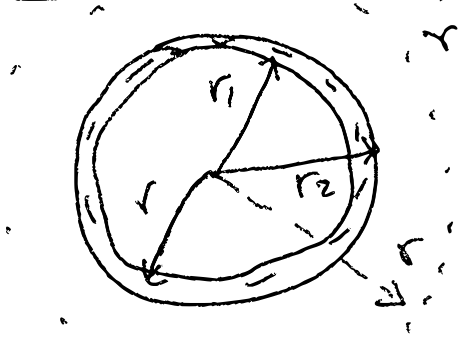
93.24



a) $r > r_2$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$$

β) $r_1 < r < r_2$

Βρίσκουμε ως ∈ το ολικό φορτίο είναι

Q dq $\rho = \frac{Q}{V} \Rightarrow \rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi(r_2^3 - r_1^3)}$

$$\frac{dq}{dV} = \frac{Q}{V} = \rho \Rightarrow dq = \rho \cdot dV$$

$$dV = \frac{4}{3}\pi(r^3 - r_1^3)$$

$$dq = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi(r_2^3 - r_1^3)} \cdot$$

$$dq = \frac{Q}{\cancel{\frac{4}{3}}\cancel{\pi}(r_2^3 - r_1^3)} \cdot \cancel{\frac{4}{3}}\cancel{\pi}(r^3 - r_1^3)$$

$$dq = \frac{Q \cdot (r^3 - r_1^3)}{r_2^3 - r_1^3}$$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{dq}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q\cdot(r^3 - r_1^3)}{\varepsilon_0 \; r_2^3 - r_1^3} \Rightarrow$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \frac{r^3 - r_1^3}{r_2^3 - r_1^3}$$

Αν V_2 είναι για $r = r_2$.

$$V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r}$$

$$V = V_2 - \int_{r_2}^{r} E\cdot dr \Rightarrow$$

$$V = V_2 - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0(r_2^3 - r_1^3)} \int_{r_2}^{r} \left(r - \frac{r_1^3}{r^2}\right) dr$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0(r_2^3 - r_1^3)} \cdot \left[\frac{r^2}{2} - \frac{r_2^2}{2} + \frac{r_1^3}{r} - \frac{r_1^3}{r_2}\right]$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r_2^3 - r_1^3} \cdot \left[\frac{3r_2^2}{2} - \frac{r^2}{2} - \frac{r_1^3}{r}\right]$$

γ) Στο εσωτερικό του φλοιού το $E = 0$ για $r < r_1$

άρα για την επιφάνεια με $r = r_1$ έχουμε για το δυναμικό

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r_2^3 - r_1^3} \cdot \left[\frac{3r_2^2}{2} - \frac{r_1^2}{2} - \frac{r_1^{\cancel{3}\,2}}{\cancel{r_1}}\right]$$

$$V_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r_2^3 - r_1^3} \cdot \frac{3}{2}\left(r_2^2 - r_1^2\right) \Rightarrow$$

$$V_1 = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} \cdot \left(r_2^2 - r_1^2\right)$$

δ) $r = r_1$ και $r = r_2$

$r = r_1$

$$V = \frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left(r_2^2 - r_1^2\right)$$

$$V = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \cdot \frac{\left(r_2^2 - r_1^3\right)}{r_2}$$