Σεπτέμβριος 2021 Φυσική Ι

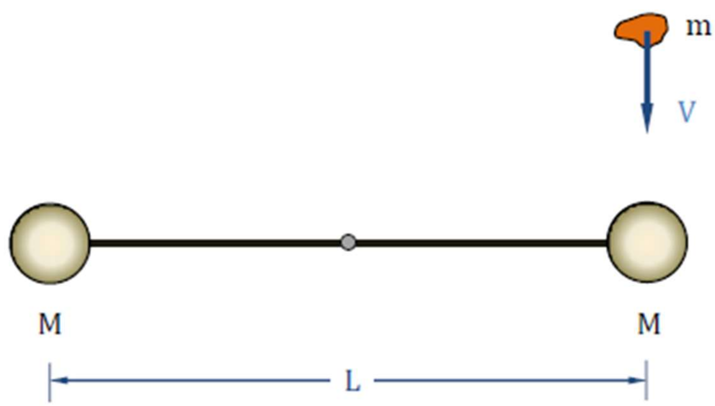
Θέμα 1ο

Στόκος μάζας ***m*** κινούμενος με ταχύτητα ***V*** προσκολλάται σε μια από τος μπάλες ενός αλτήρα, ο οποίος μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές κατακόρυφα, γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το μέσον της αβαρούς ράβδου που συνδέει τις δύο μπάλες. Εάν η μάζα κάθε μπάλας είναι ***M*** το μήκος της ράβδου ***L*** να υπολογισθούν: α) Το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ***ω*** αμέσως μετά την προσκόλληση του στόκου στην μπάλα. β) Τον λόγο ***η*** των κινητικών ενεργειών πριν και μετά την πρόσκρουση. γ) Τη συνολική γωνία περιστροφής του αλτήρα μετά την προσκόλληση.

Λύση

<u>Ερώτημα (α)</u>

Είναι προφανές ότι ο αλτήρας πριν την πρόσκρουση του στόκου βρίσκεται σε ισορροπία οριζοντιωμένος. Με βάση την αρχή διατήρησης της στροφορμής του συστήματος έχουμε:



$$mV\frac{L}{2} = \left[m\left(\frac{L}{2}\right)^2 + 2M\left(\frac{L}{2}\right)^2\right]\omega$$

απ' όπου μπορεί να υπολογιστεί το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας ω:

$$\omega = \frac{mV}{(2M+m)(L/2)} \Longrightarrow \boxed{\omega = \frac{2mV}{(2M+m)L}}$$

<u>Ερώτημα (β)</u>

Ο λόγος των κινητικών ενεργειών, μετά και πριν την πρόσκρουση, είναι:

$$\frac{k_f}{k_i} = \frac{1/2I\omega^2}{1/2mV^2} = \frac{I}{m}\left(\frac{\omega}{V}\right)^2 = \frac{(2M+m)(L/2)^2}{m}\left(\frac{\omega}{V}\right)^2 = \left(\frac{2M}{m}+1\right)\left(\frac{L\omega}{2V}\right)^2$$

και κάνοντας χρήση του προηγούμενου αποτελέσματος

$$\frac{k_f}{k_i} = \left(\frac{2M}{m}+1\right)\left(\frac{m}{2M+m}\right)^2 \Longrightarrow \boxed{\eta = \frac{k_f}{k_i} = \frac{m}{2M+m}}$$

Ερώτημα (γ)

Αμέσως μετά την προσκόλληση, δεδομένου ότι δεν υπάρχουν τριβές, θα έχουμε διατήρηση της μηχανικής ενέργειας. Δηλαδή θα ισχύει:

$$E_i = E_f \Longrightarrow k_i + U_i = k_f + U_f \Longrightarrow k_i = U_f$$

$$\Longrightarrow \eta\frac{1}{2}mV^2 = \Big[Mg - (M+m)g\Big]\frac{L}{2}sin\theta \Longrightarrow sin\theta = -\eta\frac{V^2}{gL}$$

$$\boxed{sin\theta = -\frac{m}{2M+m}\,\frac{V^2}{gL}}$$

Είναι προφανές πως το σύστημα θα ισορροπήσει αφού διαγράψει πρώτα τόξο 180^o όπως φαίνεται από το αρνητικό πρόσημο του αποτελέσματος.

Θέμα 2ο

Ένα αντικείμενο, αρχικά ακίνητο, πέφτει διανύοντας απόσταση ***h***. Αν διανύει ***0.5h*** στο τελευταίο 1s, να βρείτε α) το χρόνο ***t*** και β) το ύψος ***h*** της πτώσης του. γ) Να ερμηνεύσετε τη φυσική μη αποδεκτή λύση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης ως προς ***t*** που βρίσκετε.

Λύση

(α) Δεδομένου ότι η αρχική ταχύτητα της ελεύθερης πτώσης είναι $v_0 = 0$ η κίνηση κατά την κατακόρυφο περιγράφεται από την εξίσωση

$$y = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \Longrightarrow y = -\frac{1}{2}gt^2$$

Βασιζόμενοι στα δεδομένα της άσκησης, εάν για $y = -h$ το σώμα χρειάζεται χρόνο t, τότε για $y = -0.50h$ το σώμα τα χρειάζεται χρόνο $(t-1)s$. Δηλαδή:

$$\left\{ \begin{array}{l} -0.50h = -\frac{1}{2}g(t-1)^2 \\ -h = -\frac{1}{2}gt^2 \end{array} \right\} \Longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} h/2 = \frac{1}{2}g(t-1)^2 \\ h = \frac{1}{2}gt^2 \end{array} \right\} \Longrightarrow \left\{ \begin{array}{l} h = g(t-1)^2 \\ h = \frac{1}{2}gt^2 \end{array} \right\}$$

Το σύστημα αυτό μας οδηγεί στην δευτεροβάθμια εξίσωση του χρόνου:

$$g(t-1)^2 = \frac{1}{2}gt^2 \Longrightarrow 2(t-1)^2 = t^2 \Longrightarrow t^2 - 4t + 2 = 0 \Longrightarrow t = 2 \pm \sqrt{2}$$

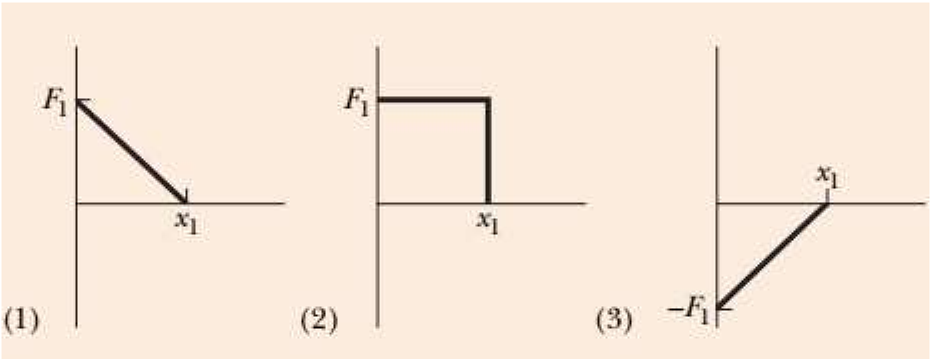
Επειδή πρέπει $t > 1$, η φυσικά αποδεκτή λύση είναι η $\boxed{t = 2 + \sqrt{2}\ s}$

(β) $h = \frac{1}{2}gt^2 \Longrightarrow h = \frac{1}{2} \cdot 9.80 \cdot (2+\sqrt{2})^2 \Longrightarrow \boxed{h = 57.1\ m}$.

(γ) Η φυσικά μη αποδεκτή λύση $t = 2 - \sqrt{2}\ s$ αντιστοιχεί στην κίνηση ενός σώματος που στον χρόνο $(2-\sqrt{2}) - 1 = 1 - \sqrt{2} = -0.41\ s$ βρίσκεται στο $0.50h$, ενώ μετά παρέλευση ενός δευτερολέπτου στο h. Αυτό είναι ισοδύναμο με ρίψη του σώματος **προς τα πάνω** από το ύψος $0.50h$ με αρχική ταχύτητα v_0 και άφιξή του στο h μετά από ένα δευτερόλεπτο. Για το συγκεκριμένο πρόβλημα, μπορεί εύκολα να ελεγχθεί πως τα μεγέθη $v_0 = 4.06\ m/s$ και $h = 1.68\ m$ αποτελούν μια λύση του προβλήματος, η οποία περιγράφει τη κίνηση ενός σώματος με τις παραπάνω αρχικές συνθήκες, όπου για $t = 0$ το σώμα βρίσκεται στο ανώτατο ύψος $h = 1.68\ m$ με μηδενική ταχύτητα.

Θέμα 3ο

Το διάγραμμα δείχνει την εξάρτηση μίας διατηρητικής δύναμης από την θέση, καθώς αυτή ασκείται σε ένα υλικό σημείο οριζόντια στον άξονα x



Βρείτε την μεταβολή της δυναμικής ενέργειας και ταξινομήστε την από την μεγαλύτερη στην μικρότερη για τις τρεις διαφορετικές περιπτώσεις.

Θέμα 4ο

Ένα mol αερίου βρίσκεται σε ένα δοχείο. Εάν χωρίσουμε το δοχείο σε δύο μέρη και κάθε μέρος περιέχει τα μισά μόρια, και μετά το χωρίσουμε σε τρία ίσα μέρη με το κάθε μέρος να περιέχει το 1/3 των μορίων, τότε σε ποια περίπτωση η εντροπία είναι μεγαλύτερη; Να υπολογίσετε την εντροπία σε κάθε περίπτωση.