

Κίνηση σε μία διάσταση

Άσκηση 2.14HR

Η συνάρτηση του διαστήματος ενός σωματιδίου που κινείται στον άξονα x είναι $x = 4 - 6t^2$ όπου x είναι σε m και το t σε s. α) Ποια χρονική στιγμή και β) σε ποια θέση σταματάει (στιγμιαία) το σωματίδιο; Σε ποια γ) αρνητική και δ) σε ποια θετική χρονική στιγμή το σωματίδιο έχει τιμή $x=0$; Ε) Να κάνετε το διάγραμμα της θέσης x ως συνάρτηση του χρόνου t για το χρονικό διάστημα -5s έως +5s. στ) Για να μετακινήσουμε προς τα δεξιά την καμπύλη του διαγράμματος πρέπει να προσθέσουμε τον όρο $+20t$ ή τον όρο $-20t$ στη συνάρτηση $x(t)$; Ζ) Αυτή η προσθήκη αυξάνει ή μειώνει την τιμή της θέσης x που το σωματίδιο σταματάει στιγμιαία;

Λύση

A) Το σωματίδιο σταματάει όταν η ταχύτητα $v=0$ άρα:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} \Rightarrow v(t) = 0 - 12 * t \Rightarrow v(t) = -12 * t \xrightarrow{\text{yields}} v(t) = 0 \text{ για } t = 0s$$

Το σωματίδιο τη χρονική στιγμή $t=0s$

B) Για $t=0$ θα σταματήσει στη θέση :

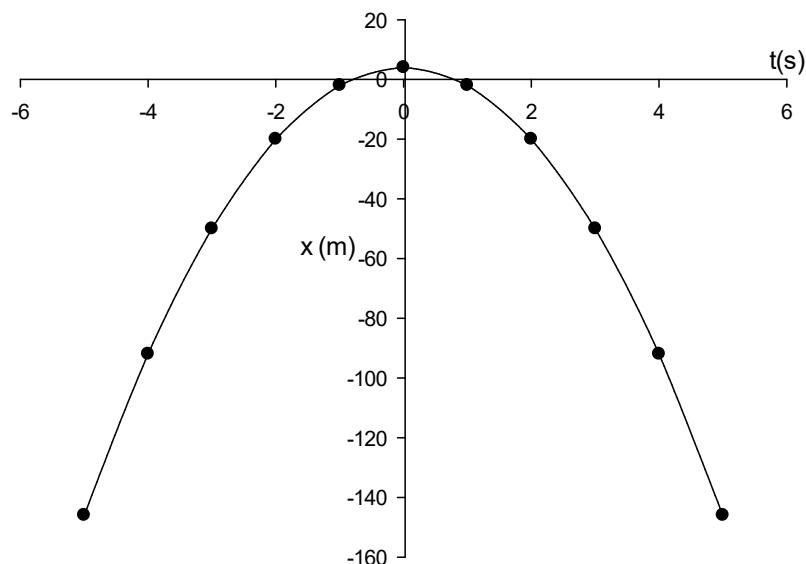
$$x(t) = 4 - 6t^2 \xrightarrow{\text{yields}} x(0) = 4 - 6 * 0 \Rightarrow x(0) = +4m$$

Γ), δ) Το σωματίδιο όταν περνάει από την αρχή του άξονα x έχει $x=0$ άρα:

$$0 = 4 - 6t^2 \Rightarrow 6t^2 = 4 \Rightarrow t^2 = \frac{4}{6} \Rightarrow t = \pm 0,816s$$

Για $t_1=-0,816s$ και $t_2=+0,816s$ περνάει από τη αρχή του άξονα.

E)



Για $t=+5s$ $x=-146m$ για $t=-5s$ $x=-146m$

Στ) Εάν θέσουμε τον όρο $+20t$ έχουμε $x = 4 - 6t^2 + 20t$ για $t=0s$ το $x=4m$ για $t=2s$ το $x=+20m$ και για $t=-2s$ το $x=-60m$.

Εάν θέσουμε τον όρο $-20t$ έχουμε $x = 4 - 6t^2 - 20t$ για $t=0s$ το $x=4m$ για $t=2s$ το $x=-60m$ και για $t=-2s$ το $x=+20m$. Άρα για να μετακινηθεί προς τα δεξιά θα πρέπει να θέσουμε τον όρο $+20t$

Z) Για $t=0$ δεν αλλάζει το x .

Άσκηση 2.18HR

A) Αν η θέση ενός σωματιδίου δίνεται από την σχέση $x = 20t - 5t^3$ όπου x είναι σε m και ο χρόνος t σε s , να υπολογίσετε εάν και πότε, μηδενίζεται η ταχύτητα του σωματιδίου. B) Πότε η επιτάχυνσή του α είναι μηδέν; Για ποιο εύρος χρονικών τιμών (θετικές ή αρνητικές) η επιτάχυνση α είναι γ) αρνητική και δ) θετική; Να κάνετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$.

Λύση

A) Έχουμε : $x = 20t - 5t^3$ άρα η ταχύτητα είναι

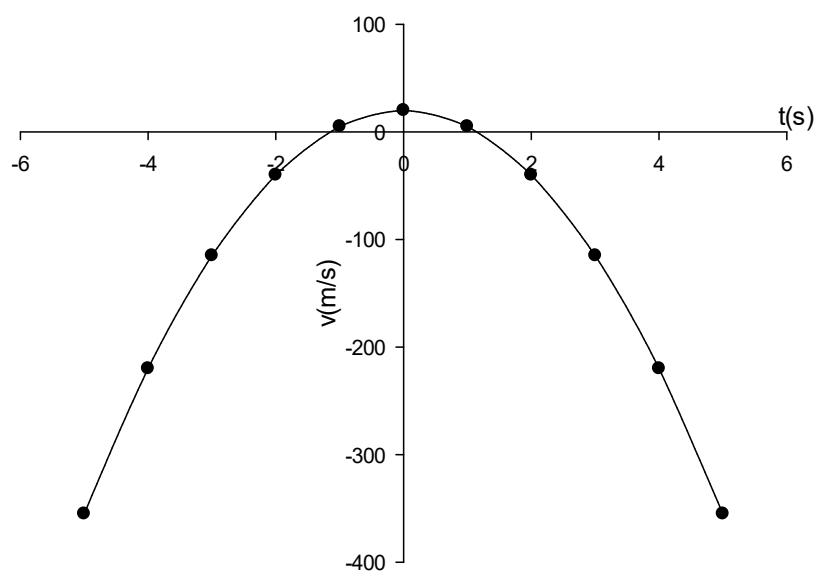
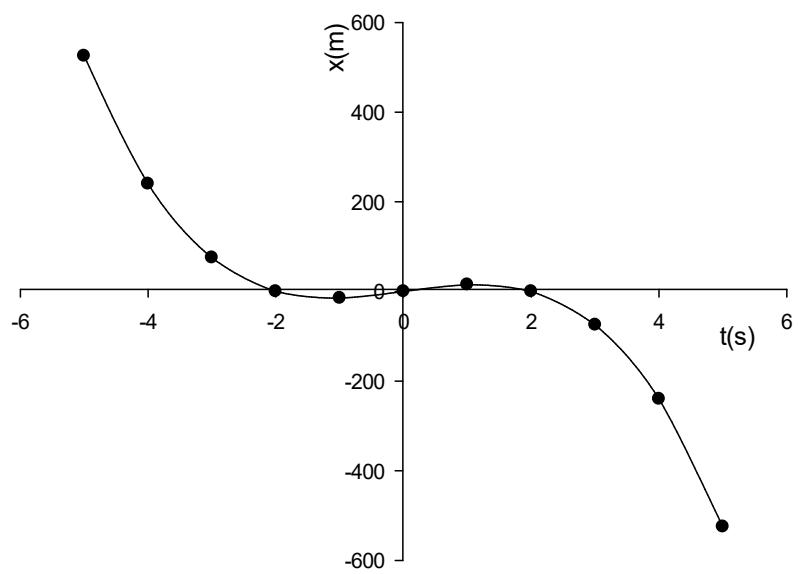
$$v(t) = \frac{dx}{dt} \Rightarrow v(t) = 20 - 15 * t^2 \xrightarrow{\text{yields}} 0 = 20 - 15t^2 \Rightarrow 15t^2 = 20 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{20}{15}} \Rightarrow t = \pm 1.155s$$

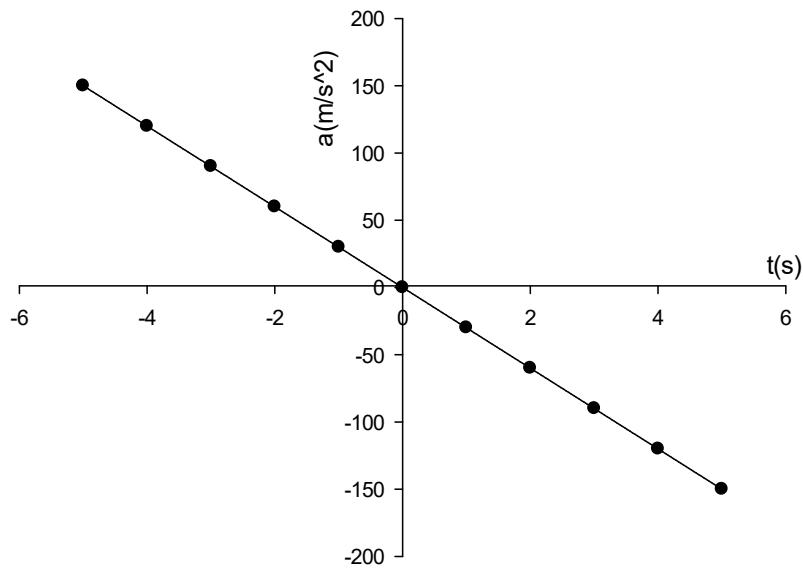
B) Για την επιτάχυνση έχουμε:

$$a(t) = \frac{du}{dt} \Rightarrow a(t) = -30 * t \xrightarrow{\text{yields}} a(t) = 0 \text{ για } t = 0s$$

Γ) Η επιτάχυνση $a(t)$ είναι θετική για $t < 0$

Δ) Η επιτάχυνση $a(t)$ είναι αρνητική για $t > 0$





Άσκηση 2.29HR

Ένα ηλεκτρικό όχημα ξεκινά από την ηρεμία και επιταχύνεται με ρυθμό 2m/s^2 σε ευθεία γραμμή μέχρις ότου αποκτήσει ταχύτητα 20 m/s . Το όχημα στη συνέχεια επιβραδύνει με σταθερό ρυθμό 1 m/s^2 μέχρι να σταματήσει. A) Πόσο είναι το χρονικό διάστημα από την αρχή μέχρι το τέλος της κίνησης; B) Πόσο μακριά φτάνει το όχημα από την αρχή έως το τέλος της κίνησης;

Άσκηση 2.56HR

Μία πέτρα πέφτει από γέφυρα ύψους 43.9 m πάνω από το νερό του ποταμού. Μία δεύτερη πέτρα ρίχνεται κατακόρυφα προς τα κάτω 1 s αφότου πέσει η πρώτη. Οι πέτρες φτάνουν στο νερό ταυτόχρονα. A) Πόση είναι η αρχική ταχύτητα της δεύτερης πέτρας; B) Να κάνετε το διάγραμμα της ταχύτητας ως προς τον χρόνο και για τις δύο πέτρες μαζί (στο ίδιο σχήμα), παίρνοντας αρχική χρονική στιγμή τη στιγμή που αφήνεται η πρώτη πέτρα.