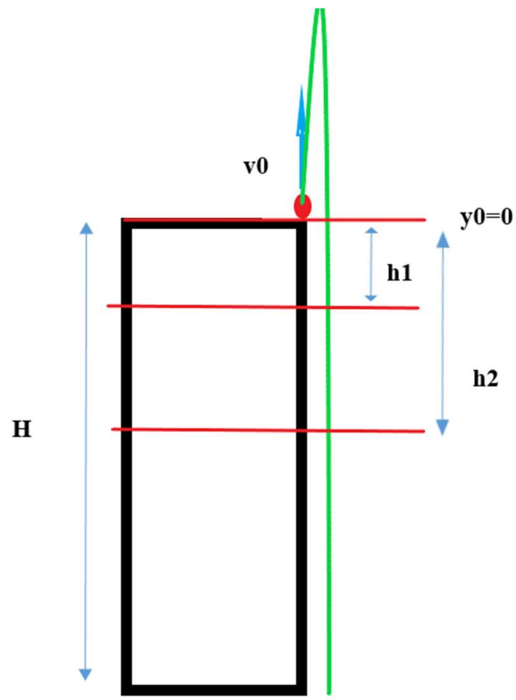
**Γενική Φυσική Ι**

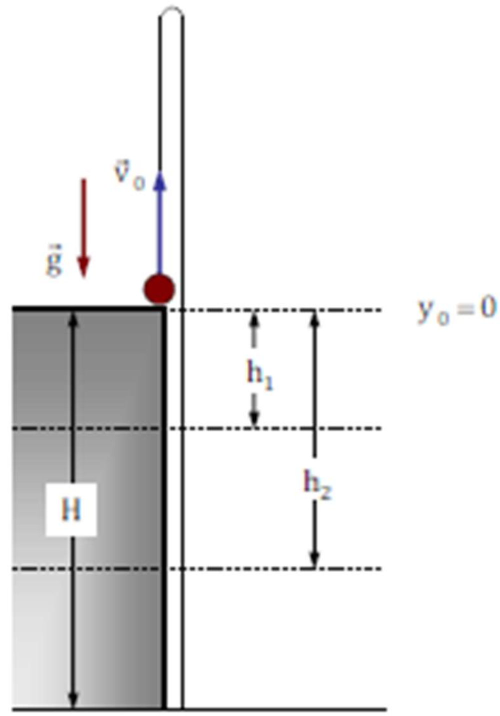
**Θέματα Ιανουαρίου 2021**

**Θέμα 4 2Μ:** Παρατηρητής ρίχνει από την άκρη της ταράτσας πολυκατοικίας ύψος H=24m κατακόρυφα προς τα πάνω μικρά μπάλα με αρχική ταχύτητα $v_0$ την χρονική στιγμή $t_0$=0s. Έχοντας συγχρονίσει τα χρονόμετρά τους παρατηρητές απέχοντες Δh=10m και ευρισκόμενοι στα παράθυρά τους βλέπουν τη μπάλα να περνά με κατεύθυνση προς τα κάτω με χρονική καθυστέρηση $\Delta t = t_2 - t_1 = 0.8$s ο δεύτερος από τον πρώτο. Σε ποιο ύψος βρίσκονται οι παρατηρητές εάν είναι γνωστό ως η μπάλα φτάνει στο έδαφος τη χρονική στιγμή $t_3$=3s; Αγνοήστε την αντίσταση του αέρα. Δίνεται $g=9.81 m/s^2$ .



## Λύση

Έστω ότι οι δύο παρατηρητές βρίσκονται σε απόσταση $h_1$ και $h_2$ από την ταράτσα της πολυκατοικίας. Θεωρώντας το σημείο ρίψης της μπάλας ως την αρχή του άξονα $y$, τότε για τη μονοδιάστατη κίνηση κατά μήκος του κατακόρυφου άξονα $y$ έχουμε τις εξισώσεις:




$$\left\{ \begin{array}{l} -h_1 = v_0 t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 \\ -h_2 = v_0 t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2 \\ -H = v_0 t_3 - \frac{1}{2} g t_3^2 \end{array} \right\}$$

Από την τρίτη εξίσωση είναι δυνατόν να υπολογισθεί η αρχική ταχύτητα του σώματος:

$$-H = v_0 t_3 - \frac{1}{2} g t_3^2 \Longrightarrow v_0 = \frac{1}{2} g t_3 - \frac{H}{t_3} \Longrightarrow v_0 = \frac{1}{2} 9.80 \cdot 3 - \frac{24}{3} \Longrightarrow v_0 = 6.7 m/s^2$$

Αφαιρώντας κατά μέλη τις δύο πρώτες εξισώσεις έχουμε:

$$-h_1 + h_2 = v_0(t_1 - t_2) - \frac{1}{2} g (t_1^2 - t_2^2) \Longrightarrow \Delta h = -v_0 \Delta t - \frac{1}{2} g (t_1 - t_2)(t_1 + t_2)$$

$$\Longrightarrow \Delta h = -v_0 \Delta t + \frac{1}{2} g \Delta t (2t_1 + \Delta t) \Longrightarrow t_1 = \frac{v_0 \Delta t + \Delta h}{g \Delta t} - \frac{\Delta t}{2}$$

απ΄ όπου με αντικατάσταση βρίσκουμε:

$$t_1 = \frac{6.7 \cdot 0.8 + 10.0}{9.80 \cdot 0.8} - \frac{0.8}{2} \Longrightarrow t_1 = 1.56 s$$

και αντίστοιχα $t_2 = 2.36s$. Οι χρονικές αυτές τιμές προσδιορίζουν τις απόλυτες αποστάσεις:

$$-h_1 = v_0 t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 \Longrightarrow h_1 = -6.7 \cdot 1.56 + 1/2 \cdot 9.80 \cdot 1.56^2 \Longrightarrow \boxed{h_1 = 1.47m}$$

$$-h_2 = v_0 t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2 \Longrightarrow h_2 = -6.7 \cdot 2.36 + 1/2 \cdot 9.80 \cdot 2.36^2 \Longrightarrow \boxed{h_2 = 11.47m}$$

**Θέμα 5 2Μ** : Η κίνηση σώματος περιγράφεται από την εξίσωση:

$$\vec{r} = 2.5 * t^2 \hat{x} + \frac{1}{45}\sqrt{(30 * t + 9)^3}\hat{y}$$

Αν για t=0 είναι $s_o$=0, να βρεθεί το διάστημα που έχει διαγράψει πάνω στην τροχιά του ύστερα από χρόνο t=2s. Πόση είναι η επιτάχυνση του τότε;

Λύση

$$\vec{r} = 2{,}5t^2\hat{x} + \frac{1}{45}\cdot\sqrt{(30t+9)^3}\,\hat{y}$$

για $t=0$ $S_0=0$ $s_j$ για $t=2$ s και $\alpha_j$

λύση

$$\vec{r} = 2{,}5t^2\hat{x} + \frac{1}{45}\sqrt{(30t+9)^3}\,\hat{y}$$

άρα $x(t) = 2{,}5t^2$ $\quad y(t) = \frac{1}{45}\cdot\sqrt{(30t+9)^3}$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 5t\,\hat{x} + \frac{3}{2}\cdot\frac{1}{45}\cdot(30t+9)^{1/2}\cdot 30\,\hat{y}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 5t\hat{x} + (30t+9)^{1/2}\hat{y} \text{ m/s}$$

$$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{u}}{dt} \Rightarrow \vec{\alpha} = 5\hat{x} + \frac{1}{2}\cdot 30(30t+9)^{-1/2}\hat{y} \Rightarrow$$

$$\vec{\alpha} = 5\hat{x} + 15(30t+9)^{-1/2}\hat{y} \text{ m/s}^2$$

Το μέτρο αυ $v$: $|\vec{v}| = \sqrt{(5t)^2 + [(30t+9)^{1/2}]^2}$

$$\Rightarrow v = \sqrt{25t^2+30t+9} = \sqrt{(5t+3)^2} \Rightarrow$$

$$v = |\vec{v}| = 5t+3$$

Γνωρίζω ότι $v = |\vec{v}| = \frac{ds}{dt} \Rightarrow$

$$\Rightarrow ds = v \cdot dt \Rightarrow \int_0^S dS = \int_0^2 (5t+3) \cdot dt$$

$$\Rightarrow S = \left[\frac{5t^2}{2} + 3t\right]_0^2 \Rightarrow S = 16\ m.$$

Η $a$ για $t = 2s$ είναι

$$\vec{a}(2s) = 5\hat{x} + \frac{15}{\sqrt{69}}\hat{y}$$

$$a(2s) = |\vec{a}(2s)| = \sqrt{25 + \left(\frac{15}{\sqrt{69}}\right)^2} \Rightarrow$$

$$a(2s) = \sqrt{25 + \frac{225}{69}} \Rightarrow a(2s) = 5{,}316\ m/s^2$$