο μέχρι το κέντρο μάζας σφαίρας νήματος τότε θα ισχύει

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_c+y}{g}} \tag{1.4}$$

Από την 1.4 λαμβάνουμε

$$l_c = \frac{g}{4\pi^2}T^2 - y \tag{1.5}$$

6. Επαναλάβατε το βήμα 2

7. Καταχωρήστε τα αποτελέσματα στον παρακάτω πίνακα:

α/α	l_c	10T (s)	T(s)	T^2 (s^2)	$\frac{T^2}{4\pi^2}$ (s^2)
	0.2				
	0.3				
	0.4				
	0.5				
	0.6				
	0.7				
	0.8				
	0.9				

8. Χαράξτε το διάγραμμα l_c - $\frac{T^2}{4\pi^2}$

9. Προσδιορίστε από την κλίση της ευθείας το g.

10. Πόσο είναι το % σχετικό σφάλμα θεωρώντας το $g=9.81ms^{-2}$;

11. Συγκρίνεται αυτό το % σχετικό σφάλμα με το προηγούμενο.

ΑΣΚΗΣΗ 2 : ΕΛΕΥΘΕΡΗ ΠΤΩΣΗ

Α. Θεωρητικό μέρος

Η ελεύθερη πτώση είναι μία κίνηση ευθύγραμμη και ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση ίση με την επιτάχυνση του πεδίου βαρύτητας g. Οι σχέσεις ανάμεσα στο διάστημα και τον χρόνο, την ταχύτητα και τον χρόνο είναι οι ίδιες που συναντήσαμε στην άσκηση της ευθύγραμμης ομαλά επιταχυνόμενης κίνησης, αν όπου γ βάλουμε g. Για αρχικές συνθήκες μηδέν οι σχέσεις αυτές είναι:

$$y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \qquad (1)$$

$$v = gt \qquad (2)$$

Β. Πειραματικό μέρος

Το πείραμα εκτελείται στο εργαστήριο στην αντίστοιχη πειραματική διάταξη Μια αγώγιμη σφαίρα αφήνεται να πέσει κατακόρυφα. Καθώς περνάει από ένα σημείο Α, έρχεται σε επαφή με δύο εύκαμπτα σύρματα και τα βραχυκυκλώνει. Το αποτέλεσμα είναι το ψηφιακό χρονόμετρο με το οποίο είναι συνδεδεμένα τα σύρματα να αρχίσει να μετράει τον χρόνο. Το σφαιρίδιο εξακολουθεί να πέφτει και περνώντας από το σημείο Β έρχεται σε επαφή με δύο άλλα εύκαμπτα σύρματα και το αποτέλεσμα είναι να σταματήσει το ψηφιακό χρονόμετρο. Με την βοήθεια ενός κανόνα μετράμε την απόσταση μεταξύ Α και Β. Σκοπός μας είναι να επαληθεύσουμε την σχέση (1). Υποθέτουμε ότι το σφαιρίδιο πέφτει ελεύθερα δηλαδή ότι η αντίσταση του αέρα κατά την πτώση είναι αμελητέα καθώς επίσης και η άνωση του αέρα.

Από την σχέση (1) με λογαρίθμηση παίρνουμε:

$$log(y) = log(\frac{1}{2}g) + 2\,log(t) \qquad (3)$$

ή

$$log(y) = A + B \cdot log(t)$$

$$A \equiv log(\frac{1}{2}g), B \equiv 2 \qquad (4)$$

Χαράζοντας λοιπόν την σχέση $\log(x) = f(\log(t))$ που θα είναι ευθεία γραμμή, από την τεταγμένη επί την αρχή A και από την κλίση B της ευθείας με σύγκριση με τις τιμές $\log(\frac{1}{2}g)$ και 2 επαληθεύουμε την σχέση (4) άρα και την σχέση (2).

Χαράζοντας μετά την ευθεία $y=f(t^2)$, από την κλίση της που σύμφωνα με την σχέση (1) είναι ίση με $\frac{1}{2}g$, προσδιορίζουμε το g.

1. Ανοίξτε το ψηφιακό χρονόμετρο. Μηδενίστε το και ανασηκώστε τον διακόπτη START προς το επάνω μέρος της συσκευής.
2. Μετρήστε με τον χάρακα την απόσταση μεταξύ των συρμάτων επαφής στην περιοχή του άνω σημείου Α και του κάτω σημείου Β.
3. Ρίξτε την μεταλλική σφαίρα χωρίς αρχική ταχύτητα, αφήνοντας την ακριβώς επάνω από τα σύρματα του σημείου Α με τρόπο ώστε ακριβώς πριν την ρίψη τα σύρματα να μην βρίσκονται σε ηλεκτρική επαφή της σφαίρας.
4. Καταχωρήστε την απόσταση ΑΒ καθώς και την ένδειξη του χρονομέτρου στον πίνακα.

α/α	y (m)	t (sec)	t^2 (sec^2)
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

5. Επαναλάβατε τις εργασίες 2,3 και 4 άλλες 9 φορές.
6. Χαράξτε σε χαρτί log-log το διάγραμμα $log(y) = f(log(t))$ Βρείτε την τεταγμένη επί την αρχή της ευθείας του διαγράμματος καθώς και την κλίση της και συγκρίνετε με τις θεωρητικές τιμές.
7. Υπολογίστε τα t^2 και καταχωρήστε τα στον πίνακα. Χαράξτε το διάγραμμα $x=f(t^2)$ και βρείτε την κλίση της ευθείας. Από την κλίση αυτή βρείτε το g.
8. 10. Πόσο είναι το % σχετικό σφάλμα θεωρώντας το $g=9.81ms^{-2}$;

ΑΣΚΗΣΗ 3 :ΕΥΡΕΣΗ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ ΤΡΙΒΗΣ

Α. Θεωρητικό μέρος

Οι δυνάμεις τριβής εμφανίζονται όταν ένα σώμα κινείται ή τείνει να κινηθεί σε σχέση με ένα άλλο σώμα. Εμφανίζονται κατά ζεύγη (μία σε κάθε ένα από τα δύο σώματα) κατά μήκος των δύο επιφανειών επαφής. Η δύναμη της τριβής για το κάθε σώμα έχει διεύθυνση αυτή της σχετικής κίνησης των δύο σωμάτων και φορά αντίθετη αυτής κίνησης του σώματος στο οποίο εφαρμόζεται.

Οι δυνάμεις τριβής διακρίνονται. στις δυνάμεις στατικής τριβής και στις δυνάμεις κινητικής τριβής ή τριβής ολισθήσεως. Όταν ένα σώμα τείνει να κινειθεί τότε το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ που ασκείταιται στο σώμα αρχίζει να αυξάνει από την τιμή 0 N , ενώ παράλληλα ασκείται σε αυτό μία αντίθετη δύναμη η δύναμη της στατικής τριβής $\vec{f}_s$ Το σώμα όμως δεν μετακινείται μέχρις ότου η τιμή του μέτρου της $\vec{F}$ ξεπεράσει την τιμή $\vec{F}_s$=$\vec{f}_{s,\max}$ πέραν της οποίας αρχίζει να κινείται επιταχυνόμενο κατά την διεύθυνση της $\vec{F}$.
Η τιμή αυτή της δύναμης $\vec{f}_{s,\max}$ ονομάζεται δύναμη μέγιστης στατικής τριβής και δίνεται από την σχέση

$$f_{s,max} = \mu_s F_N \qquad (1)$$

Όπου
F_N είναι το μέτρο της της κάθετης δύναμης (προς την επιφάνεια επαφής) που ασκείται από το ένα σώμα στο άλλο,
μ_s είναι ο συντελεστής στατικής τριβής που εξαρτάται από τις επιφάνειες των δύο σωμάτων. Όσο πιο λείες είναι οι επιφάνειες αυτές τόσο μικρότερη τιμή παίρνει και τόσο μικρότερη είναι η δύναμη τριβής.
Μια σχέση ανάλογη με την (1) ισχύει και για την περίπτωση της κινητικής τριβής, δηλαδή:

$$f_\kappa = \mu_\kappa F_N \qquad (3)$$

όπου

F_N είναι το μέτρο της της κάθετης δύναμης (προς την επιφάνεια επαφής) που ασκείται από το ένα σώμα στο άλλο,
μ_κ είναι ο συντελεστής κινητικής τριβής που εξαρτάται από τις επιφάνειες των δύο σωμάτων και από την σχετική ταχύτητα των δύο σωμάτων. Ο συντελεστής κινητικής τριβής είναι μικρότερος από αυτόν της στατικής.

Β. Πειραματικό μέρος

Το πειραματικό μέρος της άσκησης περιλαμβάνει ένα κεκλιμένο επίπεδο μεταβαλλόμενης γωνίας κλίσεως Για την μέγιστη γωνιά κλίσεως για την οποία δεν έχουμε ολίσθηση (που δεχόμαστε ότι είναι περίπου ίση με την ελάχιστη για την οποία έχουμε ολίσθηση) Ισχύει,

$$\mu_s = \tan\varphi \qquad (3)$$

Μετρώντας λοιπό την γωνία φ και βρίσκοντας την tanφ έχουμε βρεί τον συντελεστή στατικής τριβής. Οι τιμές κυμαίνονται από λίγα εκατοστά της μονάδας μέχρι μία μονάδα. Ο συντελεστής ύπαρξης μοριακών δυνάμεων συνοχής μπορεί να ξεπεράσει την τιμή 1.

Το ίδιο πείραμα μπορεί να επαναληφθεί ελαφρά διαφοροποιημένο ώστε να μετρήσουμε τον συντελεστή μ_κ κινητικής τριβής. Αυτή την φορά ψάχνουμε να βρούμε την μέγιστη γωνιά φ για την οποία το σώμα σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου ενώ αρχικά ωθείται ώστε να αποκτήσει μια μικρή αρχική ταχύτητα σταματάει πριν φθάσει στην βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Αυτό συμβαίνει όταν:

$$\mu_\kappa = \tan\varphi \qquad (4)$$

Μετρώντας λοιπόν τις γωνίες φ που αναφέραμε παραπάνω βρίσκουμε και τον συντελεστή κινητικής τριβής.

1. Να φέρετε σε οριζόντια θέση την βάση του κεκλιμένου επιπέδου ρυθμίζοντας τις τέσσερις βίδες που έχει στα στηρίγματα του ώστε ο αέρας που περιέχεται στο που βρίσκεται στην βάση του να βρεθεί ανάμεσα στις γραμμές.
2. Τοποθετείστε στο έξω (άνω) μέρος του κεκλιμένου επιπέδου το μικρότερο από τα δύο ξύλινα ορθογώνια παραλληλεπίπεδα. Ενώ η γωνία κλίσεως είναι μηδέν.
3. Αυξήστε σιγά-σιγά την γωνία κλίσεως έως ότου το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο αρχίσει να ολισθαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο.
4. Διατηρήστε τη γωνία αυτή. Ξανατοποθετήστε το ξύλινο παραλληλεπίπεδο στο άνω μέρος του κεκλιμένου επιπέδου και με μικρές μεταβολές της γωνίας κλίσεως βρείτε την ελάχιστη γωνία κλίσεως για την οποία το παραλληλεπίπεδο ολισθαίνει κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου. Κατά την διάρκεια της διαδικασίας αυτής η τοποθέτηση του παραλληλεπιπέδου στο άνω μέρος του κεκλιμένου επιπέδου να γίνεται ελαφρά ώστε να αποφευχθεί τυχόν ύπαρξη αρχικής ταχύτητας.
5. Καταχωρήστε το αποτέλεσμα της μετρήσεως στον παρακάτω πίνακα

N	φ	μ_s =tanφ	$\bar{\mu}_s$	$\delta\mu_s = \bar{\mu}_s - \mu_s$	$(\delta\mu_s)^2$
1					
2					
3					
4					
5					
		$\sum\mu_s =$			$\sum(\delta\mu_s)^2 =$

6. Επαναλάβατε τις εργασίες 2,3,4 και 5 και καταχωρείστε τα αποτελέσματα στην στήλη 2 του πίνακα 1. Η επανάληψη να γίνει τέσσερις φορές.
7. Για κάθε μια από τις πέντε παραπάνω ευρεθείσες τιμές της φ βρείτε την tanφ. Καταχωρείστε τα αποτελέσματα στην στήλη 3 του πίνακα 1. Έχετε βρει το μ_s.
8. Βρείτε το την μέση τιμή $\bar{\mu}_s$του συντελεστή τριβής.
9. Για κάθε μια από τις πέντε τιμές του n_σ να βρείτε την διαφορά (θετική ή αρνητική)
10. Υψώστε στο τετράγωνο κάθε μια από τις πέντε τιμές του δn_σ και καταχωρείστε τα αποτελέσματα στην τελευταία στήλη. Βρείτε το άθροισμα
11. Από την σχέση $\delta\mu_s = \pm\sqrt{\frac{\sum(\delta\mu_s)^2}{N\cdot(N-1)}}$βρείτε το σφάλμα δn στην μέτρηση της τιμής του n_σ.
12. Η τελική τιμή του n_σ είναι:

$$\mu_s = \bar{\mu}_s \pm \delta\mu_s$$

13. Τοποθετείστε την γωνία κλίσεως του κεκλιμένου επιπέδου σε μία τιμή λίγο μικρότερη από τις τιμές που έχετε στον πίνακα 1. Μετακινείστε ελαφρά το ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο αφού το τοποθετήσετε στο άνω μέρος του κεκλιμένου επιπέδου. Αυξομειώνοντας την γωνία κλίσεως φ βρείτε την μέγιστη γωνία φ_{max} για την οποία το παραλληλεπίπεδο δεν φθάνει στο κάτω μέρος του κεκλιμένου επιπέδου αν και του έχει δοθεί μια μικρή (όσο το δυνατόν μικρότερη) αρχική ταχύτητα με διεύθυνση προς την βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Καταχωρήστε.

ΑΣΚΗΣΗ 4 :Ο ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ HOOKE

Α. Θεωρητικό μέρος

Σύμφωνα με τον νόμο του Hooke αυτό ‘οι παραμορφώσεις των υλικών είναι ανάλογες με το αίτιο το οποίο τις προκαλεί’. Για ένα ελατήριο ισχύει

$$F=-k\Delta x \tag{1}$$

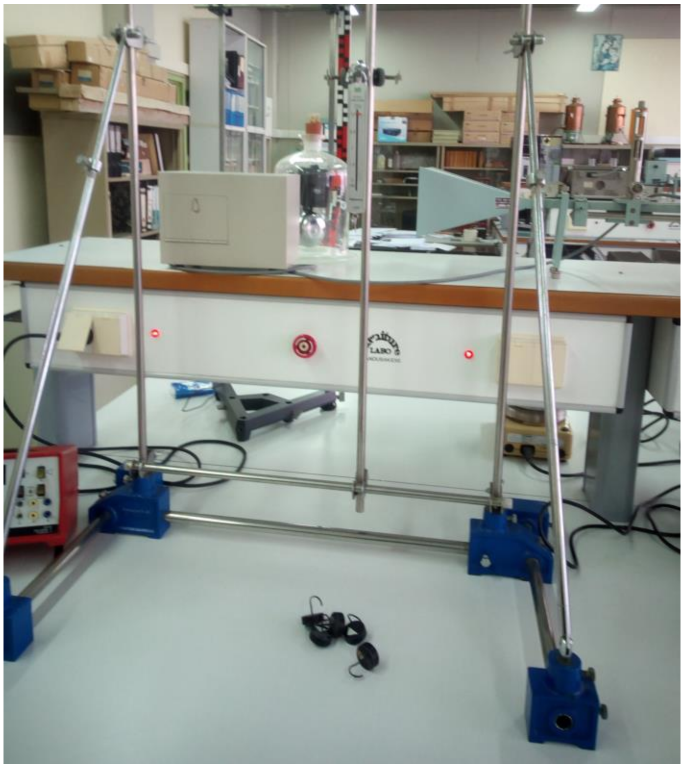
Όπου Δx είναι η μεταβολή του μήκους του ελατηρίου (εφελκυσμός ή συμπίεση) και k είναι η σταθερά του ελατηρίου (σταθερά επαναφοράς)

Ο νόμος του Hooke ισχύει για μεταβολές μέχρι μιας ορισμένης τιμής που ονομάζεται όριο ελαστικότητας. Πέραν της τιμής αυτής έχουμε πλαστικές ή μόνιμες παραμορφώσεις, οι οποίες δεν περιγράφονται από την σχέση (1).

Η εξίσωση (1) περιγράφει δύναμη που προκαλεί απλή αρμονική ταλάντωση. . Αποδεικνύεται ότι η περίοδος της αρμονικής αυτής ταλάντωσης όταν το ελατήριο είναι αβαρές δίνεται από την σχέση:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}} \tag{2}$$

Β. Πειραματικό μέρος



Το ελατήριο είναι τοποθετημένο κατακόρυφα και στο κάτω άκρο του προστίθενται βάρη w. Για κάθε βάρος μετράμε την παραμόρφωση (επιμήκυνση) του ελατηρίου. Αφού η σχέση (1) είναι γραμμική η συνάρτηση w=f(Δx) θα είναι μια ευθεία γραμμή της οποίας η κλίση θα είναι η σταθερά του ελατηρίου. Η
Από την σχέση (2) μπορούμε να βρούμε το k μετρώντας την περίοδο ταλάντωσης Τ. Τα ελατήρια όμως δεν είναι αβαρή. Έχουν κάποια μάζα κατανεμημένη γραμμικά σε όλο το μήκος του ελατηρίου. Η μάζα αυτή δεν λαμβάνεται υπόψη όταν κάνουμε υπολογισμούς με την σχέση (2) και φυσικά η σταθερά k του ελατηρίου που υπολογίζεται από την σχέση αυτή θα έχει κάποιο σφάλμα.
Τα ελατήρια όμως δεν είναι αβαρή. Έχουν κάποια μάζα κατανεμημένη γραμμικά σε όλο το μήκος του ελατηρίου. Η μάζα αυτή δεν λαμβάνεται υπόψη όταν κάνουμε υπολογισμούς με την σχέση (2) Είναι δυνατόν να αποδειχθεί θεωρητικά ότι μόνο το 1/3 της μάζας του ελατηρίου συνεισφέρει στην ταλάντωση. Έτσι η σχέση (2) πρέπει να γραφεί με την μορφή:

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m+M/3}{k}} \qquad (3)$$

όπου Μ είναι η μάζα του ελατηρίου.

Γ. Πειραματικό μέρος

1. Τοποθετείστε τον δείκτη στο κάτω άκρο του ελατηρίου και βρείτε επάνω στην κλίμακα (χάρακα) την θέση της ισορροπίας x_o

2. Τοποθετείστε τώρα στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου βάρος 1N και βρείτε την νέα θέση ισορροπίας X_1.
3. Επαναλάβετε την εργασία 2 και για βάρη 2 N, 3 N, 4 N, 5 N. (Οι τιμές των βαρών εξαρτώνται από τις διαθέσιμες μάζες στο εργαστήριο), Καταχωρείστε τα αποτελέσματα στον πίνακα (δηλαδή τις τιμές x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 που βρίσκεται κάθε φορά το κάτω άκρο του ελατηρίου).

α/α	m(kg)	w (N)	x(m)	$\Delta x=x-x_o$ (m)
1				
2				
3				
4				
5				

4. Συμπληρώστε βρίσκοντας την επιμήκυνση του ελατηρίου $\Delta x_J=x_J-x_o$ όπου j η τιμή (1,2,3,4,5) του αντίστοιχου α/α.
5. Σχεδιάστε σε την σχέση w=f(Δx) και υπολογίστε την σταθερά k του ελατηρίου από την κλίση της ευθείας.
6. Με το ελατήριο φορτισμένο με βάρος 3N εκτρέψτε ελαφρά το ελατήριο από την θέση ισορροπίας και μετρήστε τον χρόνο 10 T πλήρων αιωρήσεων. Βρείτε την περίοδο T.
7. Από την σχέση (2) βρείτε την σταθερά του ελατηρίου k.
8. Συγκρίνετε τις δύο τιμές. Ποια τιμή του k νομίζετε ότι είναι πιο σωστή; Εξηγήστε γιατί.
9. Ζυγίστε το ελατήριο και βρείτε την μάζα του M.
10. Χρησιμοποιώντας την σχέση (3) και την περίοδο της ταλάντωσης που μετρήθηκε βρείτε ξανά την σταθερά k του ελατηρίου.
11. Συγκρίνετε την με την τιμή που βρήκατε στο βήμα 5. Προσεγγίζουν οι δύο τιμές;

ΑΣΚΗΣΗ 5 :ΕΥΡΕΣΗ ΤΗΣ ΣΥΧΝΟΤΗΤΑΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗΣ ΕΝΟΣ ΔΙΑΠΑΣΩΝ

Α. Θεωρητικό μέρος

Ένα διαπασών είναι στερεωμένο σε κατακόρυφο στήριγμα. Αυτό συνδέεται με μία χορδή. Το άλλο άκρο της χορδής εφάπτεται σε μια τροχαλία και τίνεται από το βάρος w που είναι κρεμασμένο στο άλλο άκρο της

Όταν το διαπασών διεγείρεται σε ταλάντωση με ένα ελαφρό κτύπημα του άνω σκέλους με το σφυρί, διαδίδεται ένα αρμονικό τρέχον κύμα κατά μήκος της τεντωμένης χορδής. Το κύμα ανακλάται στο άλλο άκρο της χορδής, που παραμένει ακλόνητο και συνεχώς αλλάζει η φάση του 180^o. Το ανακλώμενο κύμα διαδίδεται κατά μήκος της χορδής αντίθετα προς το αρχικό (προσπίπτον) κύμα. Από την συμβολή των δύο κυμάτων είναι δυνατόν να σχηματισθούν στάσιμα κύματα, όταν το μήκος της χορδής L είναι πολλαπλάσιο του λ/2, δηλαδή:

$$L = n\frac{\lambda}{2} \tag{1}$$

όπου λ είναι το μήκος του τρέχοντος κύματος και η=1,2,3,… Όταν σχηματίζονται στάσιμα κύματα η χορδή ταλαντώνεται με την συχνότητα του διαπασών. Πάνω στη χορδή σχηματίζονται κοιλίες κινήσεως και δεσμοί κινήσεως. Δεσμοί είναι τα σημεία που παραμένουν ακίνητα, ενώ κοιλίες είναι τα τμήματα της χορδής μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών.

Η συχνότητα ταλάντωσης της χορδής δίνεται από την εξίσωση:

$$\nu = \frac{1}{2\ell}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \tag{2}$$

όπου ℓ είναι η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών (ή κοιλιών), F είναι η τάση της χορδής και μ είναι η γραμμική πυκνότητα της χορδής δηλαδή το πηλίκο της μάζας ενός τμήματος της προς το αντίστοιχο μήκος της.

Όταν η σχέση (1) δεν ικανοποιείται, δεν σχηματίζονται στάσιμα κύματα και η χορδή δεν ταλαντώνεται σε συντονισμό.

Β. Πειραματικό μέρος

1. Κρεμάστε ένα βάρος 1Ν στο ελεύθερο άκρο της χορδής, ώστε να είναι τεντωμένη και ρυθμίστε το ύψος της τροχαλίας ώστε η χορδή να είναι οριζόντια.
2. Με το σφυρί δώστε ένα ελαφρό κτύπημα στο άνω σκέλος του διαπασών, ώστε να τεθεί σε ταλάντωση. Μεταβάλλετε κατά μικρά βήματα την απόσταση ΑΓ (Διαπασών- σημείο επαφής τροχαλίας) μετατοπίζοντας το κατακόρυφο στήριγμα του διαπασών, μέχρι να σχηματιστούν δεσμοί και κοιλίες δηλαδή στάσιμα κύματα. Μεγιστοποιήστε το πλάτος ταλάντωσης στις κοιλίες με προσεκτική μεταβολή της απόστασης ΑΓ.
3. Μετρήστε τον αριθμό n των κοιλιών και το μήκος ΑΓ. Το πηλίκο $\ell = \mathrm{A\Gamma}/\mathrm{n}$ δίνει την απόσταση των διαδοχικών δεσμών.
4. ΝΑ επαναλάβετε την διαδικασία των βημάτων 1, 2 και 3 για (5) διαφορετικά βάρη και να συμπληρώσετε τον πίνακα.

α/α	w (N)	ℓ (cm)

5. Να ζυγίσετε το μικρό τμήμα της χορδής, να μετρήσετε το μήκος του και να υπολογίσετε την γραμμική πυκνότητα μ και το σφάλμα της.

6. Να γίνει το διάγραμμα της τάσης της χορδής έναντι του ℓ^2 και να χαράξετε την καλύτερη ευθεία δια μέσου των πειραματικών σημείων.

7. Να υπολογίσετε την κλίση της ευθείας και στην συνέχεια την συχνότητα του διαπασών. (Η σχέση 2 μπορεί να πάρει την μορφή:

$$\nu^2 = \frac{1}{4\ell^2}\frac{F}{\mu} \Rightarrow F = 4\nu^2\mu\ell^2$$

).

8. Να υπολογίσετε την συχνότητα χρησιμοποιώντας ένα ζεύγος τιμών (B, ℓ) από τον πίνακα και την σχέση (2). Να συγκρίνετε με την τιμή από το προηγούμενο βήμα. Ποια από τις δύο τιμές είναι πλέον αξιόπιστη και γιατί;

ΑΣΚΗΣΗ 6 : ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΕΣΩΤΕΡΙΚΗΣ ΤΡΙΒΗΣ ΥΓΡΩΝ- (ΙΞΩΔΕΣ)

Α. Θεωρητικό μέρος

Όταν μια σφαίρα πέφτει μέσα σε ένα υγρό το οποίο έχει μικρότερη πυκνότητα από αυτή του υλικού της σφαίρας τότε το βάρος της σφαίρας είναι μεγαλύτερο από την άνωση που δέχεται. Έτσι η σφαίρα κινείται προς τα κάτω υπό την επίδραση της δύναμης:

$$F = w - A \tag{1}$$

Αν υποθέσουμε πράγμα που δεν ισχύει, ότι δεν υπάρχουν δυνάμεις τριβής η σφαίρα διαρκώς θα επιταχύνεται υπό την επίδραση της δύναμης αυτής. Κατά την κίνηση της στην σφαίρα ασκείται δύναμη τριβής που γίνεται ίση με την δύναμη F. Το αποτέλεσμα είναι ότι η σφαίρα από την στιγμή εκείνη εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με οριακή ταχύτητα Εάν η ροή είναι στρωτή (κίνηση σφαίρας μέσα στο ρευστό ή κίνηση του ρευστού στο περιβάλλον της σφαίρας είναι ακριβώς το ίδιο πράγμα), η αντίσταση του ρευστού δίνεται από τον τύπο του STOKES και είναι:

$$T = 6\pi \cdot r \cdot n \cdot \upsilon_{o\rho} \tag{2}$$

όπου n ο συντελεστής εσωτερικής τριβής (ιξώδες) του υγρού, r η ακτίνα της σφαίρας και $\upsilon_{o\rho}$ η οριακή ταχύτητα. Το ιξώδες προσδιορίζεται από την σχέση

$$n = \frac{2r^2 \cdot (\rho_\sigma - \rho_\upsilon) \cdot g}{9 \cdot \upsilon_{o\rho}} \tag{3}$$

Η σχέση (3) ισχύει στην ιδανική περίπτωση που το μήκος του σωλήνα είναι άπειρο και η διάμετρος του είναι άπειρη.

Το εάν η ροή είναι στρωτή ή όχι εξαρτάται από το αν η σταθερή του Reynolds (Re) είναι ή όχι μικρότερη του 1 (για περίπτωση της σφαίρας η σταθερά Re δίνεται από την σχέση:

$$Re = \frac{\rho_\upsilon \cdot r \cdot \upsilon_{o\rho}}{n} \tag{4}$$

Στην περίπτωση κυλινδρικού δοχείου ακτίνας R, εφαρμόζεται η διόρθωση Landenburg οπότε η σχέση (3) γίνεται

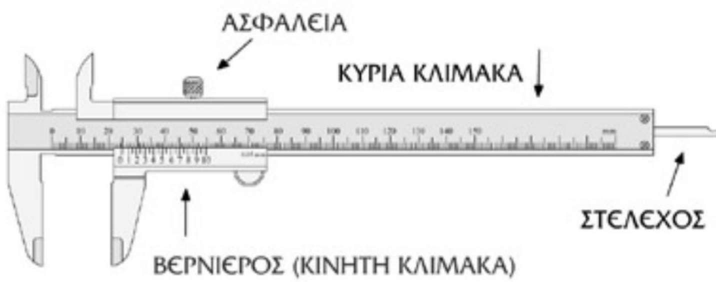
$$n = \frac{2r^2 \cdot (\rho_\sigma - \rho_\upsilon) \cdot g}{9 \cdot \upsilon_{o\rho} (1 + 2.4 \cdot r / R)} \tag{5}$$

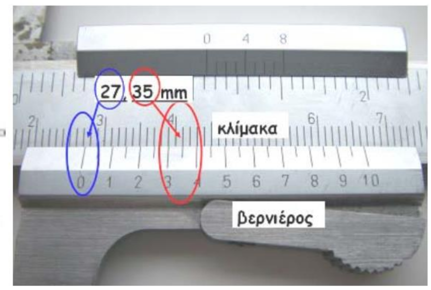
Β. Πειραματικό μέρος

Το πειραματικό μέρος της άσκησης περιλαμβάνει σωλήνα διατομής ακτίνας R που θα πρέπει να μετρηθεί γεμάτο με γλυκερίνη πυκνότητας ρ_υ= 1225 kgr/m^3.

1. Μέτρηση της διαμέτρου του σωλήνα με Διαστημόμετρο – Παχύμετρο

Το διαστημόμετρο





Είναι όργανο που χρησιμοποιείται για την μέτρηση μικρών μηκών (ή παχών). Η μέγιστη τιμή μέτρησης με διαστημόμετρο εξαρτάται από τον τύπο του οργάνου και εκτείνεται συνήθως από τα 15 έως 25 cm. Στο σχήμα φαίνεται η κλίμακα και ο βερνιέρος . Εκτός από τις σιαγόνες στο κάτω μέρος , το διαστημόμετρο διαθέτει και τις σιαγόνες στο πάνω με τις οποίες μπορούμε να μετρήσουμε την εσωτερική διάμετρο ενός σωλήνα ή το πάχος μιας εντομής.

Όταν το διαστημόμετρο είναι κλειστό τότε θα πρέπει το 0 του βερνιέρου του διαστημομέτρου να συμπίπτει ακριβώς με το μηδέν της κλίμακας του οργάνου. Πολλές φορές όμως λόγω φθοράς ή κακής κατασκευής του οργάνου αυτό δεν συμβαίνει. Για να μην κάνουμε σφάλμα (συστηματικό), κατά τις διάφορες μετρήσεις υπολογίζουμε την ‘μετάθεση του μηδενός’.

Είναι φανερό ότι η μετάθεση του μηδενός είναι συστηματικό σφάλμα, εφ’ όσον το γνωρίζουμε μπορούμε να το εξαλείψουμε. Έτσι, όταν το μηδέν της κλίμακας του βερνιέρου βρίσκεται αριστερά από την θέση του μηδενός της κύριας κλίμακας του οργάνου τότε η μετάθεση του μηδενός προστίθεται στην τιμή που βρίσκουμε από την μέτρηση. Εάν βρίσκεται δεξιά αφαιρείται.

<u>Ο βερνιέρος</u>

Είναι μια διάταξη με την οποία είναι δυνατόν να μετράμε ενδείξεις ενός οργάνου που αποτελούν κλάσματα των υποδιαιρέσεων της κύριας κλίμακας του οργάνου. Συνήθως η κύρια κλίμακα ενδείξεων ενός οργάνου έχει ‘ανθρώπινες διαστάσεις υποδιαιρέσεων’. Με την έκφραση αυτή εννοούμε ότι η απόσταση από υποδιαίρεση σε υποδιαίρεση είναι τέτοια, ώστε κατά την μέτρηση, αυτός που μετράει, να είναι σε θέση να προσδιορίσει με ασφάλεια, την ένδειξη της μέτρησης με το μάτι του. Με την χρήση του βερνιέρου η ακρίβεια αυτή της μέτρησης γίνεται πιο μεγάλη.

Ονομάζουμε **σταθερά του βερνιέρου,** δβ, την μικρότερη ακρίβεια στην ένδειξη που μπορούμε να βρούμε με την χρήση του βερνιέρου. Αν ο βερνιέρος έχει n υποδιαιρέσεις, τότε ισχύει ότι:

$$\delta\beta = \frac{1}{n}\cdot\delta\kappa \quad . \qquad (6)$$

Εάν έχει 20 υποδιαιρέσεις τότε n=20 και έχουμε

$$\delta\beta = \frac{1}{20}\cdot 1\text{mm} = 0.05\text{mm} \qquad (7)$$

Όταν το διαστημόμετρο είναι κλειστό τότε θα πρέπει το 0 του βερνιέρου του διαστημομέτρου να συμπίπτει ακριβώς με το μηδέν της κλίμακας του οργάνου. Πολλές φορές όμως λόγω φθοράς ή κακής κατασκευής του οργάνου αυτό δεν συμβαίνει. Για να μην κάνουμε σφάλμα (συστηματικό), κατά τις διάφορες μετρήσεις υπολογίζουμε την 'μετάθεση του μηδενός'.

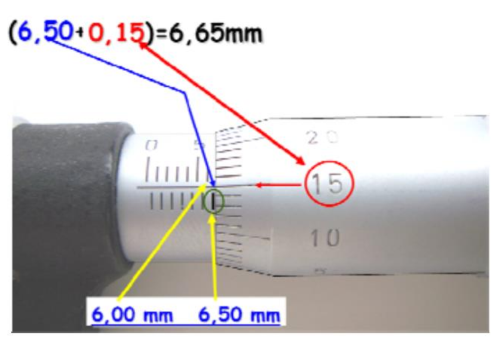
Είναι φανερό ότι η μετάθεση του μηδενός είναι συστηματικό σφάλμα, εφ' όσον το γνωρίζουμε μπορούμε να το εξαλείψουμε. Έτσι, όταν το μηδέν της κλίμακας του βερνιέρου βρίσκεται αριστερά από την θέση του μηδενός της κύριας κλίμακας του οργάνου τότε η μετάθεση του μηδενός προστίθεται στην τιμή που βρίσκουμε από την μέτρηση. Εάν βρίσκεται δεξιά αφαιρείται.

2. Μετρείστε τις διαμέτρους τους 10 όμοιων σφαιρών και υπολογίστε την μέση διάμετρο και από αυτήν την μέση ακτίνα από την σχέση:

R=D/2=……

Το Μικρόμετρο

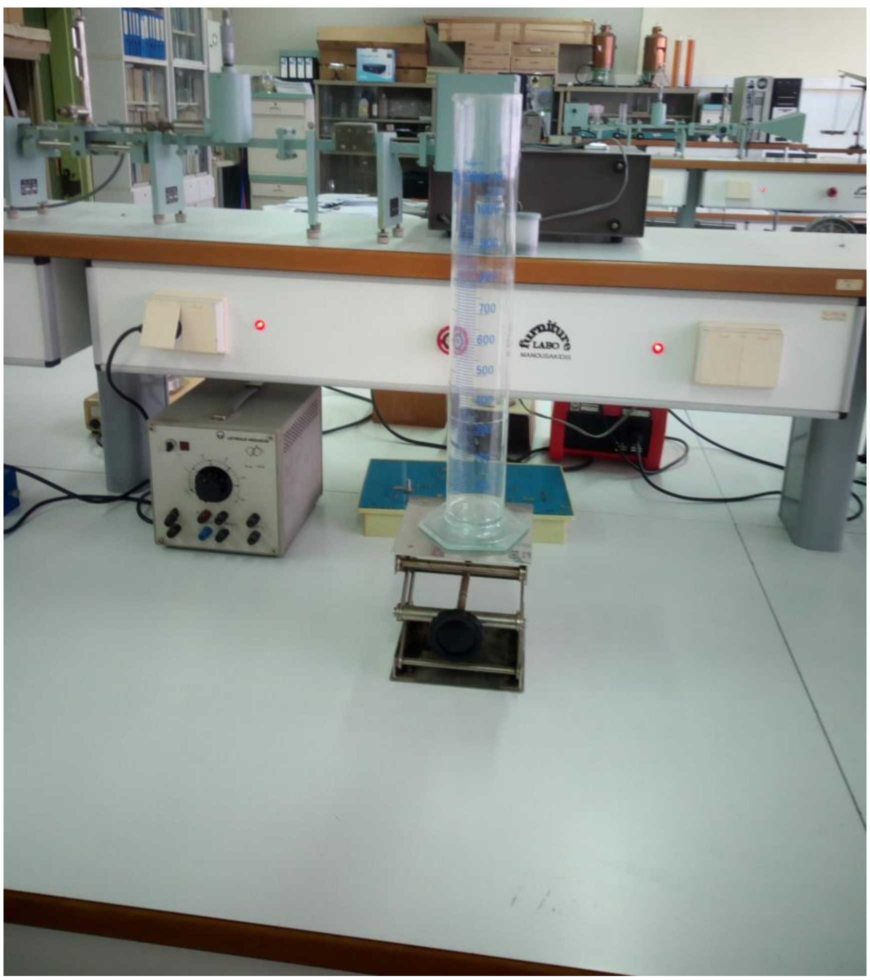
Είναι όργανο που χρησιμοποιείται για μετρήσεις πάχους μικρών αντικειμένων με μεγάλη ακρίβεια. Τα χρησιμοποιούμενα στο εργαστήριο όργανα μετρούν μέχρι 25 mm. Το όργανο αυτό δεν χρησιμοποιεί βερνιέρο, αλλά μια παρόμοια κατασκευή (σχήμα 4), που κάνει την μέτρηση πιο ακριβή αλλά πλέον εύκολη. Οι σιαγόνες των οργάνων ανάμεσα στις οποίες βάζουμε το προς μέτρηση σώμα, μετακινούνται με την περιστροφή ενός κυλινδρικού τυμπάνου. Η περιστροφή αυτή γίνεται ακριβώς όπως γίνεται και η περιστροφή ενός παξιμαδιού σε μια βίδα. Το ρόλο του παξιμαδιού παίζει το εξωτερικό τύμπανο. Το βήμα περιστροφής του τυμπάνου είναι 0.5 mm (μία περιστροφή απομακρύνει ή προσεγγίζει τις δύο σιαγόνες κατά 0.5 mm). Το τύμπανο είναι χαραγμένο γύρω-γύρω με 50 ισαπέχουσες χαραγές. Το ρόλο της βίδας παίζει το οριζόντιο στέλεχος του οργάνου που είναι βαθμολογημένο από 0-25 mm με υποδιαιρέσεις 0.5 mm.



Η μέτρηση γίνεται ως εξής: Τοποθετούμε το προς μέτρηση αντικείμενο ανάμεσα στις ήδη ανοικτές σιαγόνες και περιστρέφουμε το τύμπανο, με τρόπο ώστε οι σιαγόνες να κλείνουν. Για την περιστροφή αυτή, χρησιμοποιούμε το άκρο του μικρόμετρου που είναι κατασκευασμένο ειδικά ώστε να σφίγγει το αντικείμενο πάντα με τον ίδιο τρόπο και έτσι να μην το παραμορφώνει τοπικά. Μετά διαβάζουμε την ένδειξη που αφήνει το τύμπανο να φαίνεται επάνω στην κύρια κλίμακα του οργάνου με ακρίβεια 0.5 mm. Έστω ότι αυτή είναι 7.5 mm. Μετά βλέπουμε ποια ένδειξη του τυμπάνου συμπίπτει με την οριζόντια γραμμή της κύριας κλίμακας και βρίσκουμε έστω 45. Η ένδειξη του οργάνου είναι:

7.5 mm +0.45 mm=7.95 mm.

Και στην περίπτωση του μικρομέτρου θα πρέπει να υπολογίζουμε την μετάθεση του μηδενός και το σφάλμα ανάγνωσης.



3. Με τον ζυγό του εργαστηρίου μετρείστε την μάζα κάθε σφαίρας και υπολογίσατε την μέση μάζα τους

4. Υπολογίσατε την μέση πυκνότητα ρ_σ της σφαίρας:

$$\rho_\sigma = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi \cdot r^3} \qquad (8)$$

5.Αφήνουμε μια σφαίρα να πέσει μέσα στον σωλήνα με το υγρό και μετράμε τον χρόνο που κάνει να φθάσει από την μία στην άλλη κόκκινη γραμμή της κλίμακας που βρίσκεται πίσω από τον σωλήνα. Η σφαίρα αποκτά πολύ σύντομα (πριν διανύσει 20 cm μέσα στην γλυκερίνη) οριακή ταχύτητα.

6. Επαναλαμβάνουμε την εργασία 4 και για τις άλλες 9 σφαίρες.

7. Μετράμε την απόσταση β μεταξύ των δύο κόκκινων γραμμών της κλίμακας.

8. Καταχωρούμε τα αποτελέσματα στον παρακάτω πίνακα:

α/α	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
t (sec)										

9. Βρίσκουμε την μέση τιμή t του χρόνου πτώσεως.

10. Από την σχέση $\upsilon_{o\rho}$=β/t βρίσκουμε την μέση τιμή της οριακής ταχύτητας $\upsilon_{o\rho}$.
Χρησιμοποιώντας την σχέση (4) υπολογίστε την τιμή του n.

11. Βρείτε την σταθερά του για την ροή αυτή.

12. Είναι η ροή στρωτή;

13. Επαναλάβατε τα βήματα 11-13 αλλά με την εφαρμογή της σχέσης (5)

14. Επαναλάβατε τα βήματα 6-14 αλλά με σωλήνα μικρότερης διαμέτρου

15. Σχολιάστε τα αποτελέσματα

ΑΣΚΗΣΗ 7 :ΜΕΤΡΗΣΗ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑΣ ΣΤΕΡΕΩΝ ΚΑΙ ΥΓΡΩΝ

Α. Θεωρητικό μέρος

α. Πυκνότητα στερεών: Η πυκνότητα ενός στερεού όπως είναι το κομμάτι του σιδήρου το οποίο θα χρησιμοποιήσετε στο πείραμα μπορεί να βρεθεί με την εκτέλεση τριών ζυγίσεων. Κατ' αρχήν μετριέται (με ζύγιση) το βάρος του σώματος $w_\sigma = m \cdot g$. Κατόπιν μετριέται το βάρος w_υ ενός δοχείου που περιέχει κάποιο υγρό γνωστής πυκνότητας όπως για παράδειγμα το νερό. Τέλος βυθίζουμε το σώμα μέσα στο υγρό έχοντας το κρεμασμένο από κάποιο σταθερό σημείο και ξαναζυγίζουμε το βάρος $w_\upsilon^{'}$του δοχείου με το υγρό. Αφού το δοχείο με το υγρό ασκεί στο σώμα που είναι βυθισμένο στο υγρό άνωση Α ίση με τον όγκο του σώματος επί την πυκνότητα και αντίθετη (που έχει την ίδια διεύθυνση με το βάρος) στο δοχείο με το νερό. Έτσι η ένδειξη του ζυγού είναι $B_\upsilon^{'} = w_\upsilon + A$. Από την σχέση αυτή παίρνουμε ότι $A = w_\upsilon^{'} - w_\upsilon$. Όμως εξ' ορισμού:

$$\left.\begin{aligned} A &= V_\sigma \cdot \rho_\upsilon \cdot g \\ w_\sigma &= V_\sigma \cdot \rho_\sigma \cdot g \end{aligned}\right\} \Rightarrow A = \frac{w_\sigma \cdot \rho_\upsilon}{\rho_\sigma} \Rightarrow \rho_\sigma = \frac{w_\sigma \cdot \rho_\upsilon}{A} \Rightarrow \rho_\sigma = \frac{w_\sigma \cdot \rho_\upsilon}{w_\upsilon^{'} - w_\upsilon} \qquad (2)$$

Έχοντας μετρήσει τα w_σ, $w_\upsilon^{'}$και w_υ και γνωρίζοντας την πυκνότητα ρ_υ του υγρού από την σχέση (2) υπολογίζουμε το ρ_σ.

β. Πυκνότητα υγρού. Λύνοντας τη σχέση (2) ως προς ρ_υ παίρνουμε:

$$\rho_\upsilon = \rho_\sigma \cdot \frac{w_\upsilon^{'} - w_\upsilon}{w_\sigma} \qquad (3)$$

Έτσι αν γνωρίζουμε την πυκνότητα ρ_σ ενός στερεού σώματος μπορούμε να το χρησιμοποιήσουμε ώστε να βρούμε την πυκνότητα ρ_υ ενός υγρού. Συνήθως βρίσκουμε την πυκνότητα ενός στερεού σώματος με την μέθοδο που περιγράψαμε προηγούμενα χρησιμοποιώντας την πυκνότητα ενός γνωστού υγρού (συνήθως του νερού) και μετά από την γνωστή πλέον πυκνότητα του σώματος μετρώντας τα w_σ, $w_\upsilon^{'}$και w_υ για το υγρό άγνωστης πυκνότητας βρίσκουμε την πυκνότητα ρ_υ του υγρού.

Β. Πειραματικό μέρος

1. Αναγνωρίστε τον ζυγό.
2. Τοποθετείστε στον ζυγό το σώμα και βρείτε το βάρος του w_σ
3. Τοποθετείστε στον ζυγό το ποτήρι ζέσεως που περιέχει νερό. Ζυγίστε το και βρείτε το βάρος του w_υ=
4. Κρεμάστε το σώμα ώστε να βρείτε το νέο βάρος του ποτηριού ζέσεως με το νερό $w_\upsilon^{'}$=
5. Από την σχέση (2) προσδιορίστε την πυκνότητα του σώματος θεωρώντας ότι η πυκνότητα του νερού είναι 1.
6. Στεγνώστε καλά το σώμα.
7. Ζυγίστε το ποτήρι ζέσεως με το λάδι και βρείτε το w_λ=

8. Κρεμάστε το σώμα ώστε να είναι βυθισμένο στο λάδι και βρείτε το νέο βάρος του δοχείου λαδιού $w_{\lambda}^{'}$.

9. Από την σχέση (3) βρείτε την πυκνότητα του λαδιού ρ_{λ}.

ΑΣΚΗΣΗ 9 : ΜΕΤΡΗΣΗ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΔΙΑΣΤΟΛΗΣ ΣΤΕΡΕΟΥ

Α. Θεωρητικό μέρος

Είναι γνωστό ότι όταν αυξηθεί η θερμοκρασία ενός στερεού αυξάνεται και ο όγκος του. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται διαστολή. Εδώ θα αναφερθούμε στα μακροσκοπικά αποτελέσματα που έχει η αύξηση της θερμοκρασίας άρα και της θερμικής ενέργειας σε ένα στερεό του οποίου μας ενδιαφέρει μόνο η μία διάσταση. Συνήθως η γραμμική διαστολή μας ενδιαφέρει όταν έχουμε να κάνουμε με σύρματα ή λεπτές ράβδους.

Ας υποθέσουμε ότι μια λεπτή ράβδος που σε θερμοκρασία θ_1 έχει μήκος L_1 θερμαίνεται σε θερμοκρασία θ_2 και το μήκος της γίνεται L_2. Αποδείχθηκε πειραματικά ότι στην περίπτωση αυτή ισχύει:

$$\Delta L = L_1 \cdot \alpha \cdot \Delta\theta \qquad (1)$$

όπου $\Delta L = L_2 - L_1$, $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$ και α μία σταθερά για όχι πολύ μεγάλες μεταβολές της θερμοκρασίας που ονομάζεται συντελεστής γραμμικής διαστολής του στερεού και που η τιμή του είναι χαρακτηριστικό του υλικού από το οποίο αποτελείται η ράβδος.

Η σχέση (1) παίρνει εύκολα την μορφή:

$$L_2 = L_1 \cdot \left(1 + \alpha \cdot \Delta\theta\right) \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \left(1 + \alpha \cdot \Delta\theta\right) \qquad (2)$$

όπου $L_2 = L_1 + \Delta L$.

Από την τελευταία σχέση βλέπουμε ότι η συνάρτηση $L_2/L_1=f(\Delta\theta)$ είναι ευθεία γραμμή με κλίση ίση με α.

Β. Πειραματικό μέρος

Κατά την εκτέλεση του πειράματος μια ράβδος μεταλλική θερμαίνεται με την βοήθεια ηλεκτρικής αντίστασης που μέσω ενός διακόπτη συνδέεται με τάση 60 V που παίρνουμε από τον μετασχηματιστή. Η θερμοκρασία της ράβδου με την βοήθεια θερμοστοιχείου και απ' ευθείας από το ψηφιακό βολτόμετρο.

Το θερμοστοιχείο αποτελείται από δύο σύρματα της ίδιας διατομής αλλά από (κατάλληλα) διαφορετικά υλικά που έχουν συντηχθεί στο ένα άκρο τους. Στα άκρα κάθε επαφής που αποτελείται από διαφορετικά μέταλλα δημιουργείται μια διαφορά δυναμικού η οποία εξαρτάται για δύο συγκεκριμένα μέταλλα από την θερμοκρασία στην οποία βρίσκεται η επαφή. Το φαινόμενο αυτό εκμεταλλευόμαστε στα θερμοστοιχεία για να μετράμε την θερμοκρασία.

Η ράβδος την οποία θερμαίνουμε έχει το ένα άκρο της στηριγμένο ακλόνητα (σημείο Α) ενώ το άλλο άκρο της είναι ελεύθερο. Στο ελεύθερο άκρο της φέρει μια χαραγή στην οποία στηρίζεται η μία άκρη ενός δείκτη, η άλλη άκρη του οποίου κινείται μπροστά από βαθμολογημένη κλίμακα. Πριν από την έναρξη της θέρμανσης της ράβδου ρυθμίζεται με μετακίνηση του άκρου Α της ράβδου η θέση του δείκτη στο 0 της κλίμακας. Το μήκος του δείκτη είναι έτσι επιλεγμένο ώστε η πραγματική μεταβολή του μήκους της ράβδου να δίνεται κάθε στιγμή από την έναρξη του δείκτη πολλαπλασιασμένη επί K=0.02 mm/υποδιαίρεση. (Η κλίμακα έχει 50 υποδιαιρέσεις).

1. Ρυθμίστε την θέση της ράβδου έτσι ώστε ο δείκτης της βελόνας να δείχνει το μηδέν τη βαθμολογημένης κλίμακας.
2. Με την βοήθεια του κανόνα μετρείστε το αρχικό μήκος L_1 της ράβδου, από το σημείο σταθερής στήριξης (σημείο Α) μέχρι την χαραγή στην οποία στηρίζεται η βελόνα. Μετρείστε επίσης με το θερμόμετρο την θερμοκρασία θ_o του περιβάλλοντος.
3. Συνδέστε στο κύκλωμα το 60 V από το μετασχηματιστή. Κλείστε τον διακόπτη ενώ ταυτόχρονα θέστε σε λειτουργία το χρονόμετρο. Μετρήστε ταυτόχρονα την θερμοκρασία και την επιμήκυνση της ράβδου. Καταχωρήστε τις μετρήσεις στον παρακάτω πίνακα.
4. Επαναλάβετε τις μετρήσεις κάθε 30 sec. Καταχωρήστε τις τιμές στον πίνακα.
5. Βρείτε την διαφορά θερμοκρασίας $\Delta\theta=\theta-\theta_o$.
6. Για κάθε μέτρηση βρείτε την τιμή $(L_1+\Delta L)/L_1 = L_2/L_1$ και χαράξτε το διάγραμμα $L_2/L_1=f(\Delta\theta)$.
7. Από την κλίση της ευθείας αυτής βρείτε τον συντελεστή γραμμική διαστολής της ράβδου.

ΑΣΚΗΣΗ 10 : ΜΗΧΑΝΙΚΟ ΙΣΟΔΥΝΑΜΟ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ

Α. Θεωρητικό μέρος

Η θερμότητα είναι μια μορφή ενέργειας. Είναι γνωστό ότι στο Διεθνές σύστημα μονάδων SI μονάδα ενέργειας είναι το JOULE. Παρά ταύτα όταν κανείς χειρίζεται προβλήματα θερμότητας συναντάει συχνά την θερμότητα μετρημένη με μία άλλη μονάδα το CAL. Αυτό συμβαίνει η θερμότητα και η θερμοδυναμική αναπτύχθηκαν αρχικά σαν μία ανεξάρτητη επιστήμη ξεκομμένη από την υπόλοιπη Φυσική. Αυτό γιατί εκείνη την εποχή δεν ήταν γνωστή η σχέση της κινητικής θεωρίας των αερίων:

$$E = \frac{1}{2} F \cdot N \cdot K \cdot T \qquad (1)$$

που συνδέει την θερμική ενέργεια των αερίων με την απόλυτη θερμοκρασία T και έτσι η θερμοκρασία ορίστηκε αυθαίρετα σαν θεμελιώδης μονάδα και όχι σαν παράγωγη που είναι πραγματικά.

Ακολούθως ορίστηκε και η θερμότητα με την βοήθεια της σχέσης:

$$Q = m \cdot \Delta\theta \cdot C \qquad (2)$$

Που αποτελεί την θεμελιώδη σχέση της θερμιδομετρίας, όπου Q η θερμότητα σε CAL, m η μάζα του σώματος, Δθ η ανύψωση ή ελάττωση της θερμοκρασίας, C η ειδική θερμότητα του σώματος που εξαρτάται μόνο από το υλικό που είναι κατασκευασμένο. Το Q μετράει την θερμότητα που ρέει προς ή από το σώμα σαν συνάρτηση της μεταβολής της θερμοκρασίας. Αν θεωρηθεί αυθαίρετα ότι το C σε CAL/gr για το νερό παίρνει την τιμή 1, τότε από την σχέση (2) ορίζεται το CAL. Αργότερα όταν ανακαλύφθηκε η σχέση (1) θεωρήθηκε δύσκολο να αλλάξουν όλες οι θερμικές μονάδες. Έτσι για την μετατροπή των CAL σε JOULE και αντίστροφα χρησιμοποιείται ένας συντελεστής J που ονομάζεται **μηχανικό ισοδύναμο της θερμότητας.**

Β. Πειραματικό μέρος

Το θερμιδόμετρο αποτελείται από ένα χάλκινο εσωτερικό κυλινδρικό δοχείο μάζας m_1=96.3 gr και ειδικής θερμότητας c_1=0.0919 CAL/gr grad που περιβάλλεται από μονωτικό υλικό. Στο εσωτερικό του θερμιδόμετρου τοποθετείται γνωστή μάζα m_2 νερού και αφού αφεθεί μερικά λεπτά ώστε να φθάσει σε θερμική ισορροπία μετρούμε την ένδειξη του θερμόμετρου. Ακολούθως η ηλεκτρική αντίσταση που είναι τοποθετημένη μέσα στο θερμιδόμετρο συνδέεται με πηγή γνωστής τάσης V. Ρεύμα Ι περνάει από την αντίσταση και με ένα χρονόμετρο μετράμε τον χρόνο διέλευσης του ρεύματος. Σε τακτικά χρονικά διαστήματα παίρνουμε την ένδειξη του θερμόμετρου. Η ηλεκτρική ενέργεια που μετατρέπεται σε θερμότητα στην αντίσταση μέσα στο θερμιδόμετρο δίνεται από την σχέση:

$$W = I \cdot V \cdot \Delta t \quad \text{σε JOULE}$$

όπου Δt ο χρόνος διέλευσης του ρεύματος.

Η θερμική ενέργεια που αποκτάει το νερό και το χάλκινο δοχείο σύμφωνα με τον θεμελιώδη νόμο της θερμιδομετρίας (σχέση 2) είναι:

$$Q = (m_2 \cdot C + m_1 \cdot C_1) \cdot \Delta\theta \quad \text{σε CAL}$$

Υποθέτοντας ότι δεν έχουμε απώλειες ενέργειας οι δύο αυτές ποσότητες ενέργειας είναι ίσες και:

$$J = \frac{I \cdot V \cdot \Delta t}{(m_2 \cdot C + m_1 \cdot C_1) \cdot \Delta\theta} \qquad (3)$$

Απώλειες θερμότητας. Ο νόμος του Νεύτωνα.

Κατά την διάρκεια των πειραμάτων θερμότητας κάποιο ποσό θερμότητας διαρρέει στο περιβάλλον. Η ποσότητα αυτή εξαρτάται από την θερμική μόνωση του θερμιδόμετρου, τα υπάρχοντα ρεύματα αέρα στον περιβάλλοντα θερμιδόμετρο χώρο, την ποσότητα της ακτινοβολούμενης θερμότητας και άλλους δευτερεύοντες λόγους. Οι κατασκευαστές θερμιδόμετρων λαμβάνουν πρόνοια ώστε να έχουν κατά το δυνατόν λιγότερες απώλειες θερμότητας. Το γεγονός αυτό μαζί με την εμπειρία του παρατηρητή (που εκτελεί το πείραμα), μειώνουν αισθητά το σφάλμα στο αποτέλεσμα. Όταν όμως απαιτείται ακρίβεια στις μετρήσεις τότε θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε κάποια μέθοδο για τον προσδιορισμό των απωλειών και την διόρθωση των αποτελεσμάτων.

Ο Νεύτωνας μελέτησε τα φαινόμενα απωλειών θερμότητας και διατύπωσε τον παρακάτω νόμο ψύξεως που φέρει το όνομα του. Σύμφωνα με τον νόμο αυτό: ‘Ο χρονικός ρυθμός απωλειών θερμότητας είναι ανάλογος με την διαφορά θερμοκρασίας Δθ μεταξύ ψυχόμενου (ή θερμαινόμενου) σώματος και του περιβάλλοντος’. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι ο νόμος αυτός ισχύει για διαφορές θερμοκρασίας σώματος-περιβάλλοντος στην περιοχή των 20^o-30^o C. Για διαφορές θερμοκρασίας 50^o-300^oC, ισχύει ο νόμος των Dulong και Pettit, σύμφωνα με τον οποίο ‘ο ρυθμός απωλειών θερμότητας είναι ανάλογος του $\Delta\theta^{5/4}$. Τέλος για μικρότερες του ενός βαθμού Κελσίου, διαφορές θερμοκρασίας, η ψύξη οφείλεται κατ’ εξοχήν σε ακτινοβολία (P. Tarraut 1953).

Εδώ θα μελετήσουμε και θα χρησιμοποιήσουμε για θερμιδομετρικές διορθώσεις τον νόμο ψύξης του Νεύτωνα. Είναι φανερό ότι οι απώλειες θερμότητας εξαρτώνται και από την επιφάνεια S του θερμιδόμετρου. Με την παραδοχή αυτή ο νόμος του Νεύτωνα γράφεται:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = K \cdot S \cdot (\theta - \theta_{\pi\varepsilon\rho}) \qquad (4)$$

όπου $\frac{\Delta Q}{\Delta t}$ είναι ο ρυθμός απώλειας θερμότητας και K μια σταθερά που εξαρτάται από το υλικό και την γεωμετρία του θερμιδόμετρου.

<u>**Διορθώσεις στην θερμιδομετρία με εφαρμογή του νόμου του Νεύτωνα.**</u>

Παίρνουμε μετρήσεις της θερμοκρασίας του θερμιδόμετρου, καθώς αυτό θερμαίνεται ανά 30 sec, (απαραίτητες για την εκτέλεση του πειράματος). Όταν σταματάμε την θέρμανση εξακολουθούμε και παίρνουμε μετρήσεις της θερμοκρασίας του θερμιδόμετρου (πιθανόν τώρα σε μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα, π.χ. κάθε 2 min). Χαράσσουμε το διάγραμμα θ=f(t) από τις μετρήσεις αυτές (συνεχής γραμμή στο σχήμα 1), ισχύει ότι:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = K \cdot S \cdot (\theta - \theta_{\pi\varepsilon\rho}) \text{ ή } \frac{dQ}{dt} = K \cdot S \cdot (\theta - \theta_{\pi\varepsilon\rho}) \,.$$

Στον χρόνο από 0 έως t_1 (συνολικός χρόνος θέρμανσης), έστω ότι έχει χαθεί θερμότητα Q_1 από απώλειες στο περιβάλλον, που εάν δεν είχε χαθεί, τότε η συνάρτηση θ=f(t) θα είχε την μορφή της εστιγμένης καμπύλης (σχήμα 1). Ισχύει ότι:

$$\frac{dQ_1}{dt} = K \cdot S \cdot (\theta - \theta_{\pi\varepsilon\rho}) \text{ ή } dQ_1 = K \cdot S \cdot (\theta - \theta_{\pi\varepsilon\rho}) \cdot dt$$

$$\Rightarrow Q_1 = \int_0^{t_1} K \cdot S \cdot (\theta - \theta_{\pi\varepsilon\rho}) \cdot dt \qquad (5)$$

όπου Q_1 είναι οι απώλειες σε θερμότητα κατά την διάρκεια θέρμανσης και εκτέλεσης του πειράματος) της οποίες επιθυμούμε να γνωρίζουμε: το ολοκλήρωμα $(\theta\text{-}\theta_{\pi\varepsilon\rho})dt$ είναι ίσο με την γραμμοσκιασμένη επιφάνεια A_1 του διαγράμματος (σχήμα 1) άρα $Q_1 = K \cdot S \cdot A_1$. Κατά την διάρκεια της ψύξεως οι απώλειες θερμότητας είναι:

$$Q_2 = \int_{t_1}^{t_2} K \cdot S \cdot (\theta - \theta_{\pi\varepsilon\rho}) \cdot dt \text{ ή } Q_2 = K \cdot S \cdot A_2 \text{ και}$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{A_1}{A_2} \qquad (6)$$

Όμως από τον θεμελιώδη νόμο της θερμιδομετρίας επιπλέον θερμότητα Q_1 θα προκαλούσε αύξηση της θερμοκρασίας του θερμιδόμετρου κατά $\Delta\theta_1$=p (βλέπε διάγραμμα), όπου $Q_1 = (m_2 \cdot C + m_1 \cdot C_1) \cdot p$ και η θερμότητα Q_2 προκαλεί ελάττωση της θερμοκρασίας του θερμιδόμετρου κατά q όπου $Q_2 = (m_2 \cdot C + m_1 \cdot C_1) \cdot q$.

Από τις σχέσεις αυτές παίρνουμε ότι $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{p}{q} = \frac{A_1}{A_2}$ και

$$p = q \cdot \frac{A_1}{A_2} \qquad (7)$$

Αν λοιπόν κατασκευάσουμε το διάγραμμα θ=f(t) και βρούμε τις επιφάνειες A_1, A_2 και επίσης το q μπορούμε να προσδιορίσουμε το p.

Β. Πειραματικό μέρος

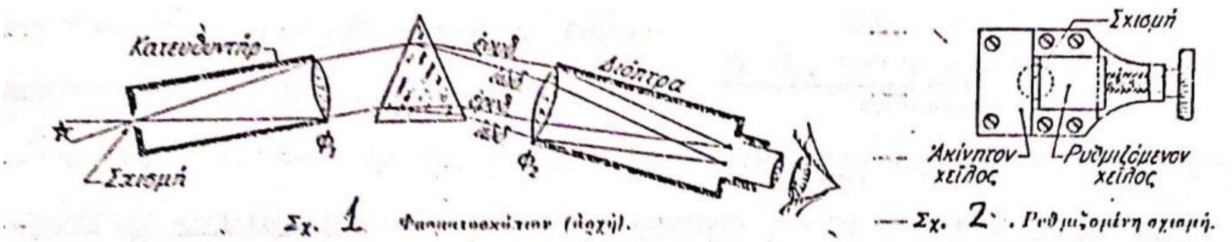
1. Βάλτε στο θερμιδόμετρο 200 gr νερό και τοποθετείστε προσεκτικά το κάλυμμα του θερμιδόμετρου. Προσέξτε ώστε η άκρη του θερμόμετρου να είναι βυθισμένη στο νερό, αλλά να μην ακουμπάει στον πυθμένα του δοχείου. Μετρείστε την θερμοκρασία του νερού.
2. Πάρτε τις ενδείξεις του αμπερομέτρου και του βολτομέτρου.
3. Πάρτε τις ενδείξεις του θερμομέτρου ανά λεπτό και καταχωρείστε τις τιμές αυτές στον παρακάτω πίνακα. Η θέρμανση σταματάει όταν η θερμοκρασία φτάσει στους 50^o C. Κατά την διάρκεια της θέρμανσης αλλά και της ψύξης αναδεύετε σταθερά ο νερό.
4. Ανοίξτε τον διακόπτη (διακόπτετε την θέρμανση). Εξακολουθήστε να παίρνετε τιμές της θερμοκρασίας ανά 1 λεπτό μέχρις ότου η θερμοκρασία πέσει 5 βαθμούς Κελσίου περίπου.

5. Κατασκευάστε το διάγραμμα $\theta-\theta_{\pi\varepsilon\rho}=f(t)$.
6. Σημειώστε επί του διαγράμματος την μέγιστη θερμοκρασία (πιθανόν αυτή να μην είναι στο σημείο που αντιστοιχεί στον χρόνο που διακόπτεται η θέρμανση, αλλά αργότερα).
7. Φέρτε κάθετη στον άξονα των χρόνων και μετρείστε τις επιφάνειες A_1 και A_2 καθώς και το q.
8. Υπολογίστε το p. Προσθέστε το στην μέγιστη διαφορά θερμοκρασίας. Βρείτε το $\theta_{o\lambda}=\theta_{\mu\varepsilon\gamma}+p$.
9. Από την σχέση (3) όπου Δt ο χρόνος θέρμανσης (από το κλείσιμο μέχρι το άνοιγμα του διακόπτη) και $\Delta\theta$ το $\theta_{o\lambda}$. Βρείτε το μηχανικό ισοδύναμο της θερμότητας.

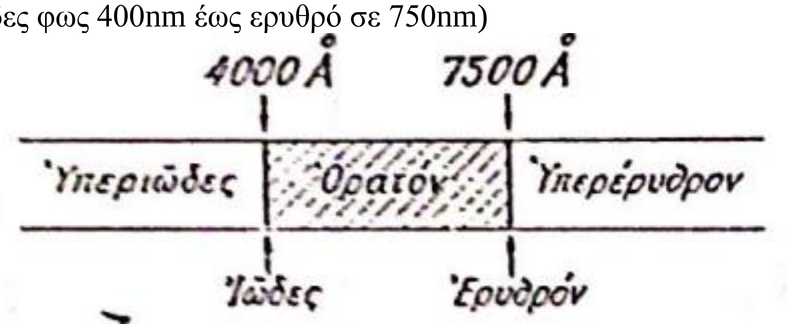
ΑΣΚΗΣΗ 11 : ΜΕΛΕΤΗ ΦΑΣΜΑΤΩΝ

Α. Θεωρητικό μέρος

Με το φασματοσκόπιο γίνεται η πειραματική μελέτη των φασμάτων. Η αρχή λειτουργίας του φαίνεται στο σχήμα



Από τον κατευθυντήρα δέσμη παράλληλων ακτίνων. Με το πρίσμα γίνεται ανάλυση του φωτός λόγω διάθλασης και στη συνέχεια μέσω ενός συγκλίνοντος φακού στην διόπτρα σχηματίζεται το φάσμα. Η σχισμή του κατευθυντήρα έχει ρυθμιζόμενο άνοιγμα μέσω του οποίου ρυθμίζεται το πλάτος των γραμμών. Τα φάσματα των αερίων και των ατμών των μετάλλων είναι γραμμικά. Οι παρατηρούμενες φασματικές γραμμές ταυτοποιούν το στοιχείο. Τα φάσματα των στερεών και υγρών σωμάτων σε υψηλή θερμοκρασία είναι συνεχή. Το λευκό φως δίνει συνεχές φάσμα μεταξύ δύο ορίων (ιώδες φως 400nm έως ερυθρό σε 750nm)



Β. Πειραματικό μέρος

1. Φωτίστε την σχισμή με φως λυχνίας Hg ή Na.
2. Στρέψτε την διόπτρα ώστε να παρατηρήσετε το φάσμα
3. Ρυθμίστε την απόσταση αντικειμενικού- προσοφθάλμιου καθώς και το εύρος της σχισμής ώστε να επιτύχετε ευκρινή παρατήρηση
4. Να συμπληρωθεί ο πίνακας

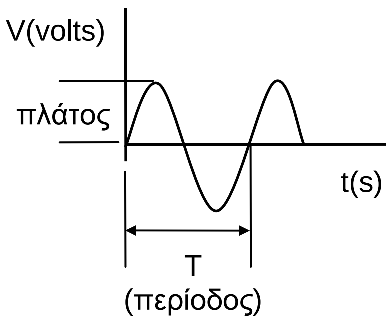
Χρώμα	Μήκος κύματος λ (nm)	Κλίμακα
Κόκκινο	638.5	
Κόκκινο	613.2	
Κίτρινο	579.2	
Κίτρινο	576.8	
Πράσινο	546.0	
Μπλέ	491.6	
Μπλέ- Ιώδες	435.8	
Ιώδες	404.7	

5. Να κάνετε γραφική παράσταση λ με κλίμακα. Χαράξτε την βέλτιστη καμπύλη δια μέσου των σημείων
6. Να φωτίσετε την σχισμή με λυχνία πυρακτώσεως 12V και να παρατηρήσετε το συνεχές φάσμα της
7. Τοποθετήστε έγχρωμα φίλτρα και παρατηρήστε το φάσμα απορρόφησης
8. Καθορίστε τις ζώνες απορρόφησης προσδιορίζοντας τα αντίστοιχα μήκη κύματος.
9. Μεταβάλλοντας την τάση με όριο τα 12V παρατηρείστε την μετατόπιση του φάσματος. Ποιο συμπέρασμα προκύπτει;
10. Φωτίστε την σχισμή με λυχνία Na. Από την προηγούμενη καμπύλη βαθμονόμησης να προσδιορίσετε τα μήκη κύματος 3 γραμμών.
11. Σύμφωνα με τον πιο κάτω πίνακα να υπολογίσετε το % σχετικό σφάλμα των γραμμών Na που προσδιορίσατε στο βήμα 10.

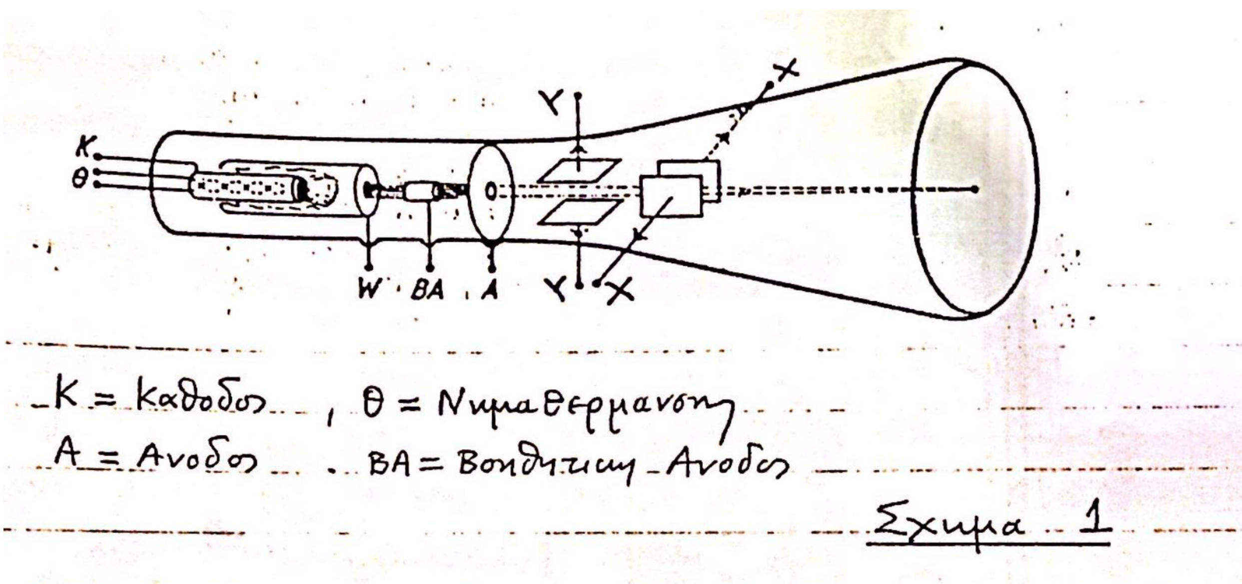
ΑΣΚΗΣΗ 11 : ΠΑΛΜΟΓΡΑΦΟΣ

Α. Θεωρητικό μέρος

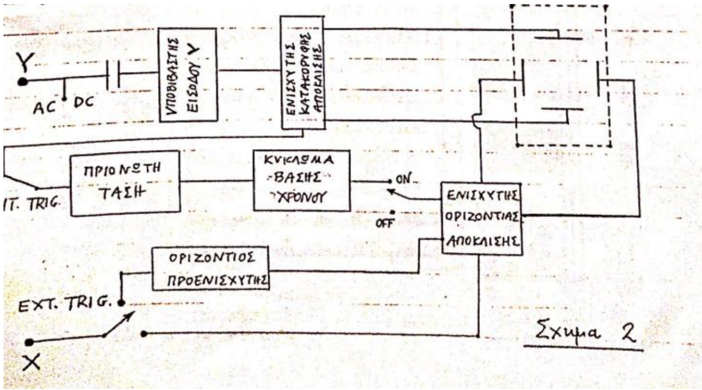
Ο παλμογράφος είναι το όργανο με το οποίο είναι δυνατή η παρατήρηση και μέτρηση ηλεκτρικών σημάτων. Στον κατακόρυφο άξονα της οθόνης του απεικονίζει και μετράει το πλάτος, δηλαδή την τάση του μεγέθους, ενώ στον οριζόντιο απεικονίζει και μετράει τη διάρκεια (περίοδο) των εναλλαγών της απεικονιζόμενης κυματομορφής. Όλοι οι διακόπτες και τα κουμπιά που υπάρχουν στην πρόσοψή του ρυθμίζουν την απεικόνιση της τάσης και του χρόνου



Η λειτουργία του παλμογράφου βασίζεται στη λυχνία καθοδικών ακτινών (C.R.T. – Cathode Ray Tube) (Σχήμα 1).



Αυτή είναι ένας αερόκενος σωλήνας, ο οποίος στο ένα άκρο του έχει ένα κανόνι ηλεκτρονίων και στο άλλο την οθόνη απεικόνισης. Συνήθως από Ρ
Με την βοήθεια κατάλληλης διάταξης ελέγχεται η ένταση της δέσμης (INTENSITY), η εστίαση της δέσμης (FOCUS) και η κίνηση της δέσμης με τα πλακίδια Οριζόντιας και Κατακόρυφης απόκλισης.

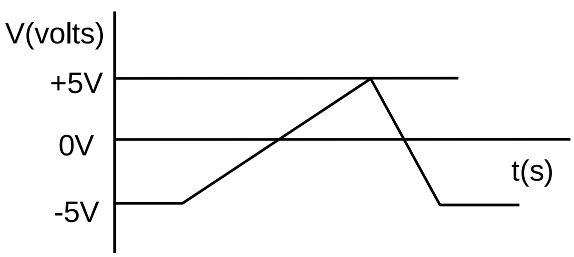


Σχημα 2

Τα δυναμικά που εφαρμόζονται σ’ αυτά τα ηλεκτρόδια διέρχονται από τρεις ενισχυτές:

α. Τον ενισχυτή *κατακόρυφης απόκλισης* ή **κατακόρυφο ενισχυτή** «Y», στον οποίο έρχεται το προς απεικόνιση σχήμα.
β. Τον ενισχυτή *οριζόντιας απόκλισης* ή **Βάση χρόνου** «X», το σήμα του οποίου παράγεται εσωτερικά και κινεί τη δέσμη οριζοντίως.

Εάν τώρα στην είσοδο του ενισχυτή οριζόντιας απόκλισης «X» εφαρμόστεί μια πριονωτή τάση ± 5Vp-p (Σχ. 3), η δέσμη θα κινηθεί γραμμικά από το αριστερό άκρο της οθόνης στο δεξιό, καλύπτοντας σε ίσους χρόνους ίσα διαστήματα.



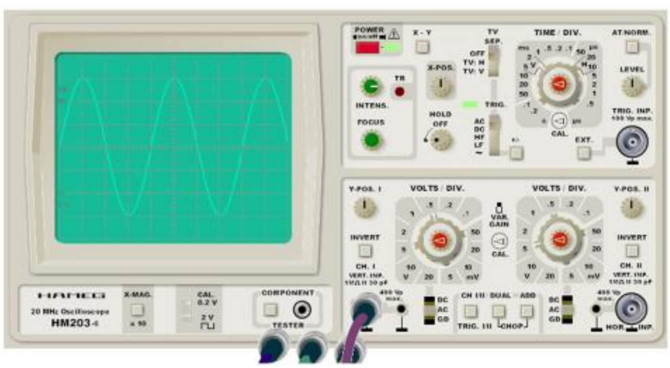
Σχήμα 3. *Μορφή πριονωτής τάσης*

Εάν κατά τη διάρκεια της κίνησης προς τα δεξιά εφαρμοστεί στην είσοδο του ενισχυτή «Y» το προς απεικόνιση σχήμα, π.χ. μια ημιτονική τάση, η δέσμη θα κινηθεί και οριζοντίως και καθέτως κατά τη συνισταμένη του ανύσματος των δύο τάσεων, απεικονίζοντας στην οθόνη την ημιτονική κυματομορφή του σήματος. Αμέσως μετά θα σβήσει, επανερχόμενη στο άκρο αριστερό τμήμα, για να ξεκινήσει μια νέα απεικόνιση. Η διαδικασία ονομάζεται *σάρωση* και ο ενσωματωμένος ταλαντωτής παραγωγής της πριονωτής τάσης, «*γεννήτρια σάρωσης*».

Η ταχύτητα κίνησης της δέσμης εξαρτάται από την περίοδο της πριονωτής τάσης και ελέγχεται από έναν εξωτερικό βαθμολογημένο διακόπτη πολλών θέσεων *χρόνου ανά υποδιαίρεση* (TIME/DIV). Ο διακόπτης αυτός αποτελέι την **Βάση χρόνου**. Εάν η συχνότητα της προς απεικόνιση κυματομορφής είναι ίση με τη συχνότητα της πριονωτής τάσης, στην οθόνη θα εμφανιστεί, από τη μία άκρη μέχρι την άλλη, μια περίοδος, δηλαδή ένα μοναδικό ημίτονο. Εάν η ημιτονική τάση έχει διπλάσια συχνότητα, δύο περίοδοι κτλ.

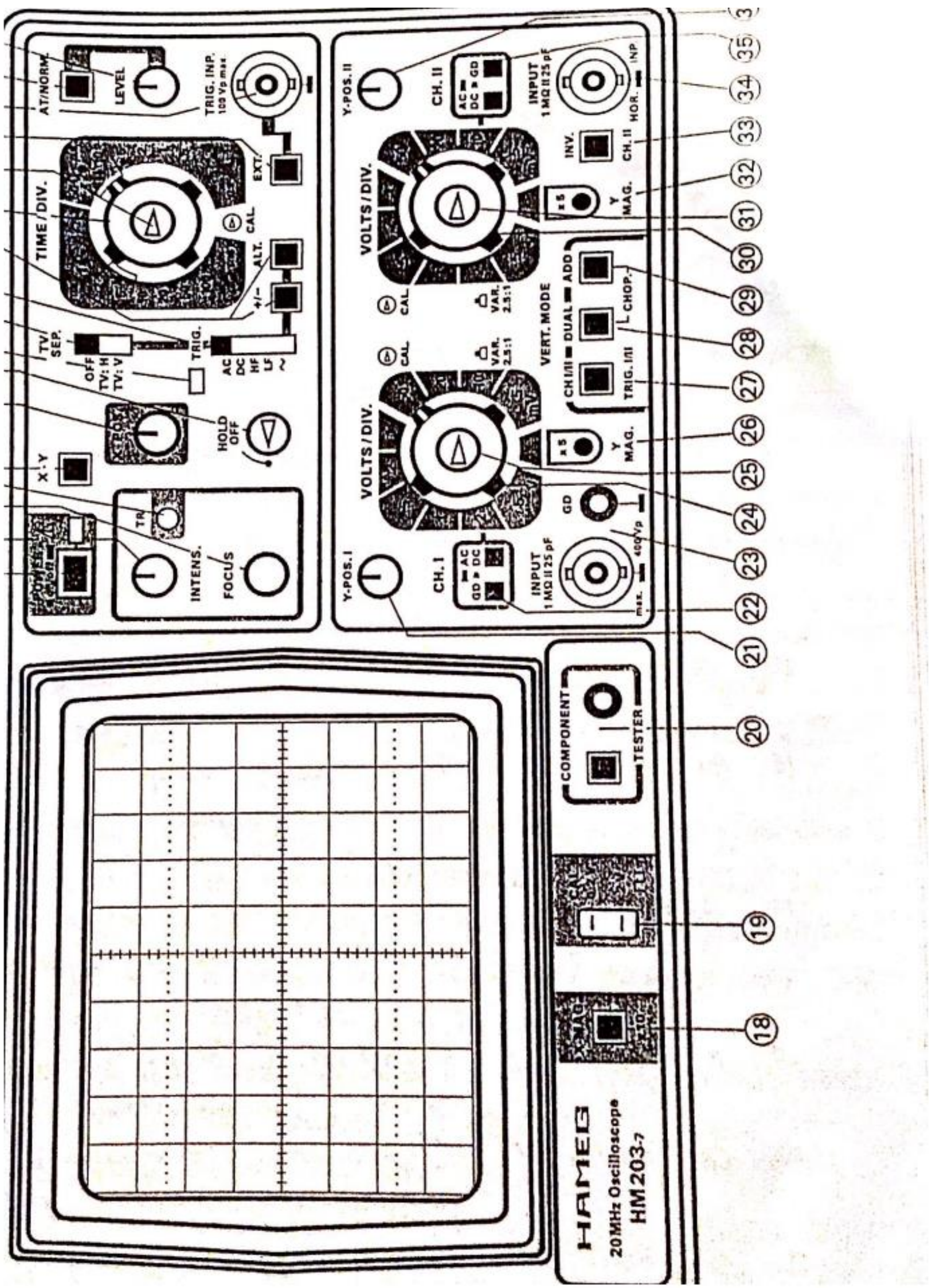
Ελέγχοντας τη συχνότητα της γεννήτριας σάρωσης, μπορούμε να απεικονίσουμε σήματα (τάσεις) κάθε μορφής και συχνότητας που φέρνουμε στην είσοδο «Υ». Βέβαια, για να είναι ακίνητη η απεικονιζόμενη κυματομορφή, επειδή η γεννήτρια σάρωσης παράγει πριονωτές τάσεις σταθερής, (για κάθε θέση) περιόδου, στην είσοδό της υπάρχει ένα κύκλωμα συγχρονισμού που ονομάζεται «*κύκλωμα σκανδαλισμού*» (TRIGGER). Αυτό δεν επιτρέπει στη γεννήτρια σάρωσης να ξεκινήσει προτού *η τάση* του σήματος εισόδου φτάσει σε ένα προκαθορισμένο σημείο, το οποίο είναι το ίδιο για κάθε σάρωση και μπορεί να ελεγχθεί εξωτερικά από τον διακόπτη *στάθμης σκανδαλισμού* (TRIGGER LEVEL).

Στο σχήμα 4 παριστάνεται ένας παλμογράφος διπλής δέσμης , δηλαδή με δύο εισόδους που ονομάζονται κανάλια, CH1 και CH2.



Σχήμα 4

Ενώ στο επόμενο σχήμα περιγράφεται η λειτουργία κάθε κουμπιού του παλμογράφου


HAMEG
20MHz Oscilloscope
HM203-7
COMPONENT
TESTER
VOLTS / DIV.
VOLTS / DIV.
TIME / DIV.
Y-POS. I
Y-POS. II
CH. I
CH. II
VERT. MODE
INTENS.
FOCUS
X-Y
HOLD OFF
TRIG. INP.
LEVEL
AT/NORM.
EXT.
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35

1. POWER ON/OFF : Ειναι ο διακοπτης λειτουργιας (τροφοδοσιας) του παλμογραφου. Η λειτουργια επιβεβαιωνεται απο ενδεικτικη LED.
2. INTENS. : Ρυθμιζει την φωτεινοτητα της δεσμης στην οθονη.
3. FOCUS. : Εστιαζει την δεσμη πανω στην οθονη ωστε να σχηματιζεται ακριβης απεικονιση του σηματος.
4. TR : Περιστρεφει την δεσμη ως προς το κεντρο της οθονης για την οριζοντιωση της.
5. X-Y : Επιλεγει την λειτουργια X-Y. Αποσυνδεει την εσωτερικη γεννητρια βασης χρονου και συνδεει το καναλι II στην εισοδο του ενισχυτη X. ΠΡΟΣΟΧΗ: ΧΩΡΙΣ ΣΗΜΑ X, Η ΦΩΣΦΟΡΙΖΟΥΣΑ ΟΥΣΙΑ ΤΗΣ ΟΘΟΝΗΣ ΚΑΤΑΣΤΡΕΦΕΤΑΙ.
6. X-POS. : Ρυθμιζει την οριζοντια θεση της δεσμης στην οθονη.
7. HOLD-OFF : Ρυθμιζει τον νεκρο χρονο μεταξυ δυο σαρωσεων της βασης χρονου.
8. TRIG. : Ενδεικτικη LED που αναβει οταν γινεται σκανδαλισμος
9. TV. SEP : Ενεργος διαχωρισμος σηματος TV.
   θεση OFF = Κανονικη λειτουργια
   θεση H = Παρατηρηση Γραμμων
   θεση V = Παρατηρηση Πλαισιων
10. TRIG AC-DC-HF-LF LINE : Επιλεγει τον τροπο συζευξης του σκανδαλισμου : AC : 10 Hz — 20 MHz
    DC : 0 Hz — 20 MHz

HF : 1,5 KHz — 40 MHz
LF : 0 Hz — 1KHz
LINE : 50 Hz

11. +/- : Επιλέγει την κλίση του σήματος σκανδαλισμού.
ALT : Επιλέγει εσωτερικό σκανδαλισμό (διέγερση) από το κανάλι I και το κανάλι II εναλλάξ.

12. TIME/DIV : Διακόπτης περιστροφικός 18 θέσεων για την επιλογή της βάσης χρόνου (time base).

13. TIME/DIV : Μεταβλητό control δηλ. ποτενσιόμετρο για συνεχή μεταβολή της βάσης χρόνου. Κανονική θέση όταν δείχνει οριζόντια προς τα δεξιά.

14. EXT. : Επιλέγει λειτουργία εξωτερικού σκανδαλισμού. Όταν είναι έξω έχουμε εσωτερική διέγερση. Όταν είναι μέσα έχουμε εξωτερική διέγερση με σήμα που εισάγεται από την θέση TRIG. INP.

15. TRIG INP. : Βύσμα BNC για εξωτερική πηγή σκανδαλισμού.

16. AT/NORM : Όταν είναι έξω έχουμε αυτόματη διέγερση, ενώ όταν είναι μέσα έχουμε κανονική διέγερση.

17. LEVEL : Στην κανονική (NORM) διέγερση, ρυθμίζει σε ποιο ύψος της κυματομορφής θα αρχίσει η διέγερση.

18. X-MAG.X10 : Μεγένθυνση των θέσεων και επέκταση του άξονα X με συντελεστή 10.

19. CAL. 0,2V – 2V : Πηγή σήματος τετραγωνικής μορφής για βαθμονόμηση (συχνότητα 1KHz).

20. COMPONENT TESTER: Όταν είναι μέσα, μετατρέπει τον παλμογράφο σε όργανο ελέγχου εξαρτημάτων.

21/36. Y-POS. I/II : Ρυθμιση των κατακορυφη θεση της δεσμης για το καναλι I και II αντιστοιχα.

22/35. CH.I/II AC–DC–GD : Συζευξη εισοδου για καθε ενα απο τα δυο καναλια

DC: Απευθειας συνδεση.

AC: Συνδεση μεσω πυκνωτη

GD: Γειωμενη εισοδος

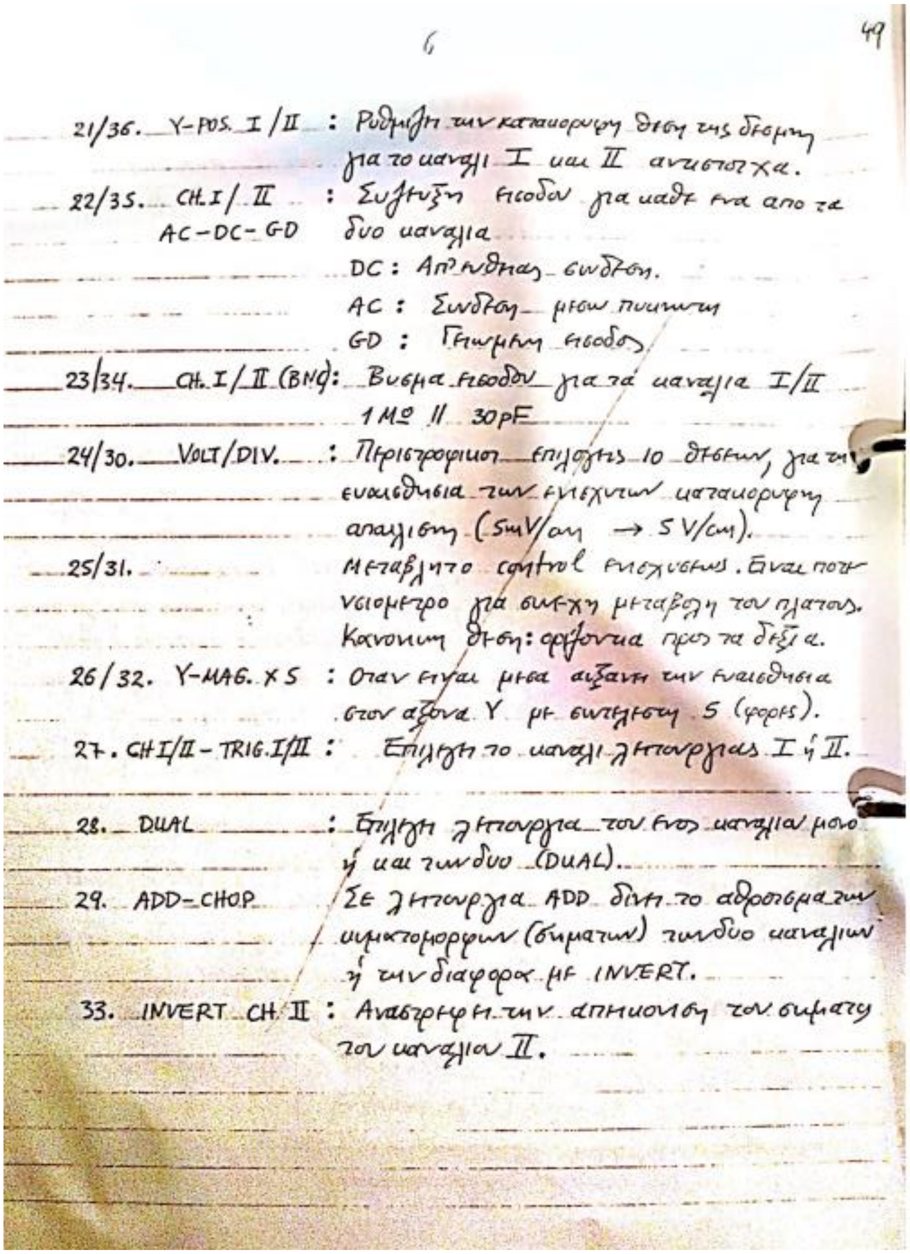
23/34. CH.I/II (BNC): Βυσμα εισοδου για τα καναλια I/II
1MΩ // 30pF

24/30. VOLT/DIV. : Περιστροφικος επιλογεας 10 θεσεων, για την ευαισθησια των ενισχυτων κατακορυφης αποκλισης (5mV/cm → 5 V/cm).

25/31. Μεταβλητο control ενισχυσεως. Ειναι ποτενσιομετρο για συνεχη μεταβολη του πλατους. Κανονικη θεση: ορθογωνια προς τα δεξια.

26/32. Y-MAG. ×5 : Οταν ειναι μεσα αυξανει την ευαισθησια στον αξονα Y με συντελεστη 5 (φορες).

27. CHI/II – TRIG.I/II : Επιλεγει το καναλι λειτουργιας I ή II.



6 49

21/36. Y-POS. I/II : Ρύθμιση την κατακόρυφη θέση της δέσμης για το κανάλι I και II αντίστοιχα.

22/35. CH.I/II AC-DC-GD : Σύζευξη εισόδου για καθε ένα από τα δυο κανάλια.

DC : Απευθείας σύνδεση.

AC : Σύνδεση μέσω πυκνωτή

GD : Γειωμένη είσοδος

23/34. CH. I/II (BNC): Βύσμα εισόδου για τα κανάλια I/II 1MΩ // 30pF

24/30. VOLT/DIV. : Περιστροφικός επιλογέας 10 θέσεων, για την ευαισθησία των ελέγχων κατακόρυφη απαγωγή (5mV/cm → 5 V/cm).

25/31. Μεταβλητό control ελέγχου. Είναι ποτενσιόμετρο για συνεχή μεταβολή του πλάτους. Κανονική θέση: αριστερά προς τα δεξιά.

26/32. Y-MAG. x5 : Όταν είναι μέσα αυξάνει την ευαισθησία στον άξονα Y με συντελεστή 5 (φορές).

27. CH I/II - TRIG. I/II : Επιλογή το κανάλι λειτουργίας I ή II.

28. DUAL : Επιλογή λειτουργία του ενός καναλιού μόνο ή και των δυο (DUAL).

29. ADD-CHOP : Σε λειτουργία ADD δίνει το άθροισμα των κυματομορφών (σημάτων) των δυο καναλιών ή την διαφορά με INVERT.

33. INVERT CH II : Αναστροφή την απεικόνιση του σήματος του καναλιού II.

Κάθε τετράγωνο της οθόνης του παλμογράφου πλευράς 1cm ονομάζεται DIVISION (div). Η βαθμολόγηση γίνεται ανάλογα με τις ενδείξεις του κατακόρυφου ενισχυτή και της βάσης χρόνου. Για παράδειγμα η Τάση από κορυφή σε κορυφή

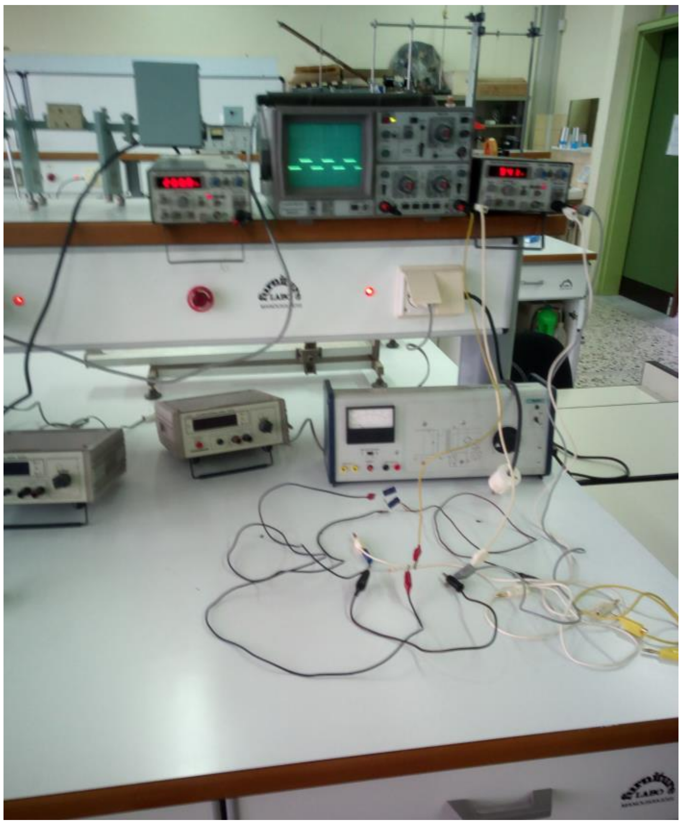
$$V_{pp} = Αριθμός\ div\ X\ ΕΝΔΕΙΞΗ\ ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΟΥ\ ΕΝΙΣΧΥΤΗ\ (\frac{V}{div})$$

Η περίοδος

$$T = Αριθμός\ div\ X\ ΕΝΔΕΙΞΗ\ ΒΑΣΗΣ\ ΧΡΟΝΟΥ\ (\frac{T}{s})$$

Η γεννήτρια συχνοτήτων παράγει τριών ειδών σήματα. Ημιτονικό , Τριγωνικό και Τετραγωνικό. Με τους κατάλληλους διακόπτες αλλάζουμε το πλάτος και την συχνότητα των αντίστοιχων κυματομορφών

Α. Πειραματικό Μέρος



Προσοχή : *Η συνδεσμολογία των ηλεκτρικών οργάνων πρέπει να γίνεται με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε οι γειώσεις (COM) να είναι κοινές.*

1. Ανοίξτε τον Παλμογράφο. Οι περιστροφικοί διακόπτες τέρμα δεξιά (εκτός αν έχει διαφορετική σήμανση). Όλα τα κουμπιά έξω. Ρυθμίστε την ένταση της δέσμης και την εστίαση. Φέρτε το σταυρόνημα στο κέντρο.

Μέτρηση DC Τάσης

2. Συνδέστε την μπαταρία στο κανάλι 1. Μετρήστε την Τάση από την οθόνη και τον κατακόρυφο ενισχυτή. Μετρήστε την Τάση της Μπαταρίας με πολύμετρο. Βρείτε το επι της % σχετικό σφάλμα ως προς την τάση του πολυμέτρου.

Μέτρηση AC Τάσης

3.Κατασκευάστε με την γεννήτρια συχνοτήτων ένα ήμιτονικό σήμα πλάτους 1V και συχνότητας 1kHz. Συνδέστε την έξοδο της γεννήτριας στην είσοδο του παλμογράφου. Βρείτε την τάση Vpp το πλάτος V_0 την ενεργό τιμή Vrms την περίοδο T και την συχνότητα f.

Βρείτε το επί της % σφάλμα της Vrms από τον παλμογράφο ως προς την Vrms από το πολύμετρο. Βρείτε το επί της % σφάλμα της f από τον παλμογράφο ως προς την f από το πολύμετρο.

Συνδέστε στο Κανάλι 2 την μπαταρία . Προσθέστε τα δύο σήματα. Σχεδιάστε την εικόνα . Αφαιρέστε τα δύο σήματα. Σχεδιάστε την εικόνα.

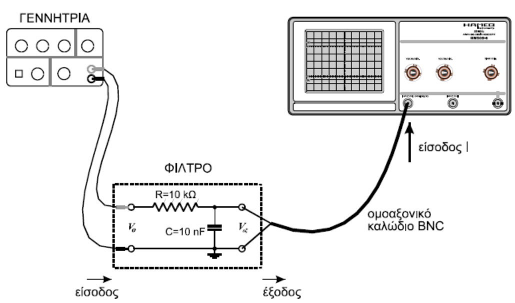
Σχήματα Lissajous.

4.Συνδέστε στο κανάλι 2 σήμα πλάτους 1V και συχνότητα 500Hz. Θέσατε σε λειτουργία XY τον παλμογράφο Παρατηρείστε τα σχήματα Lissajous.

Τοποθετήστε στο Κανάλι 2 μία γεννήτρια άγνωστης συχνότητας. Με την βοήθεια των σχημάτων Lissajous βρείτε την άγνωστη συχνότητα

Διαφορά φάσης

5. Συνδέστε το κανάλι 1 στα άκρα του κυκλώματος RC. Συνδέστε το κανάλι 2 στα άκρα της αντίστασης. Βρείτε την διαφορά φάσης. Αλλάξτε την κυματομορφή από ημιτονική σε τετραγωνική Τι παρατηρείτε; Αλλάξτε την θέση της αντίστασής με τον πυκνωτή. Επαναλάβετε το βήμα 5



Χαρακτηριστικές I-V

6.Στην είσοδο component τοποθετήστε μία αντίσταση. Παρατηρείστε την χαρακτηριστική I-V
Στην είσοδο component τοποθετήστε μία δίοδο. Παρατηρείστε την χαρακτηριστική I-V

ΑΣΚΗΣΗ 12 : ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ- ΝΟΜΟΣ OHM

Α. Θεωρητικό μέρος

Η αντίσταση ενός υλικού ορίζεται από την σχέση

$$R = \frac{\Delta V}{I} \quad (1)$$

Όπου ΔV διαφορά δυναμικού στα άκρα του υλικού και I η ένταση του ρεύματος που το διαρρέει.
Στους αγωγούς η R είναι σταθερή και η σχέση (1) αποτελεί τον νόμο του Ohm. Για τον προσδιορισμό της αρκεί η μέτρηση των ΔV, I χάραξη της αντίστοιχης ευθείας από την κλίση της οποίας προσδιορίζεται η R.

Η αντίσταση για τους μεταλλικούς αγωγούς εξαρτάται από την θερμοκρασία σύμφωνα με την σχέση

$$R=R_0(1+\alpha T) \quad (2),$$

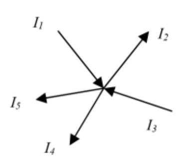
Όπου
α είναι ο θερμικός συντελεστής της αντίστασης.
R_0 η τιμής της αντίστασης στους 0 ^{0}C.

Σε ένα κύκλωμα ισχύουν οι νόμοι του Kirchoff.

Ο 1ος νόμος του Kirchoff.

Το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων σε ένα κόμβο, θεωρώντας θετικά τα ρεύματα με φορά προς τον κόμβο και αρνητικά τα ρεύματα με φορά από τον κόμβο, ισούται με μηδέν.

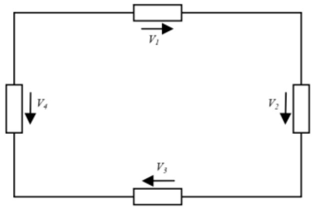
$$\sum I_{κόμβου} = 0$$



Ο 2ος νόμος του Kirchoff.

Το συνολικό αλγεβρικό άθροισμα της διαφοράς δυναμικού στα άκρα των στοιχείων, τα οποία βρίσκονται σε ένα κλειστό βρόχο ισούται με μηδέν.

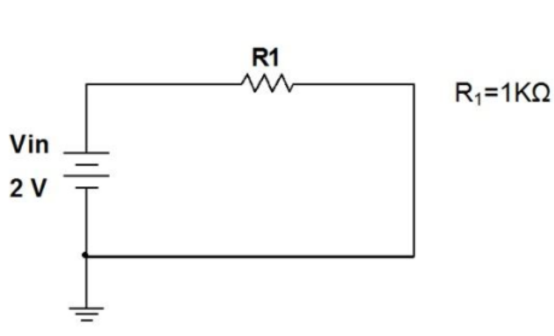
$$\sum V_{βρόχου} = 0$$



Α. Πειραματικό μέρος

1. Εξοικειωθείτε με το πολύμετρο, ως ωμόμετρο, βολτόμετρο , αμπερόμετρο. Το ιδανικό βολτόμετρο έχει άπειρη εσωτερική αντίσταση , ενώ το ιδανικό αμπερόμετρο έχει μηδενική εσωτερική αντίσταση. Για την προστασία των οργάνων καλό είναι να ξεκινάμε την μέτρηση από την μεγαλύτερη κλίμακα και να κατεβαίνουμε στην μικρότερη. Εάν η οθόνη δείχνει την ένδειξη **0.** Τότε πρέπει να κατεβάσουμε κλίμακα ενώ όταν δείχνει την ένδειξη **1.** Τότε πρέπει να ανεβάσουμε κλίμακα.

2. Πραγματοποιήστε το κύκλωμα του σχήματος



Συμπληρώσατε τον Πίνακα

α/α	V(V)	I(A)
1	1	
2	2	
3	3	
4	4	
5	5	

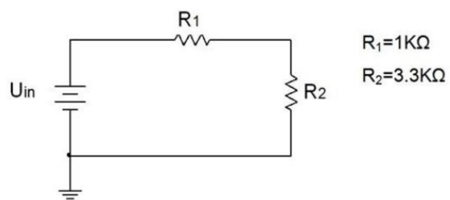
3. Από την γραφική παράσταση I-V, υπολογίσατε την R

4. Μετρείστε την αντίσταση με το πολύμετρο και βρείτε το %σχετικό σφάλμα ως προς αυτήν $\frac{\Delta R}{R}$

5. Επαναλάβετε τα βήματα 2-4 για μια πολύ μικρή ~5Ω και πολύ μεγάλη ~500MΩ

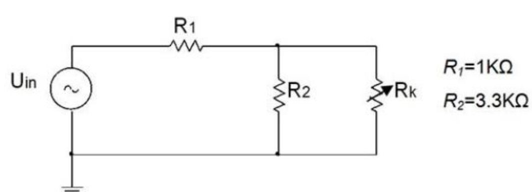
6. Σχολιάστε τα αποτελέσματα

7. Κατασκευάστε το κύκλωμα του σχήματος, με U_{in}=1.5V

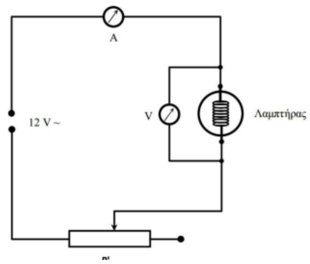


Με το πολύμετρο μετρείστε τις τάσεις στην πηγή και σε κάθε αντίσταση. Επαληθεύεται ο 1^{ος} νόμος του Kirchoff?

8. Τοποθετείστε σε σειρά ένα αμπερόμετρο και μετρείστε το ρεύμα. Υπολογίστε θεωρητικά την ένταση του ρεύματος και συγκρίνεται με την τιμή του αμπερομέτρου
9. Κατασκευάστε το κύκλωμα του σχήματος, με U_{in}=1.5V
10. Τοποθετείστε 3 αμπερόμετρα πριν από κάθε αντίσταση. Επαληθεύεται ο 2^{ος} νόμος του Kirchoff?



11. Συνδέστε 2 αντιστάσεις σε σειρά. Μετρείστε την ολική αντίσταση με το πολύμετρο. Συγκρίνατε το αποτέλεσμα με τις ονομαστικές τιμές τους. Βρείτε το %σχετικό σφάλμα.
12. Συνδέστε 2 αντιστάσεις παράλληλα. Μετρείστε την ολική αντίσταση με το πολύμετρο. Συγκρίνατε το αποτέλεσμα με τις ονομαστικές τιμές τους. Βρείτε το %σχετικό σφάλμα
13. Κατασκευάστε το κύκλωμα του σχήματος



Για διάφορες τιμές της τάσης συμπληρώστε τον πίνακα

α/α	V(V)	I(A)	R(Ω)
1	1		
2	1.5		
3	2		
4	2.5		
5	3		
6	3.5		
7	4		
8	4.5		
9	5		
10	5.5		
11	6		

14. Η αντίσταση του λαμπτήρα αυξάνεται ή ελαττώνεται κατά την αύξηση της θερμοκρασίας; Εξηγείστε;

15. Ισχύει ο νόμος του Ohm στην περίπτωση αυτή;

ΑΣΚΗΣΗ 13 : ΕΞΑΡΤΗΣΗ ΤΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ ΑΠΟ ΤΑ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΑ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΤΟΥ ΑΓΩΓΟΥ – ΕΥΡΕΣΗ ΕΙΔΙΚΗΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΗΣ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ

Α. Θεωρητικό μέρος

Η ηλεκτρική αντίσταση ενός υλικού ορίζεται από την σχέση

$$R = \frac{\Delta V}{I} \tag{1}$$

Όπου ΔV διαφορά δυναμικού στα άκρα του υλικού και I η ένταση του ρεύματος που το διαρρέει.
Η ηλεκτρική αντίσταση ενός αγωγού εξαρτάται από τα γεωμετρικά του χαρακτηριστικά, από το υλικό κατασκευής του. Αν ο αγωγός έχει τη μορφή σύρματος με σταθερή διατομή, η ηλεκτρική αντίσταση του δίνεται από τον την σχέση

$$R = \rho \frac{l}{A} \tag{2}$$,

Όπου

ρ η ειδική ηλεκτρική αντίσταση του υλικού που εξαρτάται από το είδος του υλικού και την θερμοκρασία. Αποτελεί φυσική σταθερά του υλικού

l είναι το μήκος του αγωγού (κυλινδρικού σχήματος)

A είναι η διατομή του αγωγού.

B. Πειραματικό μέρος

1. Για την αντίσταση NiCr με διάμετρο σύρματος d=0.5mm συμπληρώστε τον πίνακα

α/α	*l*(m)	R(Ω)
1	0.5	
2	0.75	
3	1.00	
4	1.75	

Κατασκευάστε το διάγραμμα R-*l*. Επαληθεύεται η σχέση (2);

2. Για τις τρείς αντιστάσεις NiCr μήκους *l* =1.5m συμπηρώστε τον πίνακα

α/α	d(10^{-4}m)	R(Ω)	$A = \frac{\pi d^2}{4}$	$\left(\frac{1}{A}\right)$
1	3			
2	4			
3	5			

3. Χαράξτε το διάγραμμα R – $\left(\frac{1}{A}\right)$

Είναι το διάγραμμα αυτό ευθεία γραμμή; Επαληθεύεται η σχέση (2);

4. Μετρείστε με το πολύμετρο την αντίσταση των καλωδίων $R_κ$

5. Μετρείστε με το πολύμετρο την αντίσταση του Cu, R_{Cu}.

Αφαιρώντας την αντίσταση των καλωδίων προκύπτει

$R'_{Cu}=R_{Cu}-R_κ$

Από την σχέση

$$\rho_{Cu} = \frac{R'_{Cu} * A}{l}$$

Για *l*=1.5m, d=0.3mm

Βρείτε την ειδική αντίσταση του χαλκού

6. Βρείτε το % σχετικό σφάλμα με ειδική αντίσταση αναφοράς την ειδική αντίσταση του Cu ό-πως προκύπτει από τον πίνακα

7.Επαναλάβατε τα βήματα 5,6 για τον Fe.

8. Επαναλάβατε τα βήματα 5,6 για το NiCr.

Υλικό	ρ(Ωm) στους 20 ^{0}C
Χαλκό (Cu)	$1.69x\ 10^{-8}$
Σίδηρος (Fe)	$14{*}x10^{-8}$
Nichrome (NiCr)	$130x\ 10^{-8}$

ΑΣΚΗΣΗ 14 : ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΔΙΑΤΗΡΗΣΗΣ ΤΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ

Α. Θεωρητικό μέρος

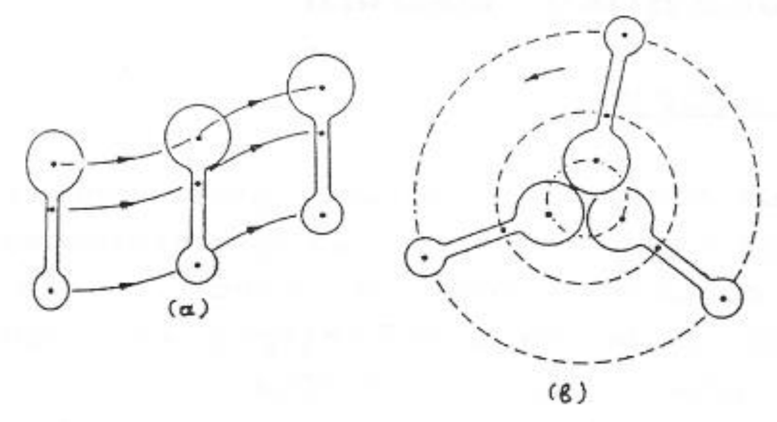
Η άσκηση αυτή έχει σα σκοπό να γίνει πειραματική επαλήθευση της διατήρησης της μηχανικής ενέργειας με τη χρήση του δίσκου του Maxwell. Οι κινήσεις των πραγματικών σωμάτων μπορεί να είναι πολύ πολύπλοκες. Ένα σώμα είναι δυνατό να έχει περιστροφική καθώς επίσης μεταφορική κίνηση και είναι δυνατό να παραμορφώνεται καθώς οι δυνάμεις που επιδρούν πάνω του το εκτείνουν, το συστρέφουν και το συμπιέζουν.

Συζητώντας για κίνηση, το εξιδανικευμένο μοντέλο του σημειακού σωματίου είναι επαρκές στις περιπτώσεις που έχουμε τη δυνατότητα να αγνοήσουμε την περιστροφή και την παραμόρφωση. Για τη μελέτη των θεμάτων που εξετάζονται στη συνέχεια, εισάγεται ένα νέο εξιδανικευμένο μοντέλο: ένα σώμα που έχει ορισμένο μέγεθος και καθορισμένο σχήμα και που έχει περιστροφική καθώς επίσης μεταφορική κίνηση. Εξακολουθούμε να αγνοούμε τις παραμορφώσεις και παραδεχόμαστε ότι το σώμα έχει ένα πλήρως καθορισμένο και αμετάβλητο σχήμα και μέγεθος. Αυτό το μοντέλο ονομάζεται στερεό σώμα. Μπορούμε να ορίσουμε το στερεό σώμα και ως εξής.

Στερεό σώμα είναι ένα σύνολο υλικών σημείων των οποίων οι αποστάσεις μεταξύ τους παραμένουν σταθερές κατά την κίνηση του σώματος.

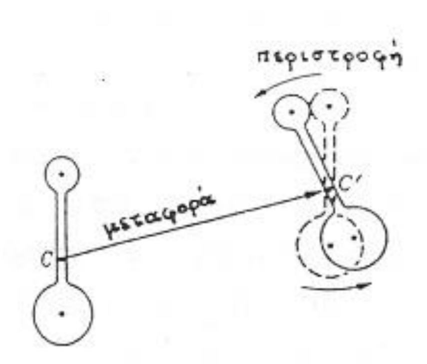
Μπορούμε να διακρίνουμε δύο τύπους κίνησης ενός στερεού σώματος. Η κίνηση είναι μεταφορική, όταν όλα τα σωματίδια από τα οποία αποτελείται διαγράφουν παράλληλες τροχιές έτσι, ώστε οι γραμμές που ενώνουν οποιαδήποτε δυο σημεία του σώματος να παραμένουν πάντοτε παράλληλες προς την αρχική τους θέση (σχήμα 1α). Η κίνηση είναι περιστροφή γύρω από άξονα, όταν όλα τα σωματίδια περιγράφουν κυκλικές τροχιές γύρω από μια γραμμή που ονομάζεται άξονας περιστροφής (σχήμα 1β). Ο άξονας μπορεί να είναι σταθερός ή μπορεί να αλλάζει διεύθυνση ως προς το σώμα κατά τη διάρκεια της κίνησης.

Η πιο γενική κίνηση ενός στερεού σώματος μπορεί πάντοτε να θεωρηθεί σα συνδυασμός περιστροφής και μεταφοράς (σχήμα 2).



Σχήμα 1. (α) Μεταφορική κίνηση στερεού σώματος

(β) Περιστροφική κίνηση στερεού σώματος



Σχήμα 2. Γενική κίνηση στερεού σώματος

ΟΙ ΓΡΑΜΜΙΚΕΣ ΚΑΙ ΟΙ ΓΩΝΙΑΚΕΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΕΣ

Στο Λούνα Παρκ είναι πολύ διασκεδαστικό για τους μικρούς μας φίλους το σύστημα με θέσεις, συχνά με τη μορφή ζώων (όπως άλογα), οι οποίες περιστρέφονται γύρω από ένα σταθερό κέντρο. Τα παιδιά πάνω σ' ένα τέτοιο παιχνίδι έχουν διαφορετικές γραμμικές ταχύτητες (σε m/sec) που εξαρτιούνται από το πόσο μακριά από τον άξονα περιστροφής τυχαίνει να βρίσκονται. Εν τούτοις, όλα τα παιδιά έχουν την ίδια συχνότητα περιστροφής (σε στροφές/min) ανεξαρτήτως από το που είναι τοποθετημένα.

Πολλές φορές θέλουμε να ξέρουμε τις σχέσεις ανάμεσα στις γραμμικές μεταβλητές s, v και a για ένα ειδικό σημείο πάνω σ' ένα περιστρεφόμενο σώμα και στις γωνιακές μεταβλητές θ, ω και α γι αυτό το σώμα. Τα δύο σετ μεταβλητών συνδέονται με το r, που είναι η κάθετη απόσταση μεταξύ του εν λόγω σημείου και του άξονα περιστροφής.

Η θέση. Από την εξίσωση θ= s/r έχουμε

$$s = \theta \cdot r \tag{1}$$

που είναι μια σχέση μεταξύ της γραμμικής θέσης s ενός σημείου πάνω σ' ένα περιστρεφόμενο σώμα και της γωνιακής θέσης θ του σώματος αυτού. Η γωνία θ πρέπει να μετριέται σε ακτίνια εξ αιτίας του ότι η εξίσωση (1) είναι ο ορισμός της γωνιακής μέτρησης σε ακτίνια.

Η ταχύτητα. Παραγωγίζοντας την εξίσωση (1) ως προς το χρόνο, το r παραμένει σταθερό, παίρνουμε

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d\theta}{dt} \cdot r$$

Όμως ds/dt είναι η γραμμική ταχύτητα του εν λόγω σημείου και dθ/dt είναι η γωνιακή ταχύτητα του περιστρεφόμενου σώματος, έτσι ώστε

$$v = \omega \cdot r \tag{2}$$

Και πάλι η γωνιακή ταχύτητα ω πρέπει να μετριέται σε ακτίνια ανά δευτερόλεπτο. Το σχήμα 3α δείχνει ότι η γραμμική ταχύτητα είναι πάντοτε εφαπτόμενη στον κύκλο που διαγράφεται από το εν λόγω σημείο καθώς το σώμα περιστρέφεται.

Η επιτάχυνση. Παραγωγίζοντας την εξίσωση (2) ως προς το χρόνο, πάλι το r παραμένει σταθερό, παίρνουμε

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d\omega}{dt} \cdot r \tag{3}$$

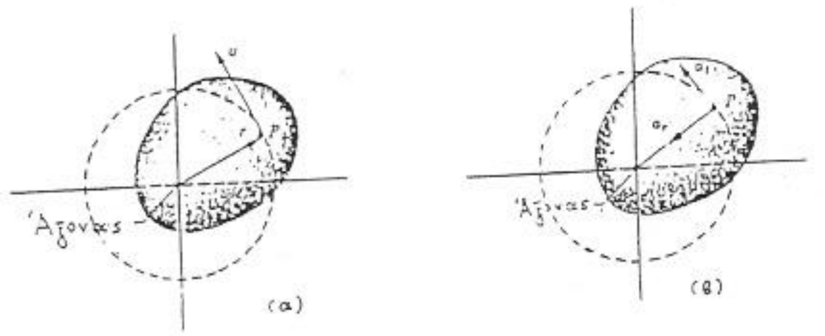
Στην εξίσωση (3), dv/dt είναι η εφαπτομενική συνιστώσα της γραμμικής επιτάχυνσης, που εκφράζει τη μεταβαλλόμενη ταχύτητα του σωματιδίου. Μπορούμε ως εκ τούτου να ξαναγράψουμε την εξίσωση (3) ως εξής

$$a_t = \alpha \cdot r \tag{4}$$

Όμως ένα σωμάτιο που κινείται σε κυκλική τροχιά έχει επίσης μια ακτινική συνιστώσα της γραμμικής επιτάχυνσης, ίση με v2/r. Χρησιμοποιώντας την προηγούμενη σχέση (2), μπορούμε να γράψουμε

$$a_r = {}^{v^2}\!/_{r} = \omega^2 \cdot r \tag{5}$$

Όπως δείχνει το σχήμα 3β, η γραμμική επιτάχυνση ενός σημείου πάνω σ' ένα περιστρεφόμενο στερεό σώμα έχει, εν γένει, δύο συνιστώσες. Η ακτινική συνιστώσα ar, που δίνεται από την εξίσωση (5), παρουσιάζεται πάντα όταν η γωνιακή ταχύτητα του σώματος δεν είναι μηδέν. Η εφαπτομενική συνιστώσα at, που δίνεται από την εξίσωση (4), παρουσιάζεται πάντα όταν η γωνιακή επιτάχυνση δεν είναι μηδέν.



Σχήμα 3. Το στερεό σώμα στρέφεται γύρω από άξονα κάθετο στο επίπεδο του χαρτιού. Κάθε σημείο του σώματος (π.χ. το P) κινείται πάνω σε περιφέρεια κύκλου που γράφεται με κέντρο κάποιο σημείο του άξονα περιστροφής.

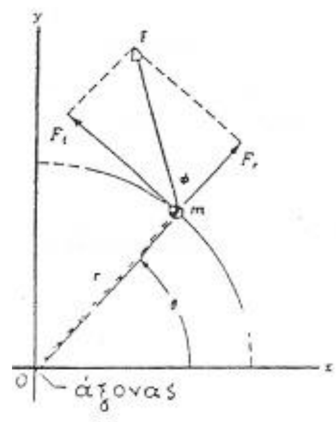
α) Η γραμμική ταχύτητα κάθε σημείου είναι εφαπτόμενη στον κύκλο στον οποίον κινείται το σημείο.

β) Η γραμμική επιτάχυνση του σημείου έχει, εν γένει, δύο συνιστώσες: την εφαπτομενική συνιστώσα at (εξ. 4) και την ακτινική συνιστώσα ar (εξ. 5).

Ο ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ ΓΙΑ ΤΗΝ ΠΕΡΙΣΤΡΟΦΗ

Το σχήμα 4 δείχνει μια απλή περίπτωση περιστροφής γύρω από ένα σταθερό άξονα. Το περιστρεφόμενο στερεό σώμα αποτελείται από ένα απλό σωματίδιο μάζας m στερεωμένο στην άκρη μιας (αβαρούς) ράβδου. Μια δύναμη F ενεργεί όπως δείχνεται, αναγκάζοντας το σωματίδιο να κινείται σε περιφέρεια κύκλου. Το σωματίδιο έχει μια εφαπτομενική συνιστώσα της επιτάχυνσης σύμφωνη με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, ή

$$F_t = m \cdot a_t$$



Σχήμα 4. Ένα απλό στερεό σώμα, ελεύθερο να περιστρέφεται γύρω από έναν άξονα που περνάει από το O, συνίσταται από ένα σωματίδιο μάζας m που είναι στερεωμένο στην άκρη μιας ράβδου μήκους r όμως αμελητέας μάζας. Αν και έχουμε καταλήξει στη σχέση (6) για την ειδική περίπτωση ενός απλού σημείου που περιστρέφεται γύρω από ένα σταθερό άξονα, αυτή ισχύει για οποιοδήποτε στερεό σώμα που περιστρέφεται γύρω από ένα σταθερό άξονα. Αυτό είναι επακόλουθο της αρχής της υπερθέσεως, γιατί οποιοδήποτε τέτοιο σώμα μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα σύστημα απλών σωματιδίων.

Η ροπή στρέψης που ενεργεί πάνω στο σωματίδιο είναι τότε

$$\tau = F \cdot r$$

Τη σχέση

$$a_t = \alpha \cdot r$$

μπορούμε να τη γράψουμε σαν

$$\tau = m \cdot (\alpha \cdot r) \cdot r = (m \cdot r^2) \cdot \alpha$$

Η ποσότητα μέσα σε παρενθέσεις είναι η περιστροφική αδράνεια του στερεού σώματος του σχήματος 4 γύρω από τον άξονά του, έτσι ώστε τελικά

$$\tau = I \cdot \alpha \quad (6)$$

Η εξίσωση (6) είναι η γωνιακή μορφή του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα και ισχύει για ένα στερεό σώμα που περιστρέφεται γύρω από ένα σταθερό άξονα.

Πίνακας Ι. Μερικές αντιπροσωπευτικές σχέσεις για τη μεταφορική και περιστροφική κίνηση.

Απλή μεταφορά (καθορισμένη διεύθυνση)		**Απλή περιστροφή (καθορισμένος άξονας)**	
Θέση	x	Θέση	θ
Ταχύτητα	$v = dx/dt$	Ταχύτητα	$\omega = d\theta/dt$
Επιτάχυνση	$a = dv/dt$	Επιτάχυνση	$\alpha = d\omega/dt$
Μεταφορική αδράνεια	m	Μεταφορική αδράνεια	I
Δεύτερος νόμος του Νεύτωνα	$F = m \cdot a$	Δεύτερος νόμος του Νεύτωνα	$\tau = I \cdot \alpha$
Έργο	$W = \int F dx$	Έργο	$W = \int r d\theta$
Κινητική ενέργεια	$K = \frac{1}{2} m \cdot v^2$	Κινητική ενέργεια	$K = \frac{1}{2} I \cdot \omega^2$
Ισχύς	$P = F \cdot v$	Ισχύς	$P = \tau \cdot \omega$

Ο ΔΙΣΚΟΣ ΤΟΥ MAXWELL.

Ο δίσκος του Maxwell είναι ένας τρόπος για να μελετήσουμε περιστροφή και μεταφορά. Καθώς το νήμα ξετυλίγεται ο τροχός μετακινείται κατά μια απόσταση h. Κατά τη μετακίνησή του αυτός χάνει δυναμική ενέργεια ίση με mgh όμως αποκτά κινητική ενέργεια σε δύο μορφές: μεταφορική ($\frac{1}{2} m \cdot v_{cm}^2$) και περιστροφική ($\frac{1}{2} I_{cm} \cdot \omega^2$). Όταν το νήμα έχει ξετυλιχτεί τελείως ο τροχός ξανανεβαίνει χάνοντας κινητική ενέργεια και ξανακερδίζοντας δυναμική ενέργεια.

Ας αναλύσουμε την κίνηση του τροχού κατευθείαν από το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα. Το σχήμα 5 δείχνει ένα διάγραμμα στο οποίο φαίνεται μόνο ο άξονας του τροχού. Εφαρμόζοντας το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα στη γραμμική του μορφή ($\sum \boldsymbol{F - m \cdot a}$) παίρνουμε

$$\sum \boldsymbol{F = M \cdot g - T = M \cdot a} \qquad \textbf{(7)}$$

Εδώ M είναι η μάζα του τροχού και T είναι η τάση του σχοινιού.

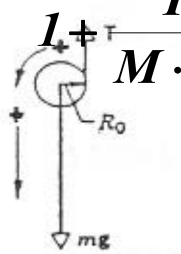
Εφαρμόζοντας το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα σε γωνιακή μορφή ($\sum \boldsymbol{\tau = I \cdot \alpha}$) γύρω από έναν άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας παίρνουμε $\sum \boldsymbol{\tau = I \cdot \alpha}$ ή χρησιμοποιώντας τη σχέση $\boldsymbol{a = \alpha \cdot r}$,

$$\boldsymbol{T \cdot r = I \cdot \left(a / r \right)} \qquad \textbf{(8)}$$

Εδώ r είναι η ακτίνα του άξονα του τροχού, I είναι η περιστροφική αδράνεια του τροχού γύρω από τον κεντρικό του άξονα και α είναι η γωνιακή επιτάχυνση του τροχού.

Με απαλοιφή του T ανάμεσα στις σχέσεις (7) και (8) και λύνοντας ως προς a, καταλήγουμε

$$\boldsymbol{a = g \cdot \frac{1}{1 + \frac{I}{M \cdot r^2}}} \qquad \textbf{(9)}$$



Σχήμα 5. Ένα διάγραμμα για τον τροχό που πέφτει. Φαίνεται μόνο ο άξονας. Οι κατευθύνσεις που έχουν παρθεί σα θετικές δείχνονται με τόξα και με σημεία “+” που τα συνοδεύουν.

Δηλαδή, ένας εξιδανικευμένος δίσκος του Maxwell κατεβαίνει, καθώς ξετυλίγεται το νήμα του, με σταθερή επιτάχυνση. Για να έχουμε μικρή επιτάχυνση, χρειαζόμαστε έναν τροχό με μεγάλη περιστροφική αδράνεια και μικρή ακτίνα του άξονα περιστροφής.

Στη συνέχεια κάνουμε μια ενεργειακή μελέτη του δίσκου.

Η συνολική ενέργεια Ε του δίσκου του Maxwell, μάζας m και ροπής αδράνειας Ι, ως προς τον άξονα περιστροφής, συνίσταται από τη δυναμική ενέργεια ΕΡ, τη μεταφορική ενέργεια ΕΤ και την περιστροφική ενέργεια ER:

$$E = m \cdot \vec{g} \cdot \vec{s} + \frac{1}{2} m \cdot \vec{v}^2 + \frac{1}{2} I_z \cdot \vec{\omega}^2$$

όπου $\vec{\omega}$ η γωνιακή ταχύτητα, $\vec{v}$ η μεταφορική ταχύτητα, $\vec{g}$ η επιτάχυνση της βαρύτητας και $\vec{s}$ το (αρνητικό) ύψος.

Ας εξετάσουμε την κίνηση του δίσκου του Maxwell ενεργειακά

α) στην ανώτατη θέση της τροχιάς του, όπου βρίσκεται στην αρχή του χρόνου, ο δίσκος έχει μόνο δυναμική ενέργεια.

$$E_i = E_P = m \cdot g \cdot h$$

β) στην κατώτατη θέση, όπου βρίσκεται στο τέλος του χρόνου, ο δίσκος έχει μόνο κινητική ενέργεια.

$$E_f = E_k = E_T + E_R = \frac{1}{2} m \cdot v_f^2 + \frac{1}{2} I_z \cdot \omega_f^2$$

γ) σε μια τυχαία ενδιάμεση θέση, στην οποία βρίσκεται σε χρόνο t από το ξεκίνημα, ο δίσκος έχει και δυναμική και κινητική ενέργεια.

$$E_m = E_P + E_k = E_P + E_T + E_R =$$

$$= \frac{1}{2} m \cdot g \cdot [h - s(t)] + \frac{1}{2} m \cdot [v(t)]^2 + \frac{1}{2} I_z \cdot [\omega(t)]^2$$

Εφόσον η συνολική ενέργεια Ε παραμένει σταθερή με το πέρασμα του χρόνου, θα έχουμε:

$$E_i = E_m = E_f$$

και συνεπώς

$$E_f = E_k = E_T + E_R = \frac{1}{2} m \cdot v_f^2 + \frac{1}{2} I_z \cdot \omega_f^2$$

Από την τελευταία, έχοντας υπόψη και τις

$$v(t) = \omega(t) \cdot r, \qquad v(t) = \frac{2s(t)}{t}$$

στις οποίες εύκολα καταλήγουμε σύμφωνα μ’ όσα αναφέρονται στην παράγραφο 2 της θεωρητικής εισαγωγής, παίρνουμε

$$m \cdot g \cdot s(t) = \frac{1}{2} m \frac{4[s(t)]^2}{t^2} + \frac{1}{2} I_z \frac{4[s(t)]^2}{r^2 \cdot t^2}$$

η οποία τελικά δίνει

$$s(t) = \frac{1}{2} \frac{m \cdot g}{m + I_z / r^2} t^2$$

Σημείωση: Ισχύει επίσης και

$$v(t) = \frac{m \cdot g}{m + I_z / r^2} t$$

Β. Πειραματικό μέρος

1. ΒΑΣΙΚΗ ΑΡΧΗ

Ένας δίσκος, που μπορεί να περιστρέφεται, είτε κατερχόμενος είτε ανερχόμενος, καθώς το νήμα ξετυλίγεται ή τυλίγεται στον άξονά του, κινείται μέσα στο πεδίο βαρύτητας. Δυναμική ενέργεια, μεταφορική ενέργεια και περιστροφική ενέργεια μετατρέπονται η μια μορφή στην άλλη και προσδιορίζονται σα συνάρτηση του χρόνου.

2. ΠΡΟΒΛΗΜΑ

Προσδιορίζεται η ροπή αδράνειας του δίσκου του Maxwell. Με τη χρήση του δίσκου του Maxwell

η δυναμική ενέργεια,

η μεταφορική ενέργεια,

η περιστροφική ενέργεια,

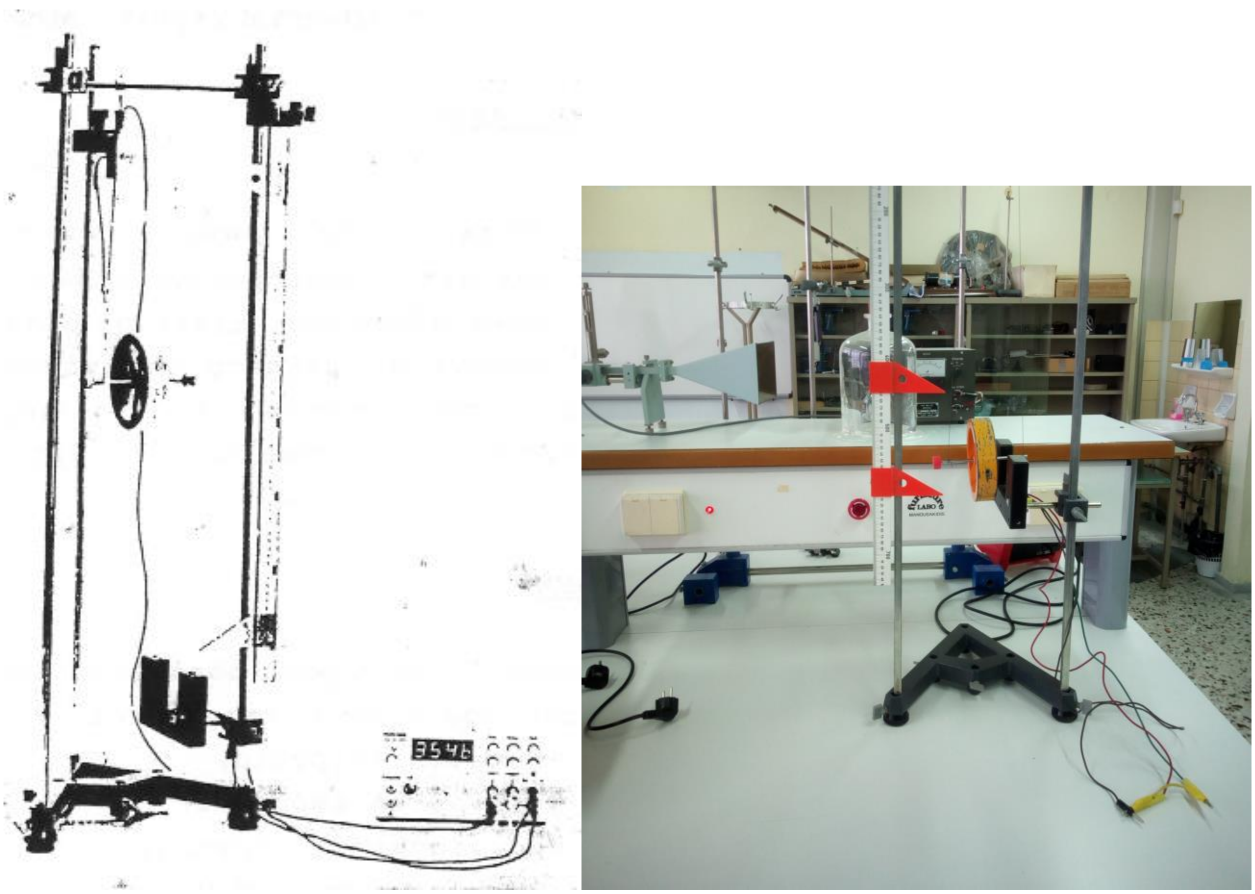
προσδιορίζονται σα συναρτήσεις του χρόνου.

3. ΔΙΑΤΑΞΗ ΚΑΙ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ

Η πειραματική διάταξη είναι όπως δείχνεται στο σχήμα 6. Χρησιμοποιώντας τη ρυθμιστική βίδα πάνω στη ράβδο στήριξης, ευθυγραμμίζεται ο άξονας του δίσκου του Maxwell, ώστε αυτός να είναι οριζόντιος στην κατάσταση κατά την οποία το νήμα είναι ξετυλιγμένο. Όταν το νήμα τυλίγεται, τα τυλίγματα πρέπει να κατευθύνονται προς τα μέσα.

Η πυκνότητα περιτύλιξης πρέπει να είναι προσεγγιστικά ίση στις δύο πλευρές,

Ο διακόπτης απελευθέρωσης, η ακίδα του οποίου τοποθετείται σε μια οπή στην περιφέρεια του δίσκου, χρησιμοποιείται για να απελευθερώνει το δίσκο μηχανικά και για να θέτει σε λειτουργία το χρονόμετρο για καθορισμένη απόσταση και σε ορισμένη χρονική στιγμή.



Σχήμα 6. Πειραματική διάταξη για τη διερεύνηση της διατήρησης της μηχανικής ενέργειας, χρησιμοποιώντας το δίσκο του Maxwell.

Ο διακόπτης απελευθέρωσης πρέπει να είναι ρυθμισμένος έτσι ώστε ο δίσκος να μην ταλαντεύεται μετά το ξεκίνημα. Επιπλέον, το νήμα πρέπει πάντα να είναι τυλιγμένο προς την ίδια φορά για να ξεκινήσει ο δίσκος. Όταν μετριέται χρόνος και απόσταση, η φωτεινή ακτίνα, της συσκευής με σχήμα Π (πι), χρησιμεύει για να σταματά το μετρητή.

Εφόσον τα μεγέθη απόσταση και χρόνος μπορούν να μετρηθούν με σχετική ακρίβεια, το ένα ανεξάρτητα από το άλλο, η παρακάτω εξίσωση (15) είναι πολύ κατάλληλη για τον προσδιορισμό της ροπής αδράνειας.

Στις μετρήσεις η προσέγγιση να γίνεται στο τρίτο δεκαδικό ψηφίο.

4. ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ

Η συνολική ενέργεια E του δίσκου του Maxwell, μάζας m και ροπής αδράνειας I_z γύρω από τον άξονα περιστροφής, συνίσταται από τη δυναμική ενέργεια E_P, τη μεταφορική ενέργεια E_T και την περιστροφική ενέργεια E_R:

$$E = m \cdot \vec{g} \cdot \vec{s}\,' + \frac{m}{2}\vec{v}^{\,2} + \frac{I_z}{2}\vec{\omega}^{\,2} \tag{10}$$

Εδώ, με $\vec{\omega}$ συμβολίζουμε τη γωνιακή ταχύτητα, με $\vec{v}$ τη μεταφορική ταχύτητα, με $\vec{g}$ την επιτάχυνση της βαρύτητας και με $\vec{s}\,'$ το (αρνητικό) ύψος ($\vec{s}\,'$ είναι η απόσταση του δίσκου από τη θέση μηδενικής δυναμικής ενέργειας).

Η αλγεβρική μορφή της σχέσης (10) είναι:

$$E = m \cdot g \cdot [h - s(t)] + \frac{m}{2}v^2 + \frac{I_z}{2}\omega^2 \tag{11}$$

Στη σχέση (11), s(t) είναι η απόσταση κατά την οποία μετακινήθηκε το κέντρο μάζας του δίσκου από την εκκίνηση (t =0) μέχρι τη χρονική στιγμή t. Παίρνοντας υπόψη και ότι $v = \omega \cdot r$ όπου r είναι η ακτίνα του άξονα περιστροφής, παραγώγιση της (11) ως προς το χρόνο δίνει

$$0 = -m \cdot g\frac{ds(t)}{dt} + \frac{1}{2}m \cdot 2v(t)\frac{dv(t)}{dt} + I_z \cdot \omega(t)\frac{d\omega(t)}{dt}$$

Η τελευταία σχέση προκύπτει από το γεγονός ότι η συνολική ενέργεια E παραμένει σταθερή σε όλη τη χρονική διάρκεια της κίνησης του δίσκου. Συνεχίζοντας παίρνουμε

$$0 = -m \cdot g\frac{ds(t)}{dt} + m \cdot v(t)\frac{dv(t)}{dt} + I_z \cdot \omega(t)\frac{d\omega(t)}{dt}$$

ή

$$0 = -m \cdot g \cdot v(t) + m \cdot v(t)\frac{dv(t)}{dt} + I_z \cdot \frac{v(t)}{r} \cdot \frac{d\left[v(t)/r\right]}{dt}$$

ή (επειδή για $t \neq 0$ είναι και $v(t) \neq 0$)

ή
$$0 = -m \cdot g + m \cdot \frac{dv(t)}{dt} + I_z \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{dv(t)}{dt}$$

ή
$$0 = -m \cdot g + m \cdot \frac{dv(t)}{dt} + \frac{I_z}{r^2} \cdot \frac{dv(t)}{dt}$$

ή
$$\left(m + \frac{I_z}{r^2}\right) \cdot \frac{dv(t)}{dt} = m \cdot g$$

$$\cdot \frac{dv(t)}{dt} = \frac{m \cdot g}{m + I_z / r^2} \tag{12}$$

Ολοκλήρωση της (12) από 0 έως t δίνει

$$v(t) = \frac{m \cdot g}{m + \frac{I_z}{r^2}} \cdot t \quad \text{ή} \quad v(t) = a \cdot t \tag{13}$$

Δηλαδή η κίνηση του κέντρου μάζας του δίσκου του Maxwell είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη με επιτάχυνση

$$a = \frac{m \cdot g}{m + \frac{I_z}{r^2}} \tag{14}$$

Για το διανυόμενο διάστημα s(t) ισχύει η σχέση

$$s(t) = \frac{1}{2} \frac{m \cdot g}{m + \frac{I_z}{r^2}} \cdot t^2 \tag{15}$$

Η μάζα εδώ είναι m=0,526kg και η ακτίνα του άξονα περιστροφής r=2,5mm.

ΕΚΤΕΛΕΣΗ ΤΟΥ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ

Αφού διαβάσουμε και κατανοήσουμε πλήρως τα όσα αναφέρονται στην παράγραφο 3 του πειραματικού μέρους της άσκησης, προχωρούμε στη λήψη των πειραματικών τιμών (μετρήσεων).

Για το σκοπό αυτό ρυθμίζουμε τη θέση του διακόπτη απελευθέρωσης έτσι ώστε το κέντρο μάζας του δίσκου να απέχει, από την κατώτατη θέση αναφοράς, απόσταση ίση με το διάστημα s(t) που είναι γραμμένο στην εν λόγω σειρά του πίνακα ΙΙ.

Για κάθε s(t) μετρούμε το χρόνο καθόδου του δίσκου.

Παίρνουμε 3 μετρήσεις για κάθε s(t).

Προσέχουμε σε κάθε μέτρηση ώστε το νήμα να τυλίγεται προς την ίδια φορά.

Συμπληρώνουμε τον πίνακα ΙΙ.

Από τις τιμές που πήραμε, για τα διαστήματα και τους αντίστοιχους χρόνους, κάνουμε, σε χιλιοστομετρικό χαρτί, τη γραφική παράσταση του διαστήματος s σε συνάρτηση με το χρόνο t.

Κάνουμε την παραπάνω γραφική παράσταση και σε λογαριθμικό χαρτί.

Γραμμικοποιούμε τη σχέση που συνδέει το διάστημα με το χρόνο κατά την κάθοδο του δίσκου του Maxwell [σχέση $\boldsymbol{s = \frac{1}{2} a \cdot t^2}$].

Σε χιλιοστομετρικό χαρτί κάνουμε την αντίστοιχη γραφική παράσταση. Η χάραξη της ευθείας να γίνει με τη Μέθοδο των Ελαχίστων Τετραγώνων.

Με τη χρήση της Μεθόδου των Ελαχίστων Τετραγώνων, υπολογίζουμε την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του δίσκου του Maxwell καθώς επίσης και τη ροπή αδράνειας Iz του δίσκου αυτού ως προς τον άξονα περιστροφής.

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τη δυναμική, μεταφορική και περιστροφική ενέργεια του δίσκου σε διάφορες θέσεις της τροχιάς του, όπως φαίνεται παρακάτω.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΙΙ

α/α	s(m)	t(s)	$\bar{t}(s)$
1	0,50	t1=	
		t2=	
		t3=	
		t1=	

2	0,45	t2=	
		t3=	
3	0,40	t1=	
		t2=	
		t3=	
4	0,35	t1=	
		t2=	
		t3=	
5	0,30	t1=	
		t2=	
		t3=	
6	0,25	t1=	
		t2=	
		t3=	
7	0,20	t1=	
		t2=	
		t3=	
8	0,15	t1=	
		t2=	
		t3=	
9	0,10	t1=	
		t2=	
		t3=	
10	0,05	t1=	
		t2=	
		t3=	

ΠΙΝΑΚΑΣ III

Θέση (m)	Χρόνος (s)	Δυναμ. Εν. (J)	Μεταφ. Εν. (J)	Περιστρ. Εν. (J)	Μηχαν. Εν. (J)

0,50	0				
0,45					
0,40					
0,35					
0,30					
0,25					
0,20					
0,15					
0,10					
0,05					
0,00					

ΠΡΟΣΟΧΗ: Στον πίνακα ΙΙΙ έχει σημειωθεί η χρονική στιγμή κατά την οποία το κέντρο μάζας του δίσκου του Maxwell βρίσκεται σε ύψος 0,50m, ως προς τη θέση αναφοράς (ύψος 0m). Χρειάζεται μεγάλη προσοχή για το πώς θα συμπληρώσουμε την υπόλοιπη στήλη με τους χρόνους.

Τέλος, διατυπώνουμε τις παρατηρήσεις μας και τα συμπεράσματά μας.

ΑΣΚΗΣΗ 15: ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΗΣ ΕΙΔΙΚΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΣΩΜΑΤΟΣ

Α. Θεωρητικό μέρος

ΘΕΡΜΙΔΟΜΕΤΡΙΑ – ΜΕΤΑΔΟΣΗ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ

Προκειμένου να αυξηθεί η θερμοκρασία ενός σώματος, το ποσό της θερμότητας που πρέπει να προσφερθεί σ' αυτό εξαρτάται από τη διαφορά θερμοκρασίας που θέλουμε να πετύχουμε αλλά και από φυσικούς παράγοντες όπως είναι η μάζα του σώματος αλλά και η φύση του. Έτσι έχουμε την εξής έκφραση που καθορίζει ποσοτικά την πιο πάνω εξάρτηση :

$$\boldsymbol{Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta} \tag{1}$$

όπου Q είναι το ποσό θερμότητας που απαιτείται για να αυξηθεί η θερμοκρασία της μάζας m, της ουσίας που εξετάζουμε, κατά Δθ βαθμούς. Το μέγεθος c εξαρτάται από τη φύση του σώματος και ονομάζεται ειδική θερμότητα.

Ορίζεται ειδική θερμότητα σώματος το ποσό εκείνο της θερμότητας που απορροφά ένα gr του σώματος για να ανεβάσει τη θερμοκρασία του κατά ένα βαθμό Κελσίου (1 oC). Το γινόμενο m.c=K χαρακτηρίζεται σα θερμοχωρητικότητα του σώματος και εκφράζει το πόσο της θερμότητας που απαιτείται για να αυξηθεί η θερμοκρασία ενός σώματος μάζας m κατά 1 oC.

Η μονάδα θερμότητας ορίζεται αυθαίρετα σαν το ποσόν της ενέργειας που απαιτεί 1gr νερού σε θερμοκρασία 14,5 oC για να θερμανθεί στους 15,5 oC. Η μονάδα αυτή πήρε το όνομα calorie και συμβολίζεται με cal. Από τα παραπάνω και την εξίσωση (1) προκύπτει ότι η ειδική θερμότητα c, εκφράζεται σε cal / (gr *grad), ενώ η θερμοχωρητικότητα K, σε cal / grad.

Όταν δύο σώματα έλθουν σε επαφή αποκτούν την ίδια θερμοκρασία, οπότε λέμε πως αποκαταστάθηκε θερμική ισορροπία. Η αποκατάσταση όμως θερμικής ισορροπίας απαιτεί μεταφορά ενέργειας, με τη μορφή θερμότητας από το θερμότερο σώμα προς το<ψυχρότερο. Ο νόμος της διατήρησης της ενέργειας επιβάλλει, η ενέργεια που μεταφέρθηκε στο ψυχρότερο σώμα να είναι ίση με την ενέργεια που έχασε το θερμότερο. Η ποσοτική έκφραση αυτού του φαινομένου, της ανακατανομής της ενέργειας ανάμεσα στα σώματα για να επέλθει θερμική ισορροπία, αποτελεί τη βάση της θερμιδομετρίας και εκφράζεται με τη σχέση :

$$\boldsymbol{Q_{\pi\rho o\sigma\phi} = Q_{\alpha\pi o\rho\rho}} \tag{2}$$

όπου Qπροσφ είναι το ποσό της θερμότητας ποτ αποδίδει το θερμότερο σώμα, και Qαπορρ είναι το ποσό της θερμότητας που απορροφά το ψυχρότερο σώμα. Στην παραπάνω διαδικασία μεταφοράς ενέργειας θεωρείται ότι το σύστημα των δύο σωμάτων είναι κλειστό έτσι ώστε το περιβάλλον να μην λαμβάνει μέρος.

Πολλές φορές στη θερμιδομετρία χρησιμοποιείται ο όρος δεξαμενή θερμότητας θερμοκρασίας Τ. Λέγοντας δεξαμενή θερμότητας εννοούμε ένα σώμα του οποίου η θερμοχωρητικότητα είναι πολύ μεγάλη σε σχέση με τα διάφορα σώματα με τα οποία έρχεται σε επαφή. Έτσι, παρά τις ανταλλαγές θερμότητας, τελικά η θερμοκρασία της δεξαμενής παραμένει σταθερή, ενώ η θερμοκρασία των σωμάτων μεταβάλλεται και γίνεται ίση με Τ.

ΤΡΟΠΟΙ ΔΙΑΔΟΣΗΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ – ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΑΓΩΓΙΜΟΤΗΤΑΣ

Η θερμότητα μεταδίδεται με τρεις τρόπους

1. με αγωγή
2. με μεταφορά
3. με ακτινοβολία

1. Διάδοση της θερμότητας με αγωγή

Λέμε ότι η θερμότητα διαδίδεται με αγωγή όταν μεταφέρεται στο εσωτερικό ενός σώματος, από τα θερμότερα στα ψυχρότερα μέρη του, από μόριο σε μόριο χωρίς μετακίνηση ύλης π.χ. το χερούλι του τηγανιού θερμαίνεται με αγωγή καθώς το τηγάνι βρίσκεται πάνω στη φωτιά.

2. Διάδοση της θερμότητας με μεταφορά

Η διάδοση της θερμότητας με μεταφορά γίνεται με μεταφορά ύλης από περιοχές μεγάλης θερμοκρασίας σε περιοχές μικρής θερμοκρασίας, με σχηματισμό ρευμάτων μέσα σ' αυτές π.χ. η λειτουργία του καλοριφέρ.

3. Διάδοση της θερμότητας με ακτινοβολία

Η διάδοση της θερμότητας με τη μορφή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων αποτελεί τη διάδοση με ακτινοβολία. Η ενέργεια (θερμότητα) που ακτινοβολείτε ακολουθεί το νόμο των Stefan – Boltzmann :

$$\boldsymbol{E = \sigma \cdot \left(T^4 - T_0^4\right)}$$

(3)

όπου σ είναι η σταθερά των Stefan – Boltzmann που είναι ίση με :

$$\sigma = 5{,}73 \cdot 10^{-8}\, {Watt}/{m^2 \cdot grad}$$

Τ η τελική θερμοκρασία του σώματος εκφρασμένη σε Kelvin και Τ0 η αρχική θερμοκρασία του σώματος επίσης εκφρασμένη σε Kelvin.

Η ταχύτητα ΔQ / Δt με την οποία περνά το ποσό θερμότητας μέσα από μια εγκάρσια τομή ενός σώματος στη μονάδα του χρόνου είναι ανάλογη με την επιφάνεια τομής S και με την πτώση της θερμοκρασίας ανά μονάδα μήκους ΔΤ / ΔL και εκφράζεται με τη σχέση :

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = k \cdot S \cdot \frac{\Delta T}{\Delta L} \qquad (4)$$

όπου k είναι ο συντελεστής αγωγιμότητας που είναι συνάρτηση της φύσης του υλικού και εκφράζεται σε ${cal}/{cm \cdot grad \cdot \sec}$.

Ειδική Θερμότητα υπό Σταθερή Πίεση (CP) και υπό Σταθερό Όγκο (CV)

Η ειδική θερμότητα ενός σώματος μπορεί να είναι είτε υπό σταθερή πίεση (CP) είτε υπό σταθερό όγκο (CV). Όσον αφορά τα στερεά ή υγρά υλικά σώματα οι δύο παραπάνω ποσότητες είναι περίπου ίσες. Αντίθετα, στα αέρια ο λόγος CP / CV = γ έχει χαρακτηριστική τιμή για κάθε είδος αερίου ανάλογα με τον αριθμό των ατόμων που αποτελούν το μόριο του αερίου, δηλαδή :

α) Μονοατομικά αέρια γ = 1,66

β) Διατομικά αέρια γ = 1,41

γ) Τριατομικά αέρια γ = 1,33

Προφανώς πάντοτε ισχύει CP > CV. Το γινόμενο του μοριακού βάρους Μ ενός αερίου επί τη διαφορά CP - CV είναι σταθερό και ίσο με το λόγο R / J δηλαδή η αριθμητική του τιμή είναι ίση με :

$$8{,}31 / 4{,}19 \cong 1{,}98$$

Ονομάζουμε ατομική θερμότητα ενός στοιχείου το γινόμενο της μάζας ενός γραμμοατόμου επί την ειδική του θερμότητα. Οι Dulong – Petit βρήκαν ότι η ατομική θερμότητα των περισσοτέρων μετάλλων, σε αρκετά καλή προσέγγιση, ισούται με :

$$6{,}4 \, {cal}/{grad}$$

Β. Πειραματικό μέρος

Το πείραμα αυτό στηρίζεται στην αρχή της μεθόδου των μιγμάτων. Δηλαδή το σώμα με άγνωστη ειδική θερμότητα c θερμαίνεται σε μια θερμοκρασία θ και ύστερα ρίχνεται μέσα στο θερμιδόμετρο, που περιέχει νερό μάζας m1, και θερμοκρασίας θ1. Το θερμιδόμετρο έχει μάζα m2 και βρίσκεται και αυτό αρχικά στη θερμοκρασία του νερού θ1. Το θερμό σώμα μάζας m, χάνει θερμότητα και ελαττώνει τη θερμοκρασία του σε μια θερμοκρασία ισορροπίας θ2, που αποκτούν και το θερμιδόμετρο μαζί με το νερό. Εξαιτίας της θερμικής ισορροπίας έχουμε :

Qσώματος = Qνερού + Qθερμιδόμετρου

$$m \cdot c \cdot (\theta - \theta_2) = (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2) \cdot (\theta_2 - \theta_1) \qquad (5\alpha)$$

όπου c1 η ειδική θερμότητα του νερού ίση με $1 \, {cal}/{gr \cdot grad}$

c2 η ειδική θερμότητα του θερμιδόμετρου από χαλκό ίση με

$0{,}0924 \, {cal}/{gr \cdot grad}$

Λύνοντας ως προς c την εξίσωση (5α) έχουμε :

$$c = \frac{(m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2) \cdot (\theta_2 - \theta_1)}{m \cdot (\theta - \theta_2)} \qquad (5\beta)$$

Για την εκτέλεση του πειράματος ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα :

1. Στηρίζουμε κατάλληλα το θερμόμετρο στο θερμιδόμετρο έτσι ώστε το κατώτερο άκρο του θερμομέτρου να βρίσκεται κάτω από τη μέση του θερμιδόμετρου.
2. Βάζουμε ένα δοχείο που περιέχει νερό περίπου μέχρι τη μέση του πάνω στο θερμαντήρα.
3. Ζυγίζουμε το σώμα που είναι κατασκευασμένο από αργίλιο (Al) και του οποίου θέλουμε να βρούμε την ειδική θερμότητα c και έστω ότι m η μάζα του.
4. Κρεμούμε το υπό μελέτη υλικό σώμα μέσα στο νερό που βράζει και το αφήνουμε να βράσει γύρω στα 5 λεπτά μετρώντας το χρόνο από τη στιγμή που το νερό αρχίζει να κοχλάζει. Έτσι το σώμα αποκτά θερμοκρασία θ = 96oC.
5. Ζυγίζουμε το θερμιδόμετρο και έστω m2 η μάζα του.
6. Προσθέτουμε στο θερμιδόμετρο 200 ml νερό και παίρνουμε τη θερμοκρασία θ1.
7. Το σώμα, αφού μείνει γύρω στα 5 λεπτά μέσα στο νερό που βράζει, το παίρνουμε, όσο πιο γρήγορα γίνεται, και το τοποθετούμε μέσα στο θερμιδόμετρο. Περιμένουμε μέχρι να επέλθει θερμική ισορροπία θερμοκρασία θ2 και την καταγράφουμε.
8. Επαναλαμβάνουμε την ίδια διαδικασία και για τα άλλα υλικά σώματα.
9. Υπολογίζουμε την ειδική θερμότητα c των διαφόρων υλικών σωμάτων (Al1, Al2, Al3, Al4, Fe, Cu) και συμπληρώνουμε τον πίνακα Ι.

ΠΙΝΑΚΑΣ Ι

α/α	Σώμα	m(gr)	m1(gr)	m2(gr)	θ(oC)	θ1(oC)	θ2(oC)	c(cal/gr*grad)
1	Al1							
2	Al2							
3	Al3							
4	Al4							
5	Fe							
6	Cu							

10. Υπολογίζουμε τη θερμοχωρητικότητα Κ των υλικών σωμάτων που μελετούμε και τα ατομικά βάρη ΑΒ από τη σχέση :

$$\boldsymbol{AB = \frac{6{,}4 \, cal/grad}{c}}$$

11. Υπολογίζουμε τις αποκλίσεις των ατομικών βαρών ΑΒ των παραπάνω σωμάτων από τις θεωρητικές τους τιμές.

ΑΒ Al = 26,9815

ΑΒ Fe = 55,847

ΑΒ Cu = 63,54

12. Συμπληρώνουμε τον πίνακα ΙΙ.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΙΙ

α/α	Σώμα	c(cal/gr*grad)	K(cal/grad)	AB	σ%
1	Al1				
2	Al2				
3	Al3				
4	Al4				
5	Fe				
6	Cu				

13. Με τις τιμές των m και K που έχουμε για τα Al1, Al2, Al3 και Al4 κάνουμε τη γραφική παράσταση m – K και με τη χρήση της μεθόδου των ελαχίστων τετραγώγων χαράζουμε την καλύτερη ευθεία. Από την κλίση της καλύτερης ευθείας υπολογίζουμε το ΑΒ του Al. Υπολογίζουμε την εκατοστιαία απόκλιση της πειραματικής από τη θεωρητική τιμή αυτού.
14. Διατυπώνουμε, τέλος, τις παρατηρήσεις μας και τα συμπεράσματά μας.