

Κανόνες υπολογισμού παραγώγων

$$(a)' = 0$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(x)' = 1$$

$$(e^{f(x)})' = f'(x) \cdot e^{f(x)}$$

$$(x^\alpha)' = \alpha \cdot x^{\alpha-1}$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(a \cdot f(x))' = a \cdot f'(x)$$

$$(\ln f(x))' = \frac{f'(x)}{f(x)}$$

$$(f^n(x))' = n \cdot f'(x) \cdot f^{n-1}(x)$$

$$(a^{f(x)})' = f'(x) \cdot a^{f(x)} \cdot \ln a$$

$$(f(x) \pm g(x))' = f'(x) \pm g'(x)$$

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}, \quad g(x) \neq 0$$

$$\frac{dy(x)}{dx} = \frac{dy(u)}{du} \cdot \frac{du(x)}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

(αλυσωτός κανόνας).

Ακρότατα μιας μεταβλητής

	Τοπικό μέγιστο για $x = a$	Τοπικό ελάχιστο για $x = a$
Κριτήριο Πρώτης Παραγώγου (ΚΠΠ)	$f'(a) = \frac{df(a)}{dx} = 0$	$f'(a) = \frac{df(a)}{dx} = 0$
Κριτήριο Δεύτερης Παραγώγου (ΚΔΠ)	$f''(a) = \frac{df^2(a)}{dx^2} < 0$	$f''(a) = \frac{df^2(a)}{dx^2} > 0$

Σημειώνεται ότι αν $f''(a) = 0$ τότε χρειάζεται περαιτέρω ανάλυση.

Κανόνες υπολογισμού ολοκληρωμάτων

$$\int a dx = ax + c$$

$$\int x^k dx = \frac{x^{k+1}}{k+1} + c$$

$$\int e^x dx = e^x + c$$

$$\int af(x) dx = a \int f(x) dx \quad \int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$$

$$\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

$$\int f(g(x))g'(x) dx = \int f(\omega) d\omega$$

$$\omega = g(x)$$

Ακρότατα δύο μεταβλητών

Για να βρούμε τα ακρότατα μίας συνάρτησης δύο μεταβλητών εργαζόμαστε ως εξής:

Λύνουμε το σύστημα $f_x = 0$ και $f_y = 0$.

Έστω το σημείο (x_0, y_0) είναι μία λύση του συστήματος.

Υπολογίζουμε την ποσότητα $D(x_0, y_0)$

- $D(x_0, y_0) = \partial^2 f(x_0, y_0) / \partial x^2 * \partial^2 f(x_0, y_0) / \partial y^2 - [\partial^2 f(x_0, y_0) / \partial x \partial y]^2$ ή $f_{xx} * f_{yy} - f_{xy} * f_{yx}$
και
- διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις:

Πρόσημο D	Πρόσημο δεύτερης μερικής παραγώγου	Ακρότατο σημείο (x_0, y_0)
$D(x_0, y_0) > 0$	$\partial^2 f(x_0, y_0) / \partial x^2 < 0$ $f_{xx} < 0$ $\partial^2 f(x_0, y_0) / \partial y^2 < 0$ $f_{yy} < 0$	Τοπικό μέγιστο
	$\partial^2 f(x_0, y_0) / \partial x^2 > 0$ $f_{xx} > 0$ $\partial^2 f(x_0, y_0) / \partial y^2 > 0$ $f_{yy} > 0$	Τοπικό ελάχιστο
$D(x_0, y_0) < 0$		Αυχενικό ή σαγματικό σημείο
$D(x_0, y_0) = 0$		Κανένα συμπέρασμα