ΓΕΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ Ι

ΜΗΧΑΝΙΚΗ – <u>ΚΥΜΑΤΙΚΗ</u> - ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΗ

Υπό

Μ. Χανιά

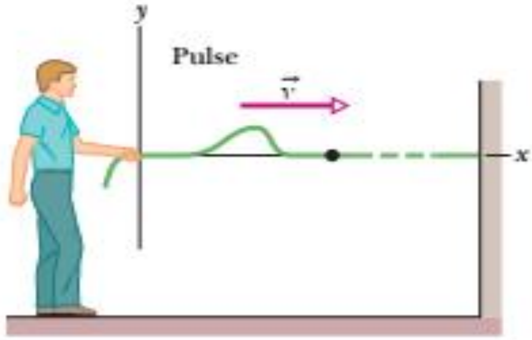
Αν. Καθηγητή

Τμήμα Φυσικής ΔΙ.ΠΑ.Ε.

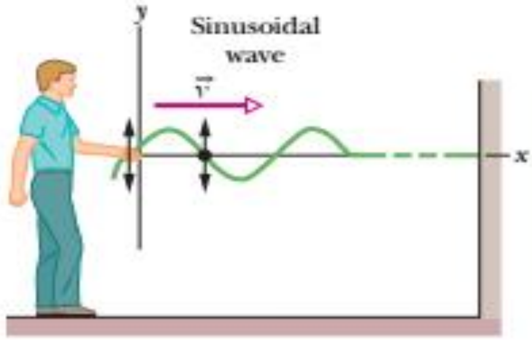
Καβάλα 2019

1. ΚΥΜΑΤΑ

Α) Μηχανικά
Β) Ηλεκτρομαγνητικά
Γ) Υλοκύματα

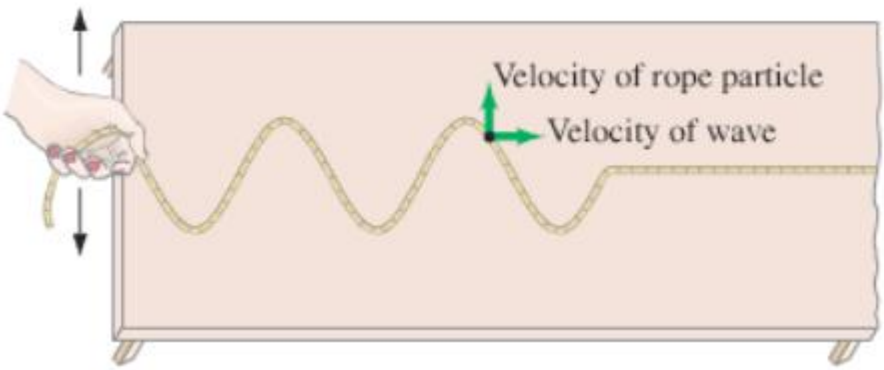

y
Pulse
$\vec{v}$
x

(*a*)

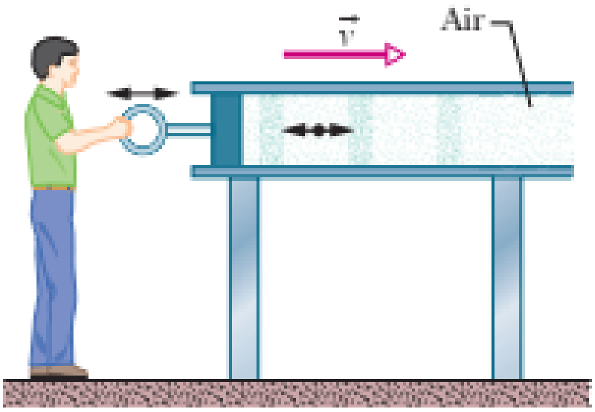

y
Sinusoidal
wave
$\vec{v}$
x

(*b*)

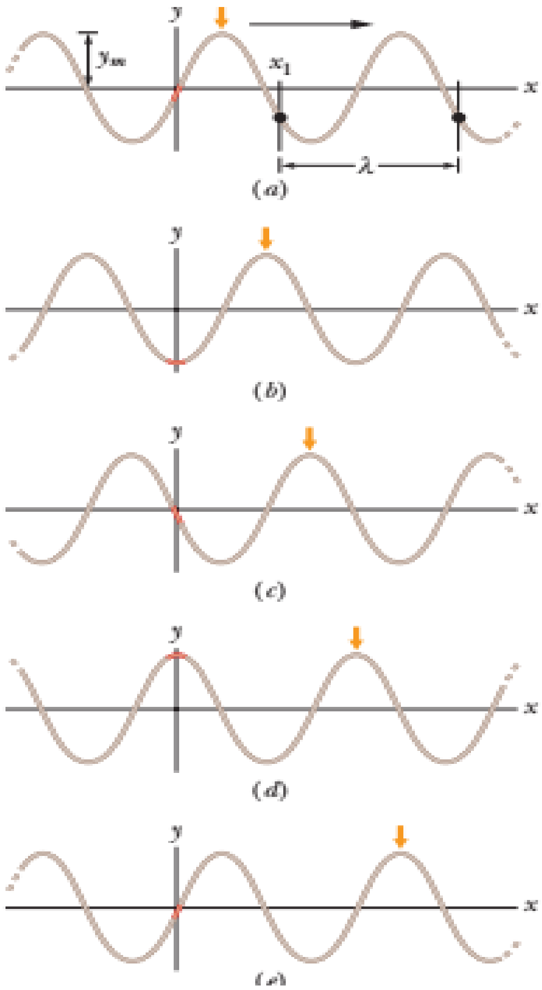
ΕΓΚΑΡΣΙΑ


Velocity of rope particle
Velocity of wave

ΔΙΑΜΗΚΗ



$$y = h(x, t), \tag{1.1}$$



$$y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t). \tag{1.2}$$

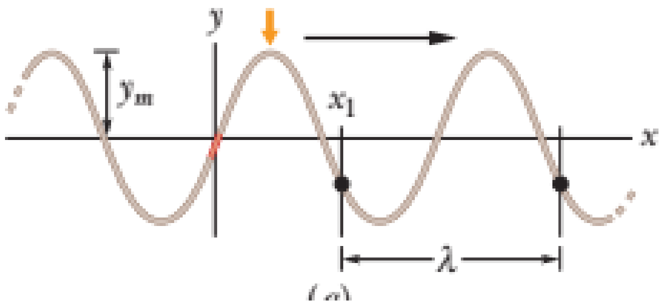
$$y(x, t) = A\cos(kx - \omega t) \quad \text{(sinusoidal wave moving in } +x\text{-direction)}$$

Το αρμονικό κύμα έχει
άπειρη χρονική διάρκεια
και απλώνεται σε άπειρη χωρική έκταση!
Τα αρμονικά κύματα είναι μαθηματικές οντότητες.
Στη φυσική πραγματικότητα
δεν υπάρχουν αρμονικά κύματα!

Στη φυσική πραγματικότητα τα κύματα έχουν πεπερασμένη χρονική διάρκεια και ο κυματοσυρμός κατά τη διάδοσή του καλύπτει περιορισμένη χωρική έκταση. Μπορούν να έχουν τοπική περιοριfeatured περιορισμένη χρονικά «αρμονική» εμφάνιση, και τότε όμως δεν είναι αρμονικά, δεν είναι περιοδικά, δεν χαρακτηρίζονται από μια συχνότητα!

Κύματα στο χώρο ,t=σταθερό (φωτογραφία)

$$y(x,0) = y_m \sin kx.$$



Πρέπει $y(x_1,0)=y(x_1+\lambda,0)$

$$\begin{aligned} y_m \sin kx_1 &= y_m \sin k(x_1 + \lambda) \\ &= y_m \sin(kx_1 + k\lambda). \end{aligned} \quad (1.3)$$

Πρέπει

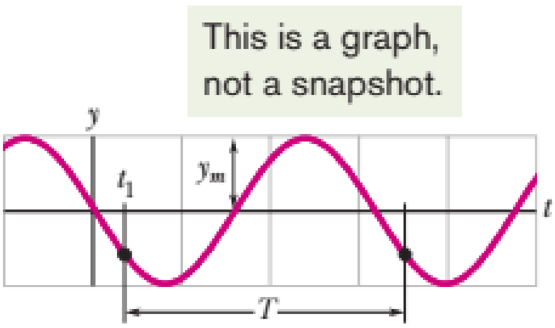
$k\lambda = 2\pi$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (1.4)$$

Κυματάριθμος ή χωρική συχνότητα

Κύματα στον χρόνο

x= σταθερό



Πρέπει $y(0,t_1)=y(0, t_1+T)$

$$\begin{aligned} y(0,t) &= y_m \sin(-\omega t) \\ &= -y_m \sin \omega t \qquad (x = 0). \end{aligned}$$

$$-y_m \sin \omega t_1 = -y_m \sin \omega(t_1 + T)$$
$$= -y_m \sin(\omega t_1 + \omega T).$$

Πρέπει

$\omega T = 2\pi$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$ (1.5)

Γωνιακή συχνότητα ή κυκλική συχνότητα ή χρονική συχνότητα

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad \text{(frequency).}$$ (1.6)

(kx-ωt+φ) είναι η φάση

Σταθερά φάσης φ

$$y = y_m \sin(kx - \omega t + \phi).$$

(1.7)

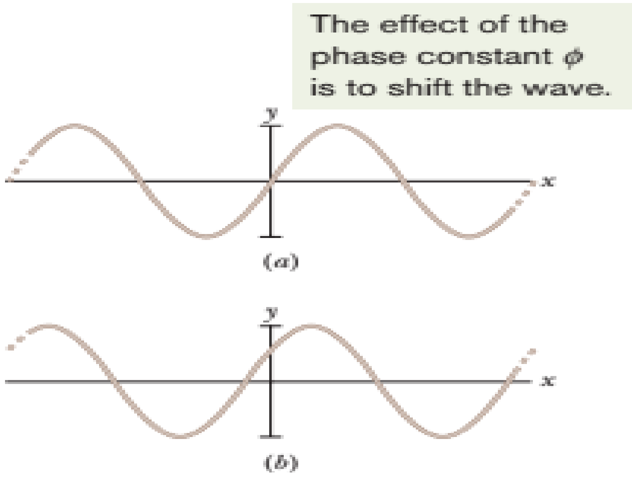
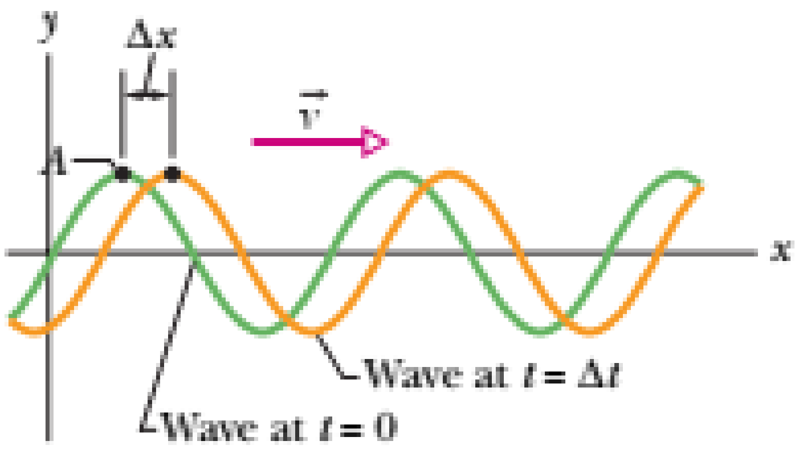


Fig. 16-6 A sinusoidal traveling wave at $t = 0$ with a phase constant ϕ of (a) 0 and (b) $\pi/5$ rad.

ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΤΡΕΧΟΝΤΟΣ ΚΥΜΑΤΟΣ (ταχύτητα φάσης)

<u>Κίνηση προς την θετική κατεύθυνση</u>



Ταχύτητα φάσης

(Η φάση δίνει την μετατόπιση)

$$kx - \omega t = \text{a constant.}$$

(1.8)

Αυξάνεται το t πρέπει να αυξάνεται το x

→ κίνηση προς τα θετικά του x

$$k\frac{dx}{dt} - \omega = 0$$

$$\frac{dx}{dt} = v = \frac{\omega}{k}.$$

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

(1.9)

Θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής

<u>Κίνηση προς την αρνητική κατεύθυνση</u>

$$y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t).$$

Για t=-t

$$kx + \omega t = \text{a constant},$$

(1.10)

Αυξάνεται το t πρέπει να μειώνεται το x-→ κίνηση προς τα αρνητικά του x

$$y(x,t) = y_m \sin(kx + \omega t).$$ (1.11)

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\omega}{k}.$$

$$y(x,t) = h(kx \pm \omega t),$$

(1.12),

Ταχύτητα κύματος σε τεντωμένη χορδή

Το μέσο πρέπει να έχει μάζα και ελαστικότητα (να υπάρχει κινητική και δυναμική ενέργεια)

Παράδειγμα

$$\boldsymbol{\mu = \frac{m}{l}}$$

(1.13),

Είναι η γραμμική πυκνότητα

$$\boldsymbol{T} = \frac{\boldsymbol{F}}{\boldsymbol{A}} \tag{1.14}$$

Είναι η τάση της χορδής,

$$\boldsymbol{v} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{T}}{\boldsymbol{\mu}}} \tag{1.15}$$

(Δεν εξαρτάται από την συχνότητα , κατι το οποίο αναμέναμε)

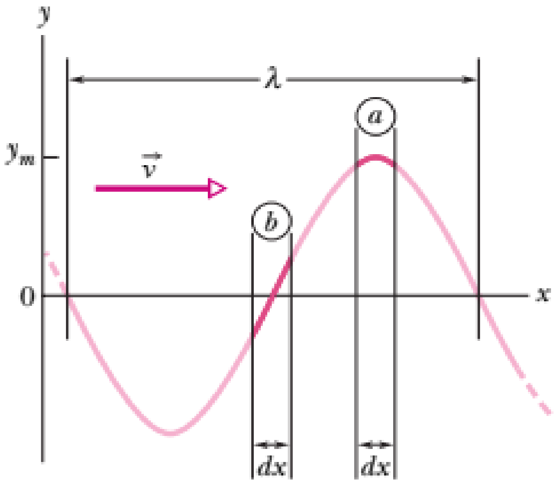
$$v = \sqrt{\frac{Ελαστικότητα}{Αδράνεια}}$$

- Διαδίδεται το κύμα σε μία μη τεντωμένη χορδή;
- Διαδίδεται ευκολότερα σε μία παχιά ή σε μία λεπτή χορδή;

$$\boldsymbol{v} = \sqrt{\frac{\frac{\boldsymbol{M}\left(\frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{T}^2}\right)}{\boldsymbol{L}^2}}{\frac{\boldsymbol{M}}{\boldsymbol{L}}}} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{L}^2}{\boldsymbol{T}^2}} = \frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{T}} \tag{1.16}$$

Ενέργεια και Ισχύς που διαδίδεται κατά μήκος χορδής

, $y=y_m\sin(kx-\omega t)$



$$dK = \tfrac{1}{2}\, dm\, u^2, \qquad (1.16.1)$$

$$u = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega y_m \cos(kx - \omega t). \qquad (1.16.2)$$

$$dK = \tfrac{1}{2}(\mu\, dx)(-\omega y_m)^2 \cos^2(kx - \omega t). \qquad (1.16.3)$$

Ισχύς

$$\frac{dK}{dt} = \tfrac{1}{2}\mu v \omega^2 y_m^2 \cos^2(kx - \omega t).$$

(1.16.4)

$$\left(\frac{dK}{dt}\right)_{avg} = \tfrac{1}{2}\mu v \omega^2 y_m^2 \left[\cos^2(kx - \omega t)\right]_{avg}$$

$$= \tfrac{1}{4}\mu v \omega^2 y_m^2.$$

(1.16.5)

Γιατί $[cos^2(kx - \omega t)]_{avg} = \frac{1}{T}\int_0^T [cos^2(kx - \omega t)]dt = \frac{1}{2}$

Μέση κινητική Ενέργεια= Μέση Δυναμική Ενέργεια

Και η ολική μέση ισχύς=

$$P_{avg} = 2\left(\frac{dK}{dt}\right)_{avg}$$ (1.16.5)

$$P_{avg} = \tfrac{1}{2}\mu v \omega^2 y_m^2 \quad \text{(average power)}.$$

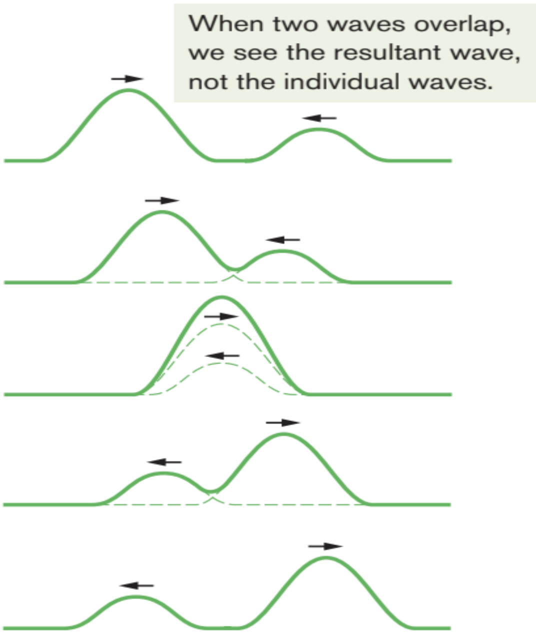
(1.17),

- **μ,v εξαρτώνται από το υλικό**
- **ω και y_m εξαρτώνται από την διαδικασία δημιουργίας του κύματος**

ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΥΠΕΡΘΕΣΗΣ

$$y'(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t). \tag{1.18}$$

(Αλγεβρικό άθροισμα)



i) **Αλληλεπικαλυπτόμενα κύματα αθροίζονται αλγεβρικά για να δώσουν ένα συνιστάμενο κύμα**

ii) **Αλληλεπικαλυπτόμενα κύματα δεν επηρεάζουν με κανένα τρόπο το ένα την διάδοση του άλλου**

ΣΥΜΒΟΛΗ ΚΥΜΑΤΩΝ

(Η φάση δίνει την μετατόπιση)

$$y_1(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t)$$ (1.19)

$$y_2(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t + \phi).$$ (1.20)

$$\begin{aligned} y'(x,t) &= y_1(x,t) + y_2(x,t) \\ &= y_m \sin(kx - \omega t) + y_m \sin(kx - \omega t + \phi). \end{aligned}$$ (1.21)

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\tfrac{1}{2}(\alpha+\beta)\cos\tfrac{1}{2}(\alpha-\beta).$$

$$y'(x,t) = [2y_m \cos\tfrac{1}{2}\phi]\sin(kx - \omega t + \tfrac{1}{2}\phi).$$ (1.22)

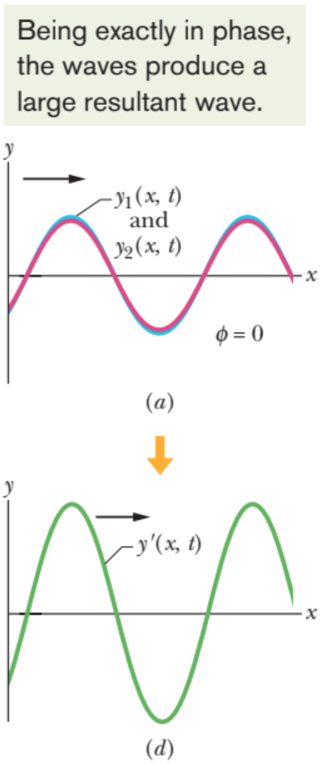
$$y'(x,t) = y'_m \sin\left(kx - \omega t + \frac{1}{2}\varphi\right)$$ (1.23)

$$y'_m = |2y_m \cos\tfrac{1}{2}\phi|$$ (1.24)

Εάν φ=0 rad , κύματα συμφασικά ή εν φάση →πλήρως ενισχυτική (εποικοδομητική συμβολή)

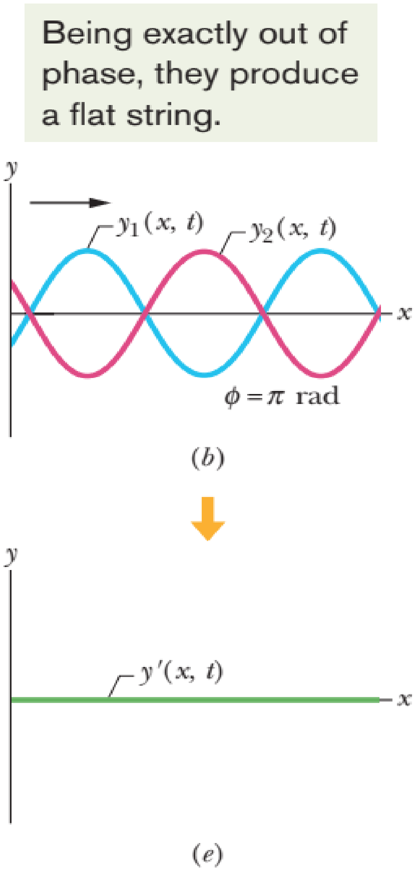
$$y'(x,t) = 2y_m \sin(kx - \omega t) \qquad (\phi = 0).$$ (1.25)

Το πλάτος είναι διπλάσιο



Εάν φ=π rad, ακριβώς εκτός φάσης, πλήρως καταστρεπτική συμβολή

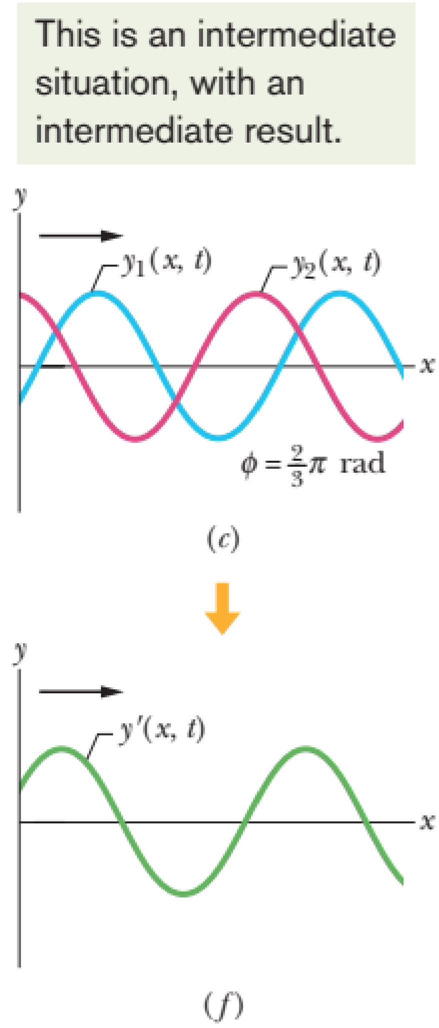
$$y'(x, t) = 0 \qquad (\phi = \pi \, \mathrm{rad}). \tag{1.26}$$



Phase Difference and Resulting Interference Types[a]

Phase Difference, in			Amplitude of Resultant Wave	Type of Interference
Degrees	Radians	Wavelengths		
0	0	0	$2y_m$	Fully constructive
120	$\frac{2}{3}\pi$	0.33	y_m	Intermediate
180	π	0.50	0	Fully destructive
240	$\frac{4}{3}\pi$	0.67	y_m	Intermediate
360	2π	1.00	$2y_m$	Fully constructive
865	15.1	2.40	$0.60y_m$	Intermediate

[a]The phase difference is between two otherwise identical waves, with amplitude y_m, moving in the same direction.

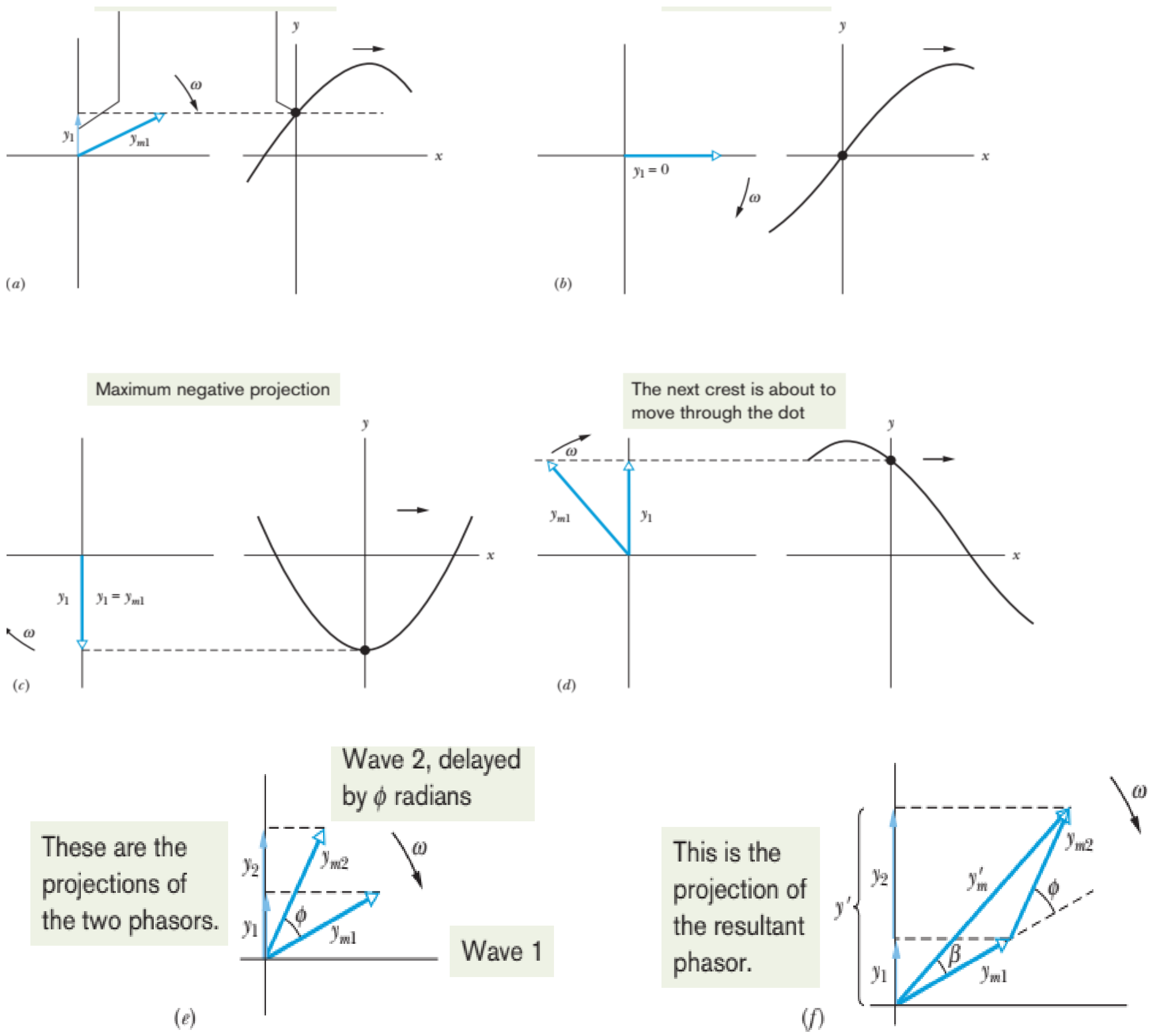


ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ ΦΑΣΗΣ

Εναλλακτικός αναπαράστασης κύματος

$$y_1(x, t) = y_{m1} \sin(kx - \omega t)$$

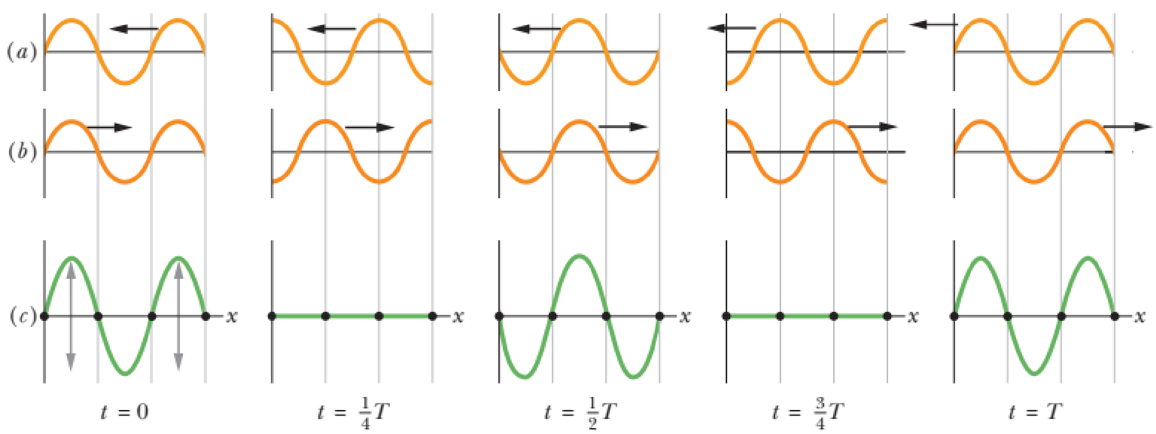
Το διάνυσμα αναπαράστασης έχει μέτρο ίσο με το πλάτος του κύματος και περιστρέφεται γύρω από κάποιο σημείο αναφοράς με γωνιακή ταχύτητα ίση με την γωνιακή συχνότητα ω του κύματος



$$y'(x,t) = y'_m \sin(kx - \omega t + \beta),$$

(1.27)

ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ



$$y_1(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t)$$

$$y_2(x,t) = y_m \sin(kx + \omega t).$$

$$y'(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t) + y_m \sin(kx + \omega t).$$

$$y'(x,t) = [2y_m \sin kx] \cos \omega t. \tag{1.28}$$

ΔΕΝ ΠΕΡΙΓΡΑΦΕΙ ΤΡΕΧΟΝ ΚΥΜΑ

$$y(x,t) = h(kx \pm \omega t),$$

Στο τρέχον κύμα το πλάτος είναι το ίδιο για όλα τα στοιχεία της χορδής που θα περάσει το κύμα.

Στο στάσιμο κύμα το πλάτος μεταβάλλεται με την θέση.

Για

$$\sin kx = 0.$$

$$kx = n\pi, \qquad \text{for } n = 0, 1, 2, \ldots.$$

$$x = n\frac{\lambda}{2}, \qquad \text{for } n = 0, 1, 2, \ldots \qquad (1.29)$$

Το πλάτος είναι μηδέν Τα σημεία αυτά ονομάζονται **δεσμοί.**

Γιά

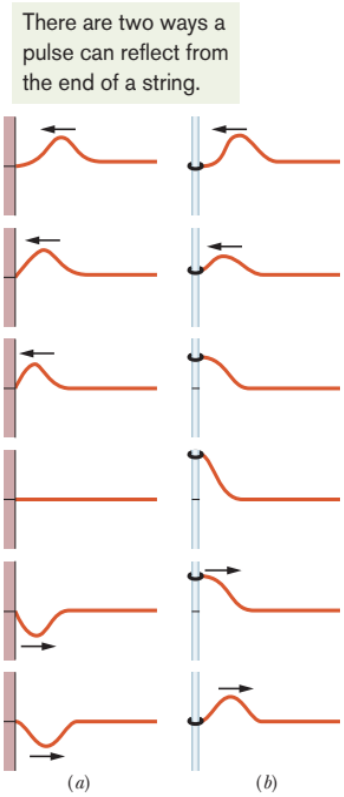
$$|\sin kx| = 1.$$

$$kx = \tfrac{1}{2}\pi, \tfrac{3}{2}\pi, \tfrac{5}{2}\pi, \ldots$$
$$= (n + \tfrac{1}{2})\pi, \qquad \text{for } n = 0, 1, 2, \ldots$$

$$x = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}, \qquad \text{for } n = 0, 1, 2, \ldots \qquad \text{(antinodes)}, \qquad (1.30)$$

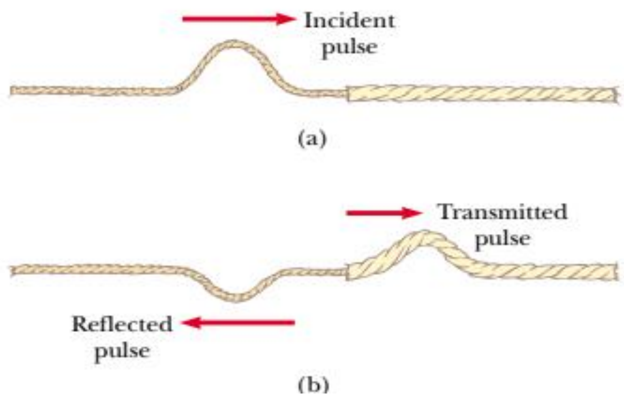
Το πλάτος γίνεται ακραίο Τα σημεία αυτά ονομάζονται **κοιλίες ή αντιδεσμοί.**

ΑΝΑΚΛΑΣΗ ΣΕ ΔΙΑΧΩΡΙΣΤΙΚΟ ΜΕΣΟ



Ο παλμός ασκεί στον τοίχο δύναμη με κατεύθυνση προς τα πάνω. Από 3^0 νόμος ασκεί και ο τοίχος μία δύναμη ίση και αντίθετη στην χορδή

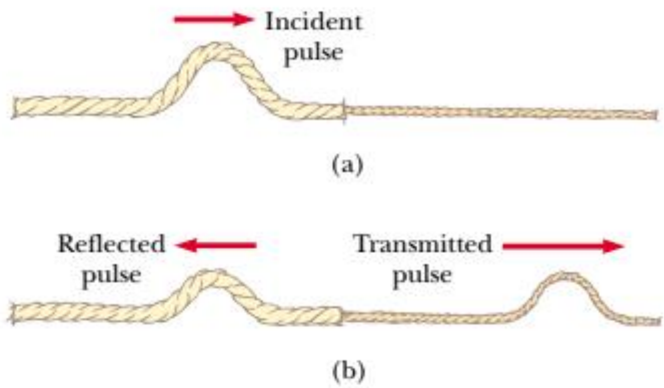
Ο δακτύλιος κινείται προς τα πάνω και τραβάει την χορδή τεντώνοντας την δημιουργώντας ένα ανακλώμενο κύμα ίδιου πλάτους και προσήμου με το προσπίπτον



$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

Όταν ελαττώνεται η μ αυξάνεται η v

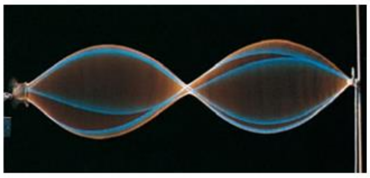
Όταν το κύμα ταξιδεύει από ένα αραιό μέσο A σε ένα πυκνό μέσο B τότε $v_A > v_B$ τότε αναστρέφεται μετά την ανάκλαση

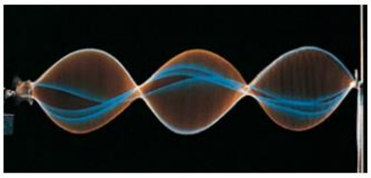


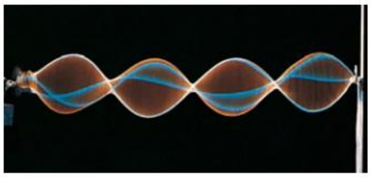
Όταν το κύμα ταξιδεύει από ένα πυκνό μέσο B σε ένα αραιό μέσο A τότε $v_A > v_B$ και δεν αναστρέφεται μετά την ανάκλαση.

ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΝΤΟΝΙΣΜΟΣ

Για συγκεκριμένες συχνότητες η συμβολή παράγει στάσιμο κυματικό σχηματισμό – Η χορδή βρίσκεται σε συντονισμό. Οι συχνότητες αυτές ονομάζονται συχνότητες συντονισμού ή ιδιοσυχνότητες







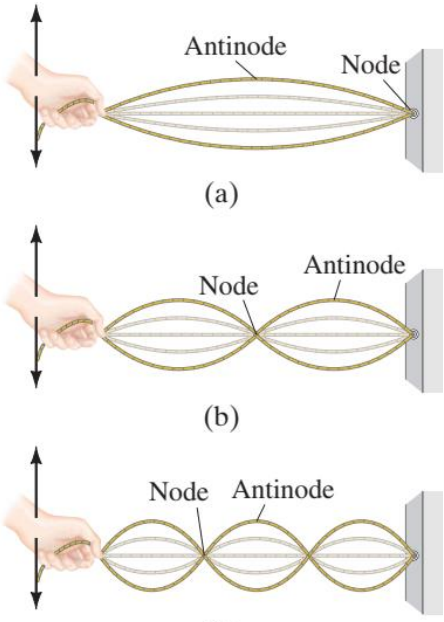
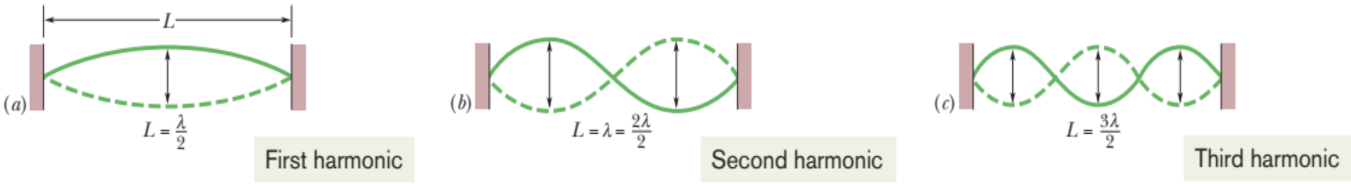


FIGURE 11–40 Standing waves corresponding to three resonant frequencies.



$$\lambda = \frac{2L}{n}, \qquad \text{for } n = 1, 2, 3, \ldots .$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = n\frac{v}{2L}, \qquad \text{for } n = 1, 2, 3, \ldots . \qquad (1.31)$$

Για n=1 παίρνουμε την θεμελιώδη ή πρώτη αρμονική

$$f_1 = \frac{v}{2L} \qquad (1.32)$$

Για n=2 παίρνουμε την δεύτερη αρμονική

Για n=3 παίρνουμε την τρίτη αρμονική

Από την σχέση

$$f_1 = \frac{v}{2L}$$

Και την

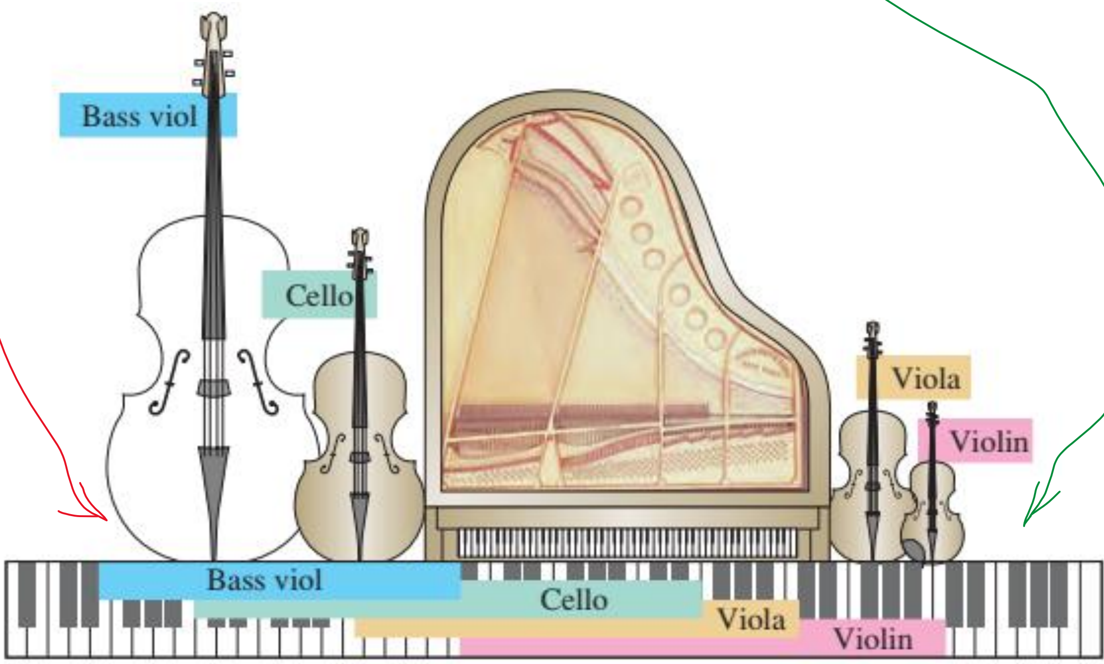
$$\boldsymbol{v} = \sqrt{\frac{\boldsymbol{T}}{\boldsymbol{\mu}}}$$

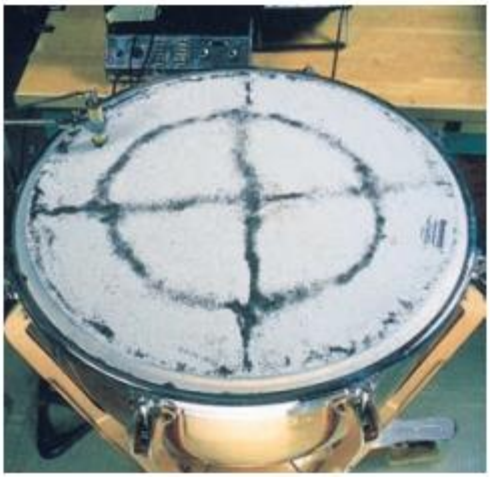
προκύπτει

$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

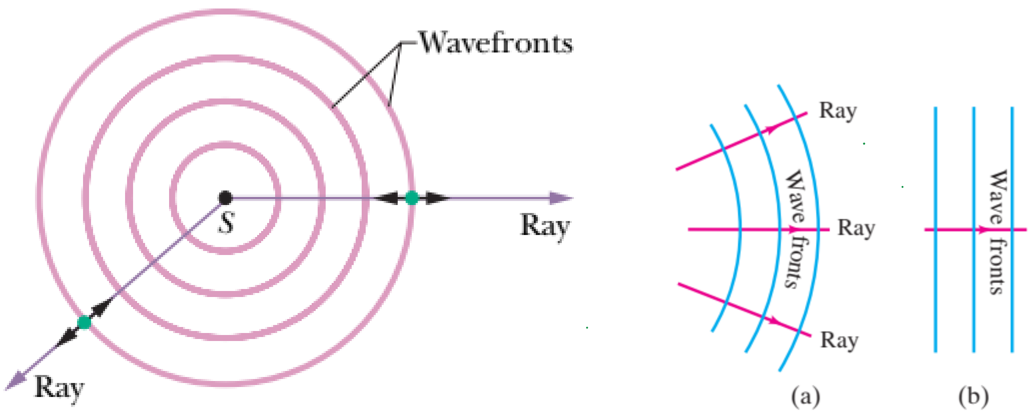
Μεγάλο L

Μικρό L





2. ΗΧΗΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

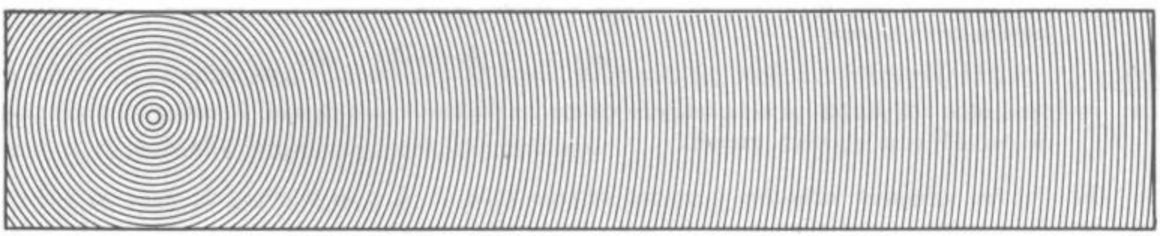


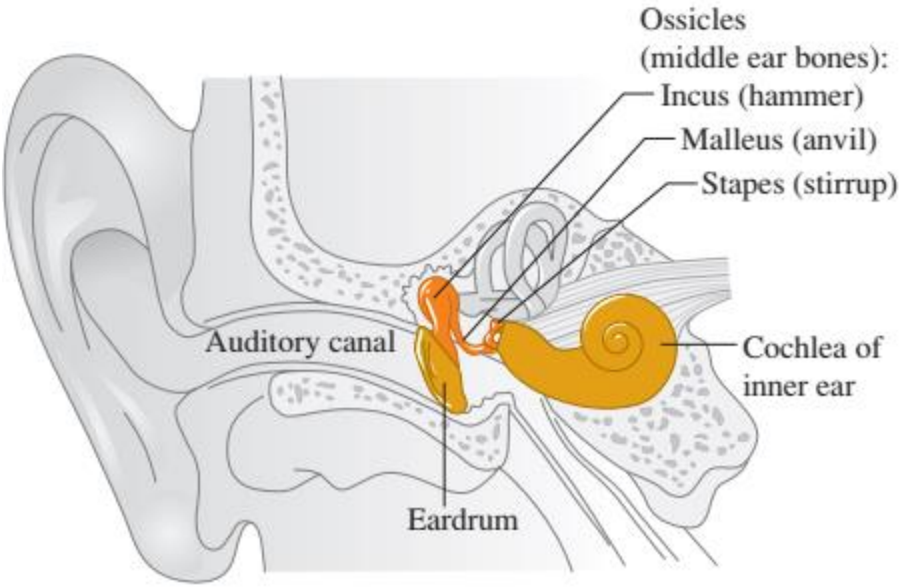
Σημειακή πηγή S

Μέτωπο κύματος είναι επιφάνεια πάνω στην οποία οι ταλαντώσεις έχουν την ιδιά τιμή. Όλα τα σημεία πάνω στο μέτωπο κύματος είναι ισοφασικά

Ακτίνα είναι μία ευθεία κάθετη στο μέτωπο κύματος

Μακριά από την πηγή το σφαιρικό κύμα προσεγγίζεται με επίπεδο κύμα





(1.33)

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \qquad \text{(speed of sound)}$$ (1.34)

Όπου B το μέτρο ελαστικότητας όγκου

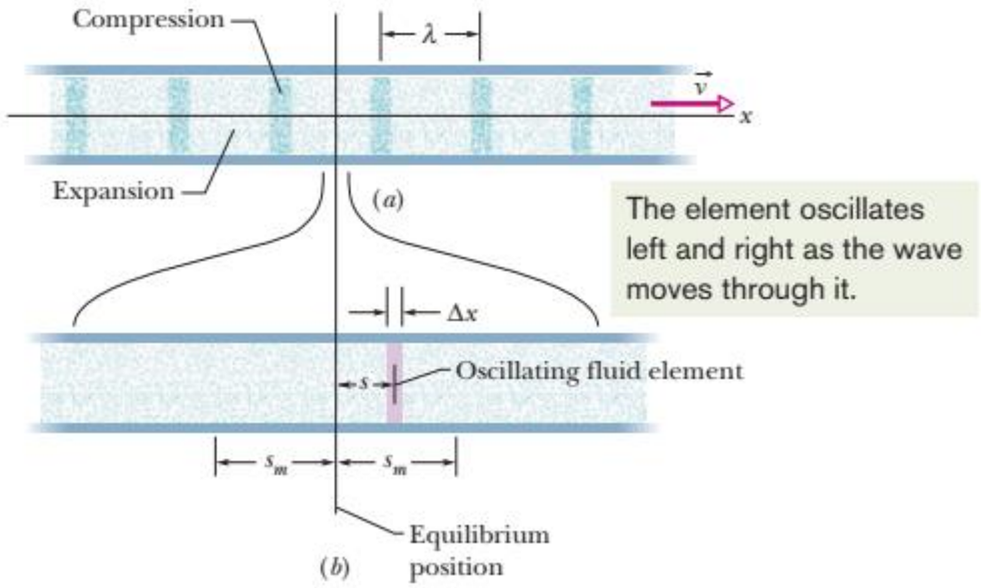
Table 17-1

The Speed of Sound[a]

Medium	Speed (m/s)
Gases	
Air (0°C)	331
Air (20°C)	343
Helium	965
Hydrogen	1284
Liquids	
Water (0°C)	1402
Water (20°C)	1482
Seawater[b]	1522
Solids	
Aluminum	6420
Steel	5941
Granite	6000

[a] At 0°C and 1 atm pressure, except where noted.
[b] At 20°C and 3.5% salinity.

ΤΡΕΧΟΝΤΑ ΗΧΗΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

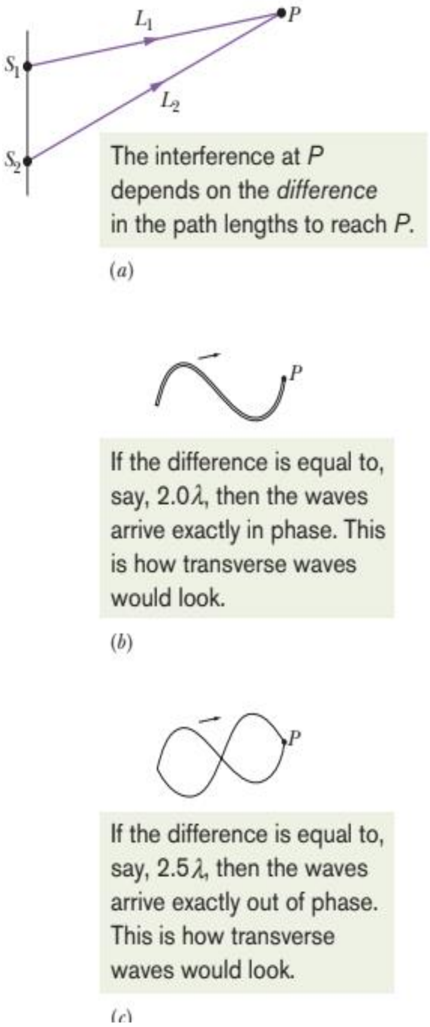


$$s(x,t) = s_m \cos(kx - \omega t). \tag{1.35}$$

$$\Delta p(x,t) = \Delta p_m \sin(kx - \omega t). \tag{1.36}$$

ΣΥΜΒΟΛΗ

Υποθέτουμε συμφασικές πηγές ίδιου μήκους κύματος



The interference at *P* depends on the *difference* in the path lengths to reach *P*.

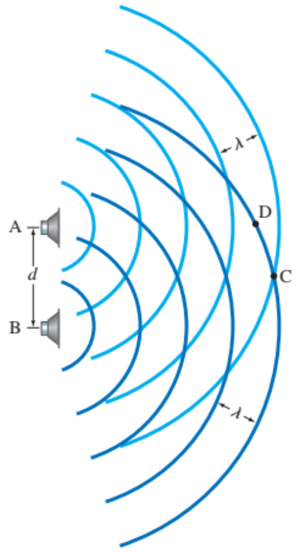
(*a*)

If the difference is equal to, say, 2.0λ, then the waves arrive exactly in phase. This is how transverse waves would look.

(*b*)

If the difference is equal to, say, 2.5λ, then the waves arrive exactly out of phase. This is how transverse waves would look.

(*c*)



Πως συνδέεται η διαφορά φάσης με την διαφορά δρόμου

$$\Delta L = |L_2 - L_1|. \quad (1.37)$$

Σε γωνία 2π rad αντιστοιχεί μήκος λ ,

σε γωνία Δφ αντιστοιχεί ΔL

$$\frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\Delta L}{L} \qquad (1.38)$$

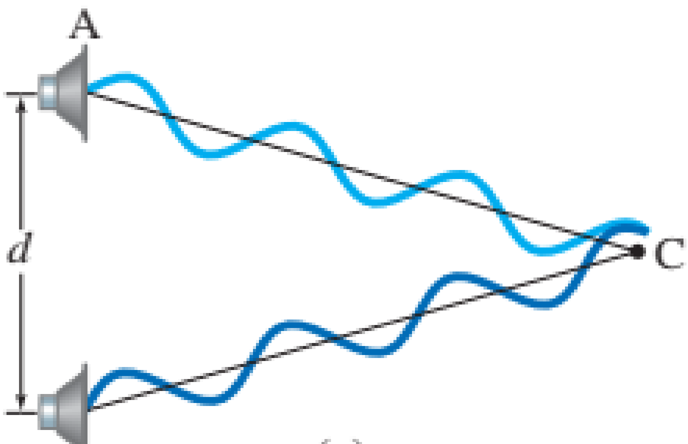
$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta L}{L} \qquad (1.39)$$

Για πλήρη ενισχυτική συμβολή

$$\Delta\phi = 2\pi n,\ n = 0,1,2,3,\ldots. \qquad (1.40)$$

Ισοδύναμα

$$\frac{\Delta L}{L} = 2\pi n, n = 0,1,2 \ldots \quad (1.41)$$



(a)

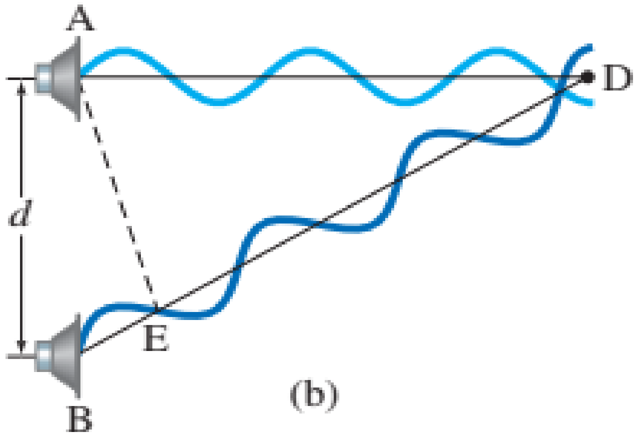
Για ΔL=2λ έχουμε πλήρη ενισχυτική συμβολή

Για πλήρη καταστρεπτική συμβολή

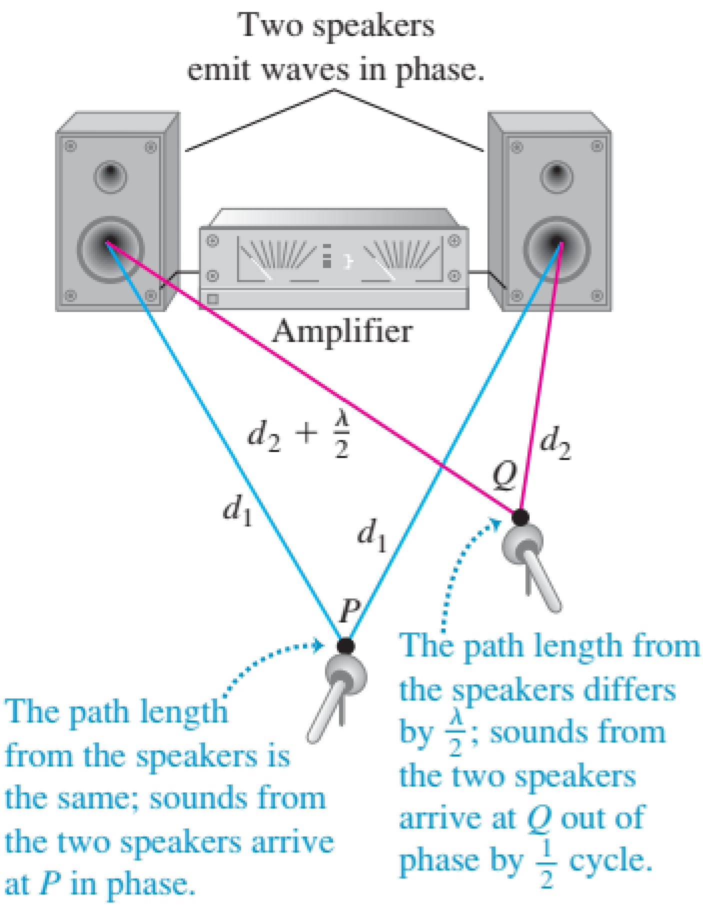
Δφ=(2n+1)π, για n=0,1,2…. (1.42)

Ομοίως

$$\frac{\Delta L}{L} = (2n+1)p, n = 0,1,2 \ldots \quad (1.43)$$



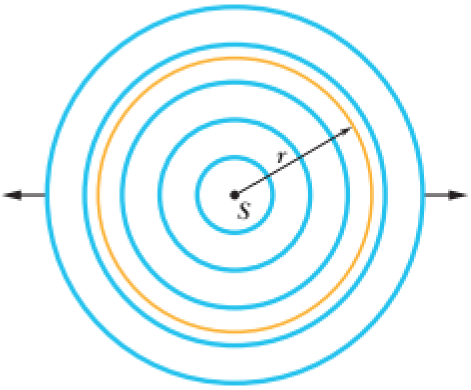
Για ΔL=2.5λ , έχουμε πλήρη καταστρεπτική συμβολή



ΕΝΤΑΣΗ ΚΑΙ ΕΠΙΠΕΔΟ ΗΧΟΥ

$$I = \frac{P}{A}, \qquad (1.44)$$

$$I = \tfrac{1}{2}\rho v \omega^2 s_m^2. \qquad (1.45)$$



$$I = \frac{P_s}{4\pi r^2}, \qquad (1.46)$$

Μονάδα dB

y=log(x)

Αν πολλαπλασιάσουμε το x με το 10 τότε το y αυξάνει κατά 1

y'=log(10x)=log10+logx=1+y

Αν πολλαπλασιάσουμε το x με το 10^{12} τότε το y αυξάνει κατά 12

y'=log(10^{12} x)=log10^{12}+logx=12+y

Ορίζουμε το επίπεδο του ήχου ως β

$$\beta = (10\ \text{dB}) \log \frac{I}{I_0}.$$

(1

Όπου $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$

Για $I=I_0$,β=0dB

.47)

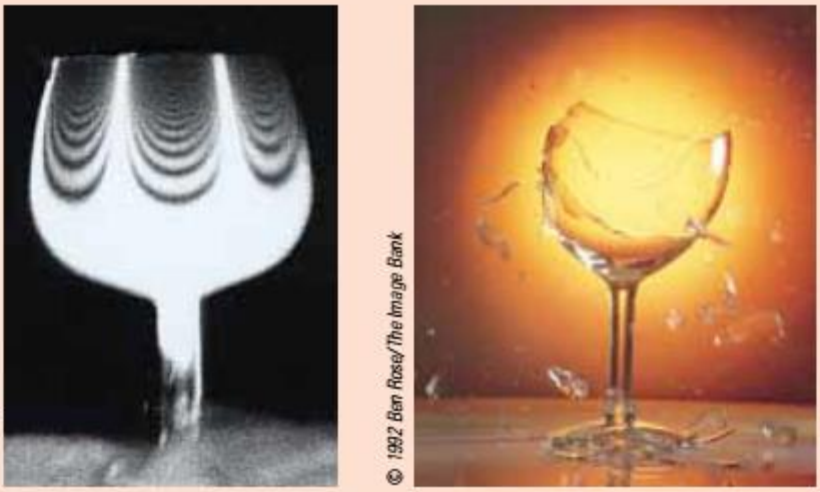
Table 17-2

Some Sound Levels (dB)

Hearing threshold	0
Rustle of leaves	10
Conversation	60
Rock concert	110
Pain threshold	120
Jet engine	130

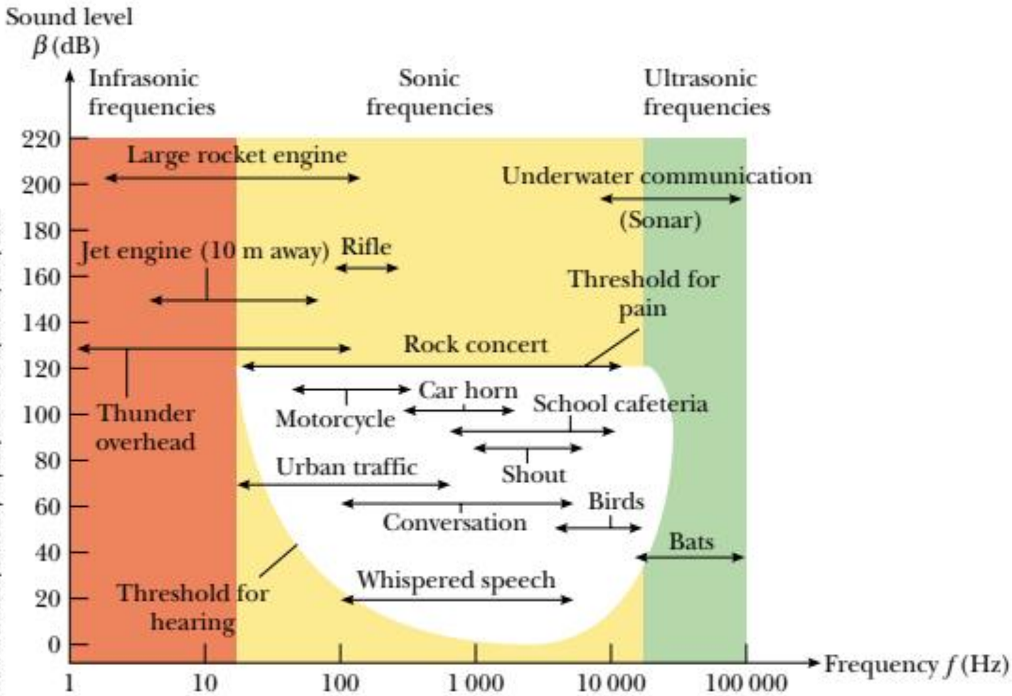
Courtesy of Professor Thomas D. Rossing, Northern Illinois University

© 1992 Ben Rose/The Image Bank



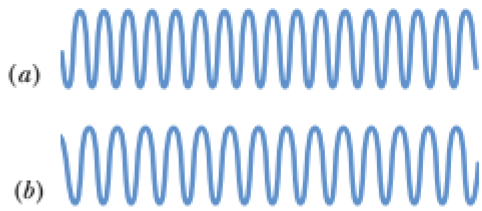
(a) (b)

From R. L. Reese, University Physics, Pacific Grove, Brooks/Cole, 2000.

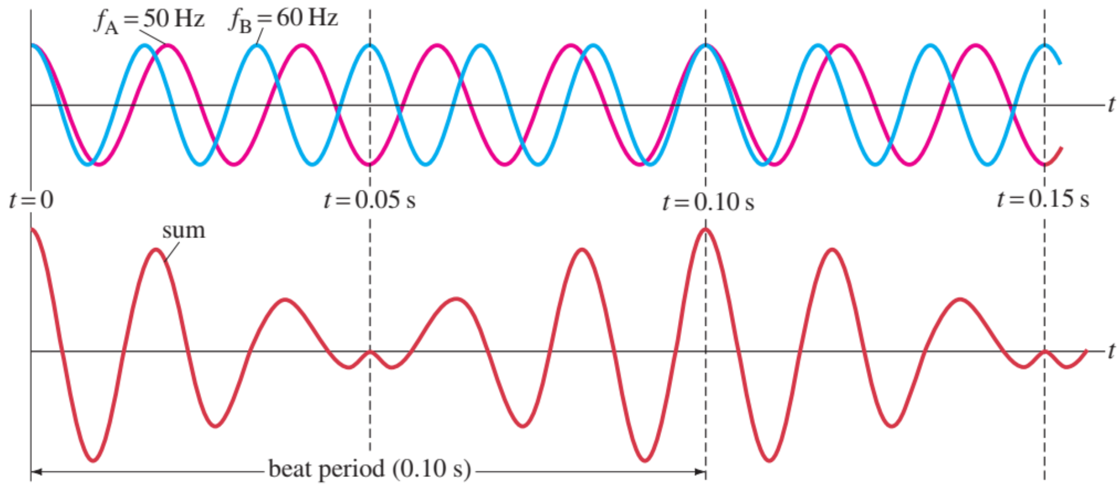


ΔΙΑΚΡΟΤΗΜΑΤΑ

$$s_1 = s_m \cos \omega_1 t \qquad \text{and} \qquad s_2 = s_m \cos \omega_2 t, \tag{1.48}$$



$\omega_1 > \omega_2$



$$s = s_1 + s_2 = s_m(\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t). \tag{1.49}$$

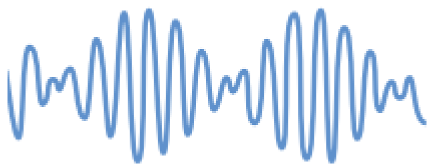
$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos[\tfrac{1}{2}(\alpha - \beta)] \cos[\tfrac{1}{2}(\alpha + \beta)]$$

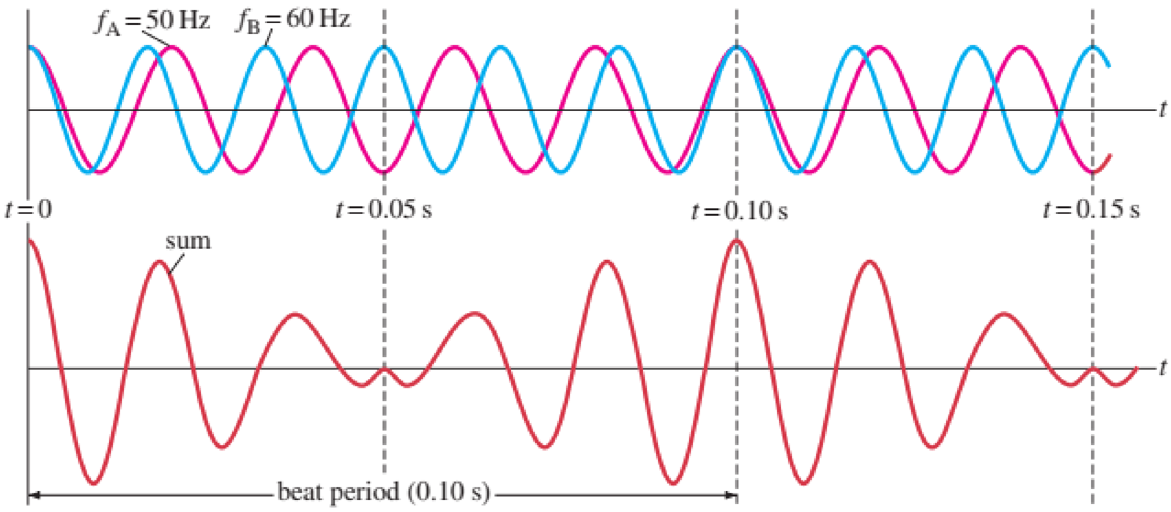
$$s = 2 s_m \cos[\tfrac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)t] \cos[\tfrac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)t].$$

$$\omega' = \tfrac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2) \quad \text{and} \quad \omega = \tfrac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2), \tag{1.50}$$

$$s(t) = [2s_m \cos \omega' t] \cos \omega t. \tag{1.51}$$

(c)





Λόγω του cos έχουμε δύο max σε κάθε επανάληψη, ετσι η γωνιακή συχνότητα εμφάνισης των δια κροτημάτων θα είναι

$$\omega_{\text{beat}} = 2\omega' = (2)(\tfrac{1}{2})(\omega_1 - \omega_2) = \omega_1 - \omega_2. \tag{1.52}$$

$$f_{\text{beat}} = f_1 - f_2 \qquad \text{(beat frequency).} \tag{1.53}$$

ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ DOPPLER

$$f' = f\frac{v \pm v_D}{v \pm v_S} \quad \text{(general Doppler effect)}, \tag{1.54}$$

f είναι η συχνότητα που εκπέμπει η πηγή

f’ είναι η συχνότητα που αντιλαμβάνεται ο ανιχνευτής

v_D είναι η ταχύτητα του ανιχνευτή ως προς τον αέρα

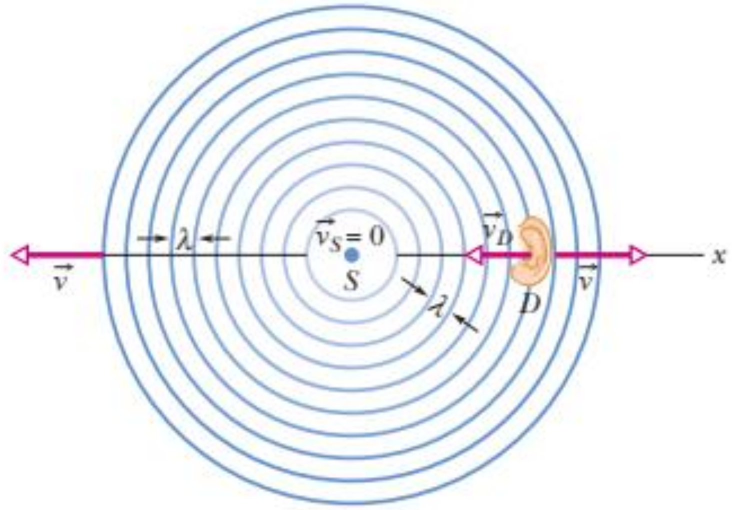
v_S είναι η ταχύτητα της πηγής ως προς τον αέρα

v είναι η ταχύτητα του ήχου στον αέρα

Όταν ο ανιχνευτής ή η πηγή πλησιάζουν ο ένας προς τον άλλο το πρόσημο στην ταχύτητα τους πρέπει να είναι τέτοιο ώστε να αυξάνεται η f’.

Όταν ο ανιχνευτής ή η πηγή απομακρύνονται ο ένας από τον άλλο το πρόσημο στην ταχύτητα τους πρέπει να είναι τέτοιο ώστε να μειώνεται η f’.

Ανιχνευτής σε κίνηση, ακίνητη πηγή



Έστω v_D=0, τότε

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

Αν θεωρήσουμε ένα σύστημα αναφοράς ακίνητο στην αρχική θέση του ανιχνευτή τότε η ταχύτητα του ήχου ως προς αυτό το σύστημα θα είναι v

Αν το σύστημα αναφοράς κινείται προς την πηγή, τότε

Ταχύτητα στο ακίνητο σύστημα αναφοράς = Ταχύτητα ως προς το κινούμενο σύστημα αναφοράς + ταχύτητα συστήματος αναφοράς

Απόλυτη= σχετική+μετοχική

$$\vec{v} = \vec{v}_{\eta\chi o\upsilon,D} + \vec{v}_D \rightarrow v\hat{\imath} = \vec{v}_{\eta\chi o\upsilon,D} - v_D\hat{\imath} \rightarrow$$

$$\vec{v}_{\eta\chi o\upsilon,D} = v_D\hat{\imath} + v\hat{\imath}$$

Τελικά $\quad v_{ή\chi o\upsilon,D} = v_D + v$ (1.55)

Οπότε η νέα συχνότητα f’

$$f' = \frac{v_{ήχου,D}}{\lambda} = \frac{v+v_D}{\lambda} \quad (1.56)$$

$$f' = \frac{v + v_D}{v/f} = f\frac{v + v_D}{v}. \quad (1.57)$$

Ομοίως

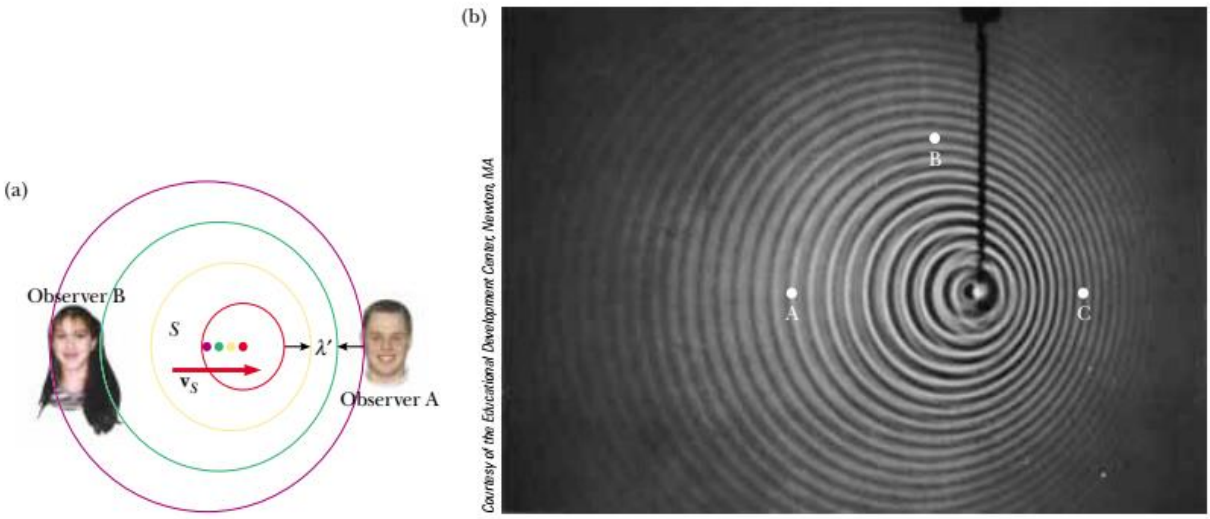
$$f' = f\frac{v - v_D}{v}. \quad (1.58)$$

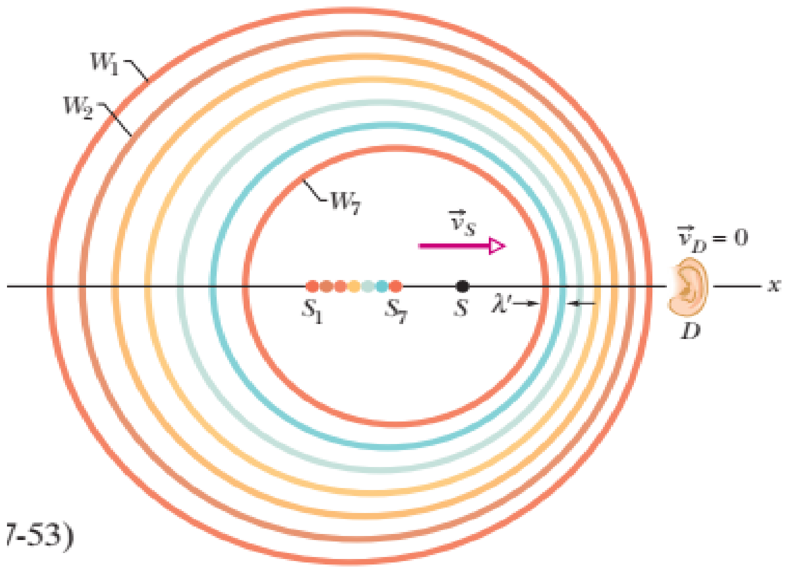
Και γενικεύοντας

$$f' = f\frac{v \pm v_D}{v} \quad (1.59)$$

Κινούμενη πηγή, Ακίνητος παρατηρητής

$$\lambda' \qquad \lambda - (v_S/f) \qquad (v/f) - (v_S/f)$$





Σε χρόνο T το μετωπο κύματος W_1 κινείται κατά απόσταση vT και η πηγή κατά v_sT. Μετά από χρόνο T εκπέμπεται το δεύτερο μέτωπο κύματος W_2 αλλά η απόσταση των δύο μετώπων κύματος τώρα είναι

$vT-v_sT$ και επειδή το μήκος κύματος είναι η απόσταση ανάμεσα σε δύο διαδοχικά μέτωπα κύματος ο ανιχνευτής θα αντιλαμβάνεται ένα νέο μήκος κύματος

$$\lambda' = vT - v_sT \quad (1.60)$$

ώστε

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{vT - v_ST} = \frac{v}{v/f - v_S/f}$$

$$= f\frac{v}{v - v_S}. \quad (1.61)$$

Στην αντίθετη κατεύθυνση

$$f' = f\frac{v}{v + v_S}. \quad (1.62)$$

Και γενικεύοντας

$$f' = f\frac{v}{v \pm v_S}$$

(1.63)

ΥΠΕΡΗΧΗΤΙΚΕΣ ΤΑΧΥΤΗΤΕΣ

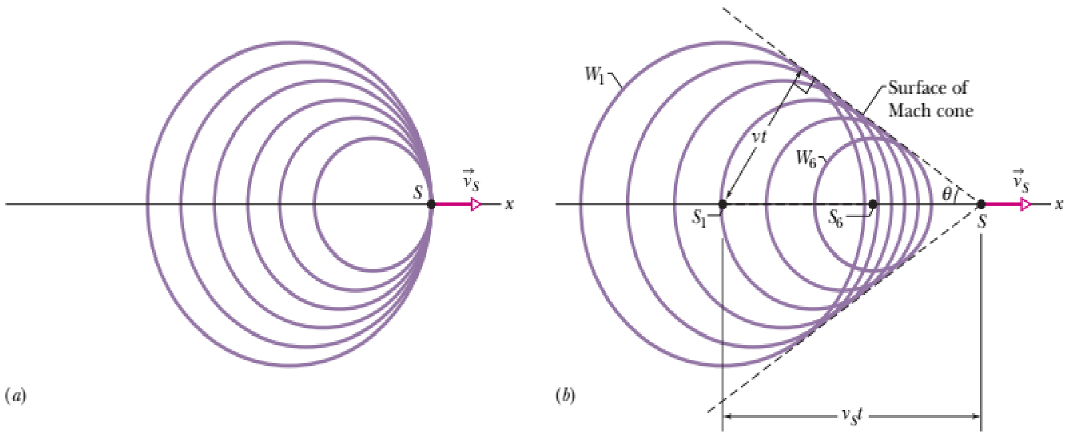
Για $v_s=v$ και η πηγή κινείται προς ακίνητο παρατηρητή

Τότε

$$f' = f\frac{v}{v-v} \to \infty \quad (1.64)$$

Όταν,

$v_s>v$ δεν ισχύουν οι εξισώσεις.



Κώνος Mach

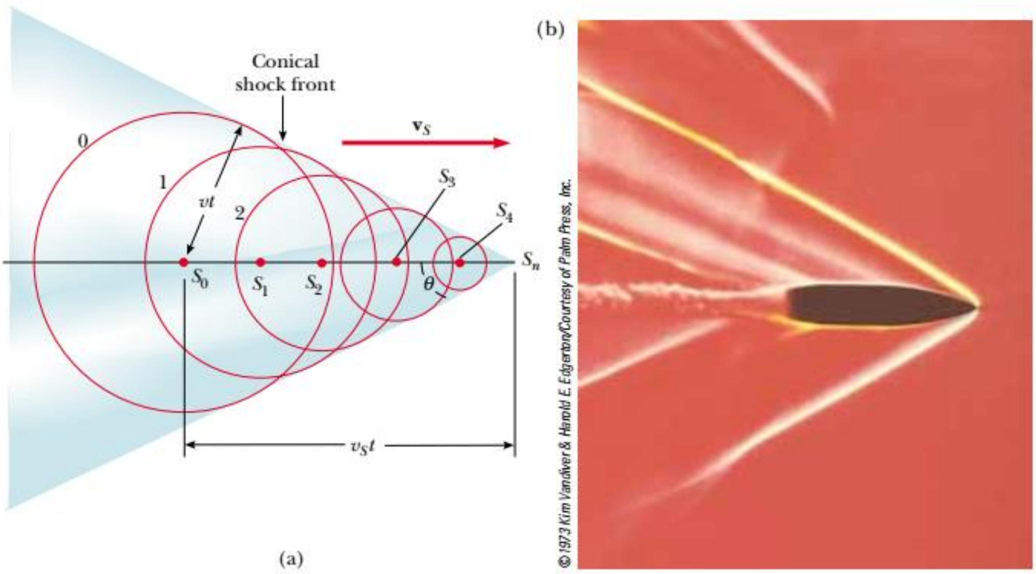
Κρουστικό κύμα

Γωνία κώνου Mach

$$\sin\theta = \frac{vt}{v_S t} = \frac{v}{v_S} \qquad \text{(Mach cone angle).}$$

(1.65)

$$\boxed{Αριθμός\ Mach = \frac{v_S}{v}} \qquad (1.66)$$



www.comstock.com