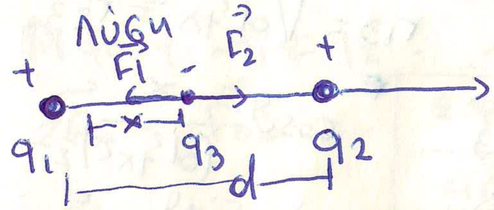
Γενική Φυσική II

Ηλεκτρικό φορτίο - Ηλεκτρ. Πεδίο

Άσκηση 1

Λύση



$$\vec{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{q_1 q_3}{x^2}(-\hat{i})$$

$$\vec{F}_{23} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{q_2 \cdot q_3}{(d-x)^2} (\hat{i})$$

$$\vec{F}_{o\lambda} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow \vec{F}_{o\lambda} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{q_1 q_3}{x^2}(-\hat{i}) + \frac{1}{4\pi\varepsilon} \frac{q_2 q_3}{(d-x)^2}(\hat{i})$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{o\lambda} = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \cdot q_3 \left(-\frac{q_1}{x^2} + \frac{q_2}{(d-x)^2} \right) \hat{i}$$

Για να μηδενιστεί η $F_{o\lambda}$ θα πρέπει η παρένθεση να γίνει ίση με 0 άρα

$$-\frac{q_1}{x^2} + \frac{q_2}{(d-x)^2} = 0 \Rightarrow \frac{q_1}{x^2} = \frac{q_2}{(d-x)^2} \Rightarrow$$

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{x^2}{(d-x)^2} \Rightarrow \sqrt{\frac{q_1}{q_2}} = \frac{x}{d-x} \Rightarrow$$

$$\sqrt{\frac{q_1}{q_2}} \cdot (d-x) = x \Rightarrow \sqrt{\frac{q_1}{q_2}} \cdot d = x\left[1 + \sqrt{\frac{q_1}{q_2}}\right]$$

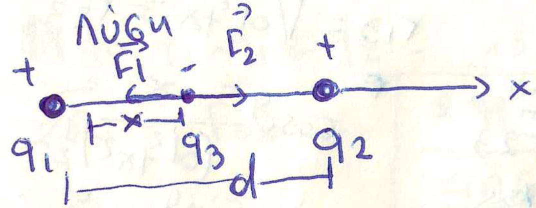
$$\Rightarrow x = \frac{d \cdot \sqrt{\frac{q_1}{q_2}}}{1 + \sqrt{\frac{q_1}{q_2}}} \Rightarrow x = \frac{d}{1 + \sqrt{\frac{q_2}{q_1}}}$$

Γενική Φυσική ΙΙ

Ηλεκτρικό φορτίο - Ηλεκτρ. Πεδίο

Άσκηση 1

Λύση



$$\vec{F}_{13} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_3}{x^2}(-\hat{i})$$

$$\vec{F}_{23} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_2 \cdot q_3}{(d-x)^2}(\hat{i})$$

$$\vec{F}_{ολ} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \Rightarrow \vec{F}_{ολ} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_3}{x^2}(-\hat{i}) + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_2 q_3}{(d-x)^2}(\hat{i})$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{ολ} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot q_3 \left(-\frac{q_1}{x^2} + \frac{q_2}{(d-x)^2} \right) \hat{i}$$

Για να μηδενιστεί η $F_{ολ}$ θα πρέπει η παρένθεση να γίνει ίση με 0 άρα

$$-\frac{q_1}{x^2} + \frac{q_2}{(d-x)^2} = 0 \Rightarrow \frac{q_1}{x^2} = \frac{q_2}{(d-x)^2} \Rightarrow$$

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{x^2}{(d-x)^2} \Rightarrow \sqrt{\frac{q_1}{q_2}} = \frac{x}{d-x} \Rightarrow$$

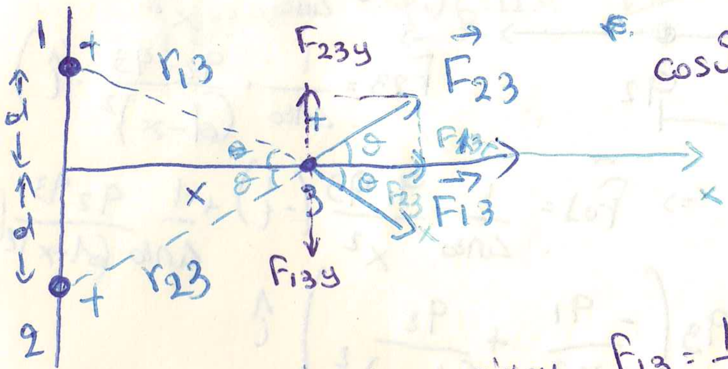
$$\sqrt{\frac{q_1}{q_2}} \cdot (d-x) = x \Rightarrow \sqrt{\frac{q_1}{q_2}} \cdot d = x\left[1 + \sqrt{\frac{q_1}{q_2}}\right]$$

$$\Rightarrow x = \frac{d \cdot \sqrt{\frac{q_1}{q_2}}}{1 + \sqrt{\frac{q_1}{q_2}}} \Rightarrow x = \frac{d}{1 + \sqrt{\frac{q_2}{q_1}}}$$

Άσκηση 21.21 Halliday σελ. 20

Λύση

$r_{13} = \sqrt{d^2+x^2} = r_{23}$



$\cos\theta = \dfrac{x}{(d^2+x^2)^{1/2}}$

$\sin\theta = \dfrac{d}{(d^2+x^2)^{1/2}}$

Η F_{13} κατά μέτρο είναι $F_{13} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_1 q_3}{r_{13}^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow F_{13} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q_1 q_3}{(d^2+x^2)}$

$F_{23} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_2 q_3}{(d^2+x^2)}$

Οι συνιστώσες του είναι

• $\vec{F}_{13x} = F_{13} \cdot \cos\theta\,\hat{i} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{q_1 q_3}{(d^2+x^2)} \cdot \dfrac{x}{(d^2+x^2)^{1/2}} \cdot \hat{i} \Rightarrow$

$\Rightarrow \vec{F}_{13x} = \dfrac{q_1 q_3}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{x}{(d^2+x^2)^{3/2}} \cdot \hat{i}$

• $\vec{F}_{13y} = F_{13} \cdot \sin\theta(-\hat{j}) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_1 q_3}{(d^2+x^2)} \cdot \dfrac{d}{(d^2+x^2)^{1/2}} \cdot (-\hat{j})$

$\vec{F}_{13y} = \dfrac{q_1 q_3}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{d}{(d^2+x^2)^{3/2}} \cdot (-\hat{j})$

• $\vec{F}_{23x} = F_{23}\cos\theta\,\hat{i} = \dfrac{q_2 q_3}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{x}{(d^2+x^2)^{3/2}} \cdot \hat{i}$

• $\vec{F}_{23y} = F_{23}\sin\theta\,\hat{j} = \dfrac{q_2 q_3}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{d}{(d^2+x^2)^{3/2}} \cdot \hat{j}$

Αφού $q_1 = q_2 = +3{,}2 \times 10^{-19}\,C$ έχουμε

$\sum \vec{F}_x = \vec{F}_{ολ} = \boxed{\dfrac{2q \cdot q_3}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{x}{(d^2+x^2)^{3/2}}\,\hat{i}}$

$\sum \vec{F}_y = \left[-\dfrac{q \cdot q_3}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{d}{(d^2+x^2)^{3/2}} + \dfrac{q\,q_3}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{d}{(d^2+x^2)^{3/2}}\right]\hat{j}$

$\sum \vec{F}_y = 0$

a) $\vec{F}_{ολ} = \dfrac{2\,q\,q_3}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \dfrac{x}{(d^2+x^2)^{3/2}} \cdot \hat{i}$

για $x = 0$ $F_{ολ} = 0$ για την διερεύνηση άλλων πιθανών ελαχίστων υπολογίζουμε την $\dfrac{dF_{ολ}}{dx} = 0$ άρα

$\dfrac{dF_{ολ}}{dx} = \dfrac{2\,q\,q_3}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left[\dfrac{1}{(d^2+x^2)^{3/2}} - \dfrac{3x^2}{(d^2+x^2)^{5/2}}\right] =$

$= \dfrac{2\,q\,q_3}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left[\dfrac{d^2+x^2-3x^2}{(d^2+x^2)^{5/2}}\right] = \dfrac{2\,q\,q_3}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \left[\dfrac{d^2-2x^2}{(d^2+x^2)^{5/2}}\right]$

άρα για $\dfrac{dF_{ολ}}{dx} = 0$ θα πρέπει

$d^2 - 2x^2 = 0 \Rightarrow \dfrac{d^2}{2} = x^2 \Rightarrow x = \pm\dfrac{d}{\sqrt{2}} = 12cm$

αποδεκτή η +

Για να δούμε εάν για $x = 12cm$ έχουμε ελάχιστο ή μέγιστο θα πρέπει να υπολογίσουμε την $\frac{d^2 F_{ολ}}{dx^2}$ και για $x = 12$ να είναι αρνητική

Άρα $\frac{d^2 F_{ολ}}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left[\frac{2993}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{d^2-2x^2}{(d^2+x^2)^{5/2}}\right]\right] \Rightarrow$

$= 3{,}7\times10^{-27} \cdot \frac{d}{dx}\left[(d^2-2x^2)(d^2+x^2)^{-5/2}\right] =$

$= 3{,}7\times10^{-27} \cdot \left[-4x(d^2+x^2)^{-5/2} - \frac{5}{\cancel{2}}(d^2-2x^2)(d^2+x^2)^{-7/2}\cdot \cancel{2}x\right]$

$= 3{,}7\times10^{-27} \cdot \left[-4x\cdot(d^2+x^2)^{-5/2} - 5x(d^2-2x^2)(d^2+x^2)^{-7/2}\right]$

για $x = 12\times10^{-2}m$ έχουμε τελικά

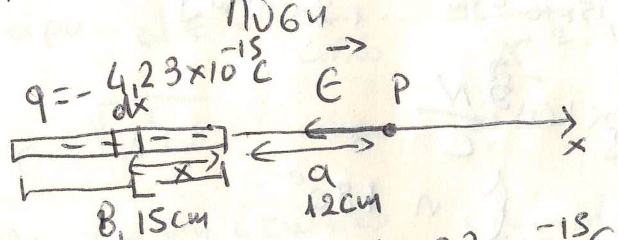
$\frac{d^2 F_{ολ}}{dx^2} = -1{,}6\times10^{-29} < 0$ άρα μέγιστο

Για $x = 12\ cm$ $F_{ολ\,max} = \frac{2993}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{x}{(d^2+x^2)^{3/2}}$

$= 8{,}99\times10^{9}\ \frac{N\cdot m^2}{C^2}\cdot 2\cdot 3{,}2\times10^{-19}C \cdot 6{,}4\times10^{-19}C \cdot \frac{12\times10^{-2}m}{\left[(17\times10^{-2}m)^2+(12\times10^{-2}m)^2\right]^{3/2}} = \frac{4{,}42\times10^{-28}\ N}{9{,}01\times10^{-3}} \Rightarrow$

$F_{ολ\,max} = 4{,}9\times10^{-26}\ N$

Άσκηση 22-27 Halliday σελ. 51



α) $\lambda = \frac{q}{L} = -\frac{4{,}23\times10^{-15}C}{8{,}15\times10^{-2}m} = -0{,}519\times10^{-13}\ C/m$

β) Για να βρούμε το E στο P θα πρέπει πρώτα να υπολογίσουμε το dE ~~φορτ~~ πεδίο λόγω του φορτίου στο dx

Το φορτίο στο dx είναι $dq = \frac{q}{L}\cdot dx \Rightarrow$

$dq = \lambda\cdot dx$ άρα dE είναι

$dE = \frac{\lambda\cdot dx}{4\pi\varepsilon_0\cdot(a+x)^2}$ άρα

$E = \int dE \Rightarrow E = \int_0^L \frac{\lambda\cdot dx}{4\pi\varepsilon_0(a+x)^2} \Rightarrow$

$\Rightarrow E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left[\frac{1}{a+x}\right]_0^L \Rightarrow$

$\Rightarrow E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left[\frac{1}{a+L} - \frac{1}{a}\right] \Rightarrow$

$$E = 8{,}99\times10^{9}\ N\cdot\frac{m^2}{C^2}\cdot \frac{0{,}519\times10^{-13}C}{m}\cdot$$

$$\cdot\left[\frac{1}{(12\times10^{-2}+8{,}15\times10^{-2})m} - \frac{1}{8{,}2\times10^{-2}m}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = 1{,}5\cancel{73}\times10^{-8}\frac{N}{C}$$

γ) κατεύθυνση $-\hat{i}$ ή 180°

δ) $$E = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left[\frac{1}{(50+8{,}15\times10^{-2})m} - \frac{1}{50m}\right] \Rightarrow$$

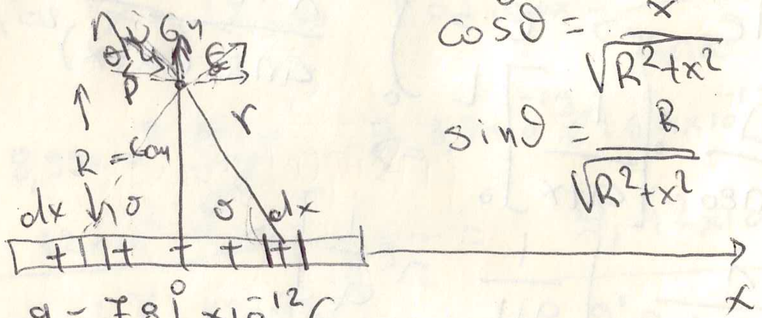
$$\Rightarrow E = 8{,}99\times10^{9}\ \frac{N m^2}{C}\cdot 0{,}519\times10^{-13}\frac{C}{m}\cdot\left[\frac{1}{50+8{,}15\times10^{-2}} - \frac{1}{50}\right]$$

$$\Rightarrow E = 1{,}52\times10^{-8}\ N/C$$

ε) $$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{a^2} = 8{,}99\times10^{9}\cdot\frac{4{,}23\times10^{-15}}{50^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E = 1{,}52\times10^{-8}\ N/C$$

Άσκηση 22.32 Halliday σελ 52



$$\cos\theta = \frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

$$\sin\theta = \frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}}$$

$q = 7{,}81\times10^{-12}C$

$L = 14{,}5cm$

Λύση

Το στοιχειώδες τμήμα dx δημιουργεί πεδίο dE το φορτίο του dx είναι $dq = \frac{q}{L}\cdot dx = \lambda\cdot dx$

άρα $dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\lambda\cdot dx}{r^2}$

$r = \sqrt{R^2+x^2}$ άρα $dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda\cdot dx}{(R^2+x^2)}$

Οι συνιστώσες του dE είναι

$$dE_x = dE\cdot\cos\theta\,(-\hat{i}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\lambda\, dx}{R^2+x^2}\cdot\frac{x}{\sqrt{R^2+x^2}}(-\hat{i})$$

$$dE_y = dE\sin\theta\,(\hat{j}) =$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\lambda\cdot dx}{R^2+x^2}\cdot\frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}}(\hat{j})$$

Για κάθε dx στην θετική πλευρά του x υπάρχει dx' στην αρνητική πλευρά που δημιουργεί dE_y' ομόρροπο και dE_x' αντίρροπο άρα οι συνιστώσες στον x εξουδετερώνονται άρα και υπάρχει μόνο η dE_y άρα

$$dE_{o\lambda y} = \frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\lambda\, dx}{R^2+x^2}\cdot\frac{R}{\sqrt{R^2+x^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dE_{o\lambda y} = \frac{2\lambda R}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{dx}{(R^2+x^2)^{3/2}}\ \text{εσ(ι)}$$

$$E_{y o\lambda} = \int_{-L/2}^{L/2} dE_{o\lambda y}$$

$$E_{y o \lambda} = \frac{2\lambda R}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{dx}{(R^2+x^2)^{3/2}} \Rightarrow$$

$$E_{y o \lambda} = \frac{2\lambda R}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left[\frac{x}{R^2(R^2+x^2)^{1/2}}\right]_{-\frac{L}{2}}^{L/2} \Rightarrow$$

$$E_{y o \lambda} = \frac{2\lambda R}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left[\frac{L/2}{R^2(R^2+L^2/4)^{1/2}} + \frac{L/2}{R^2(R^2+\frac{L^2}{4})^{1/2}}\right]$$

$$\Rightarrow E_{y o \lambda} = \frac{2\cdot\lambda\cdot R\cdot L}{4\pi\varepsilon_0\left[R^2(R^2+\frac{L^2}{4})^{1/2}\right]} \Rightarrow$$

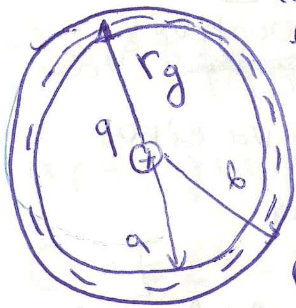
$$E_{y o \lambda} = \frac{2\cdot\frac{q}{\cancel{L}}\cdot R\cdot \cancel{L}}{4\pi\varepsilon_0\left[R^2(R^2+\frac{L^2}{4})^{1/2}\right]} \Rightarrow$$

$$E_{y o \lambda} = \frac{8{,}99\times10^9\cdot 2\cdot 7{,}81\times10^{-12}C\cdot 6\times10^{-2}m}{\left[(6\times10^{-2})^2\cdot\left[(6\times10^{-2})^2+\frac{(14{,}5\times10^{-2})^2}{4}\right]^{1/2}\right]} =$$

$$= \frac{8{,}425\times10^{-3}}{3{,}6\times10^{-3}\cdot(0{,}0941)} \Rightarrow E_{y o \lambda} = 24{,}87\ N/C$$

Νόμος Gauss

23. 49 σελ 83



$a = 2\,cm$ $\quad \rho = \frac{A}{r}$

$b = 2{,}4\,cm$

$q = 45fC$

Λύση

Θεωρώ Επιφάνεια Gauss σφαιρική με $a < r_g < b$

$$\oint \vec{E}\,d\vec{s} = \frac{q_{εν}}{\varepsilon_0} \quad (1)$$

Το $q_{εν}$ είναι το q στο κέντρο + το φορτίο που περικλείεται μεταξύ r_g και a

Η χωρική πυκνότητα $\rho = \frac{A}{r}$

το φορτίο που υπάρχει μεταξύ r_g και a έστω ότι είναι $q'_{εν}$ και υπάρχει στον όγκο dV μεταξύ r_g και a άρα $q'_{εν} = \int \rho\cdot dV =$

$dV = 4\pi r^2 dr$ άρα

$$q'_{εν} = \int_a^{r_g} \frac{A}{\cancel{r}}\cdot 4\pi r^{\cancel{2}} dr \Rightarrow q'_{εν} = 4\pi A\cdot\int_a^{r_g} r\,dr \Rightarrow$$

$$q'_{εν} = 4\pi A\left[\frac{r^2}{2}\right]_a^{r_g} \Rightarrow q'_{εν} = 2\pi A\left[r_g^2 - a^2\right)$$

Από (1) έχουμε

$$\oint \vec{E}\,d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0}\left[q'_{εν}+q\right] \Rightarrow$$

$$E\cdot 4\pi r_g^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\cdot\left[q + 2\pi A(r_g^2 - a^2)\right] \Rightarrow$$

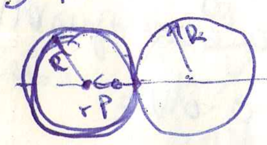
$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left[\frac{q}{r_g^2} - 2\pi A - \frac{2\pi A a^2}{r_g^2}\right]$$

για να είναι το E ~~ομοιόμορφο~~ ομογενές μέσα στο κέλυφος δεν θα πρέπει να είναι συνάρτηση του r άρα

$$\frac{q}{r_g^2} - \frac{2\pi A a^2}{r_g^2} = 0 \Rightarrow q = 2\pi A a^2 \Rightarrow A = \frac{q}{2\pi \cdot a^2} = \frac{45\times10^{-15}C}{2\pi\cdot(2\times10^{-2})^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = 1{,}79\times10^{-11}\, C/m^2$$

54.23 σελ 83



$$r = \frac{R}{2} \qquad \rho_1 = \frac{Q_1}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{Q_1'}{\frac{4\pi}{3} r^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_1' = \frac{r^3}{R^3}\cdot Q_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_1' = \frac{(R/2)^3}{R^3}\cdot Q_1 = \frac{\frac{R^3}{8}}{R^3}\cdot Q_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q_1' = \frac{Q_1}{8}$$

$$\oint \vec{E_1} d\vec{s} = \frac{q_{en}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_1\, 4\pi r^2 = \frac{Q_1}{8\varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$E_1 = \frac{Q_1}{8\pi\varepsilon_0 \frac{R^2}{4}} \Rightarrow E_1 = \frac{Q_1}{8\pi\varepsilon_0 R^2}$$

Για το E_2 έχουμε:

$$\oint \vec{E_2} d\vec{s} = \frac{q_{en}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E_2 \cdot 4\pi(R+R/2)^2 = \frac{Q_2}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow E_2 = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0\left(\frac{3}{2}R\right)^2} = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 \frac{9}{4}\cdot R^2}$$

άρα για $E_{ολ} = 0$ στο P θα πρέπει:

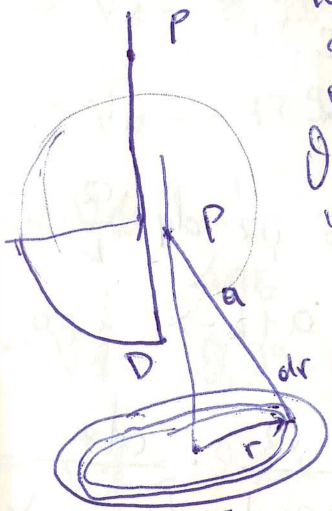
$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{Q_1}{8\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{Q_2}{9\pi\varepsilon_0 R^2} \Rightarrow$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{8}{9}$$

Ηλεκτρικό Δυναμικό

29, 65, 30, 93

29.24



Το δυναμικό στο P είναι το $\frac{1}{4}$ του αυτού που θα προέκυπτε για την περίπτωση ολόκληρου κυκλικού δίσκου θεωρούμε δακτύλιο με ακτίνα r και πάχος dr. Η επιφάνεια είναι $ds = 2\pi r dr$ και το φορτίο είναι $dq = \sigma \cdot 2\pi r dr$

άρα $dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{dq}{a}$

$a = \sqrt{D^2 + r^2}$

άρα $dV = \frac{1}{24\pi\varepsilon_0}\,\frac{\sigma\cdot 2\pi r dr}{\sqrt{D^2+r^2}} \Rightarrow$

$$\Rightarrow dV = \frac{\sigma \cdot r dr}{\ldots\sqrt{D^2+r^2}} \Rightarrow$$

$$V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{r\,dr}{\sqrt{r^2+D^2}} \Rightarrow V = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot\left[\sqrt{r^2+D^2}\right]_0^R \Rightarrow$$

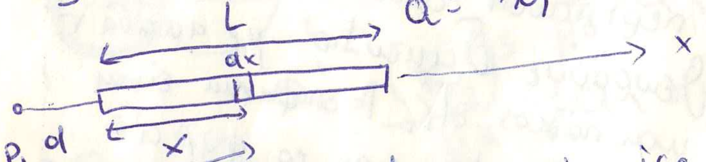
$$\Rightarrow \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{R^2+D^2} - D\right]$$ για ολόκληρο τον κυκλικό δίσκο για την περίπτωση της άσκησης το V στο P θα είναι ίσο με

$$V_P = \frac{V_{o\lambda}}{4} = \frac{\sigma}{8\varepsilon_0}\left[\sqrt{R^2+D^2} - D\right] =$$

$$= \frac{7{,}73\times10^{-15}C/m^2}{8\cdot(8{,}85\times10^{-12}C^2/N\cdot m^2)}\cdot\left[\sqrt{(0{,}64)^2_{m^2}+(0{,}259)^2_{m^2}} - 0{,}859_m\right]$$

$$\Rightarrow V_P = 4{,}71\times10^{-5}V$$

30.24 σελ 114 $\quad Q = 56{,}1\times10^{-15}C$



σε dx έχω dq φορτίο ίσο με $dq = \frac{Q}{L}\cdot dx$

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{dq}{r}$$ όπου $r = a+L-x$ άρα

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q/L\,dx}{(L+a-x)} \Rightarrow dV = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\cdot\frac{dx}{(L+a-x)}$$

άρα $$V_P = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\cdot\int_0^L\frac{dx}{L+a-x} \Rightarrow$$

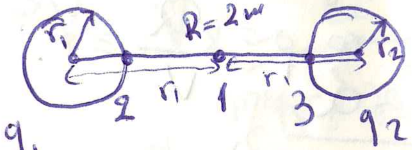
$$V_P = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\cdot\left[-\ln(a+L-x)\right]_0^L \Rightarrow V_P = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\left[-\ln a + \ln(L+a)\right]$$

$$V_P = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}\cdot\ln\left[1+\frac{L}{a}\right]$$

$$V_P = \frac{56{,}1\times10^{-15}C\cdot 8{,}99\times10^{9}}{0{,}12}\cdot\ln\left[1+\frac{0{,}12}{0{,}025}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_P = 4{,}20\times10^{-3}\cdot \ln =$$

65.24 σελ 117 $\quad$ λύση



a) $$V_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1}{r_1} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r_1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_0 = 8{,}99\times10^{9}\cdot\left(\frac{1\times10^{-8}}{1} - \frac{3\times10^{-8}}{1}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_0 = -1798\,V$$

b) $$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1}{r_1} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{R-r_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_1 = 8{,}99\times10^{9}\cdot\left(\frac{1\times10^{-8}}{0{,}03} - \frac{3\times10^{-8}}{2-0{,}03}\right) \Rightarrow$$

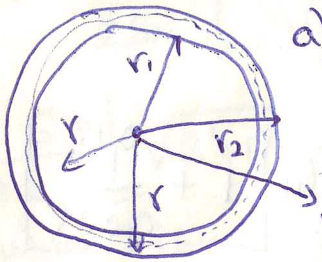
$$\Rightarrow V_1 = 2856\,V$$

γ) $$V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1}{R-r_2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_2}{r} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_2 = 8{,}99\times10^{9}\cdot\left(\frac{1\times10^{-8}}{2-0{,}03} - \frac{3\times10^{-8}}{0{,}03}\right) \Rightarrow V_2 = -8944V$$

93.24 σελ 119

Λύση



α) Για $r > r_2$

Το πεδίο είναι όμοιο με το πεδίο σημειακού φορτίου Q r άρα $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r}$

β) $r_1 < r < r_2$. Βρίσκουμε πρώτα το πεδίο Ε για $r_1 < r < r_2$. Θεωρούμε επιφάνεια Gauss με $r_1 < r < r_2$. Το φορτίο που περικλείει η επιφάνεια είναι dq το $\rho = \frac{Q}{V} \Rightarrow$

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi(r_2^3 - r_1^3)} \Rightarrow \rho = \frac{3Q}{4\pi(r_2^3 - r_1^3)}$$

Για $\frac{dq}{dV} = \frac{Q}{V} = \rho \Rightarrow dq = \rho \cdot dV$

$dV = \frac{4}{3}\pi(r^3 - r_1^3)$ άρα

$$dq = \frac{3Q}{4\pi(r_2^3 - r_1^3)} \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot (r^3 - r_1^3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow dq = Q \cdot \frac{r^3 - r_1^3}{r_2^3 - r_1^3}$$ από τον νόμο έχουμε

$$\oint \vec{E} d\vec{s} = \frac{dq}{\varepsilon_0} \Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0} \cdot \left(\frac{r^3 - r_1^3}{r_2^3 - r_1^3}\right)$$

$$\Rightarrow E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot \left(\frac{r^3 - r_1^3}{r_2^3 - r_1^3}\right)$$

Αν V_2 είναι το δυναμικό στο $r_2 = r$ τότε το V στο r είναι

$$V = V_2 - \int_{r_2}^{r} E dr =$$

$$\Rightarrow V = V_2 - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 (r_2^3 - r_1^3)} \cdot \int_{r_2}^{r} \left(r - \frac{r_1^3}{r^2}\right) dr \Rightarrow$$

$$V = V_2 - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 (r_2^3 - r_1^3)} \left\{ \left[\frac{r^2}{2}\right]_{r_2}^{r} - \left[-\frac{r_1^3}{r}\right]_{r_2}^{r} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = V_2 - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 (r_2^3 - r_1^3)} \cdot \left[\frac{r^2}{2} - \frac{r_2^2}{2} + \frac{r_1^3}{r} - \frac{r_1^3}{r_2}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 (r_2^3 - r_1^3)} \cdot \left[\frac{r^2}{2} - \frac{r_2^2}{2} + \frac{r_1^3}{r} - \frac{r_1^3}{r_2}\right]$$

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r_2^3 - r_1^3} \cdot \left[\frac{3r_2^2}{2} - \frac{r^2}{2} - \frac{r_1^3}{r}\right]$$

γ) Για $r < r_1$. Στο εσωτερικό του σφαιρικού ~~φλοιού~~ κελύφους το $E=0$ γιατί για $r < r_1$ δεν υπάρχει φορτίο έτσι το V είναι σταθερό και ίσο με αυτό στην επιφάνεια για $r = r_1$ άρα από το V στο β ερώτημα έχουμε.

$$V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r_2^3 - r_1^3} \cdot \left[\frac{3r_2^2}{2} - \frac{r_1^2}{2} - \frac{r_1^3}{r_1}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r_2^3 - r_1^3} \cdot \frac{3}{2}(r_2^2 - r_1^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{3(r_2^2 - r_1^2)}{2(r_2^3 - r_1^3)} = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} \cdot (r_2^2 - r_1^2)$$

δ) Ισχύει για $r = r_1$ και $r = r_2$

$r = r_1$ $\quad V = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} \cdot (r_2^2 - r_1^2)$

$r = r_2$ $\quad V = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r_2} = \frac{4\pi\rho(r_2^3 - r_1^3)}{4\pi\varepsilon_0 r_2 \cdot 3} \Rightarrow$

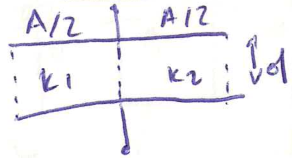
$$V = \frac{\rho(r_2^2 - r_1^3)}{3\varepsilon_0 r_2}$$

Χωρητικότητα - πυκνωτές

$\boxed{48.\ \text{σελ}\ 153\ \overset{17}{25}}$

$A = 5{,}56\,cm^2$
$d = 5{,}56\,mm$
$k_1 = 7$, $k_2 = 12$

C;



Λύση

Στην περίπτωση αυτή είναι ισοδύναμη με αυτή δύο πυκνωτών C_1 και C_2 συνδεμένους ~~παρά~~ παράλληλα (ίδιο δυναμικό V.)

Άρα $C = C_1 + C_2 = k_1 \frac{\varepsilon_0 A/2}{d} + k_2 \frac{\varepsilon_0 A/2}{d} \Rightarrow$

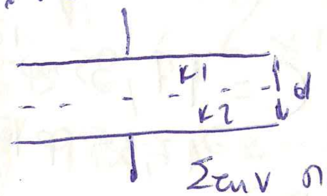
$$\Rightarrow C = \frac{\varepsilon_0 A}{2d}(k_1 + k_2) \Rightarrow C = \frac{8{,}85\times10^{-12} \cdot 5{,}56\times10^{-4}}{2 \cdot 5{,}56\times10^{-3}} \cdot (7+12) \Rightarrow C = 4{,}425\times10^{-13}\times 19 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = 8{,}41\times10^{-12}F \text{ ή } 8{,}41\,pF$$

25.49 σελ 153

$A = 7{,}89\,cm^2$
$d = 4{,}62\,mm$
$k_1 = 11$, $k_2 = 12$

C;



Λύση

Στην περίπτωση αυτή η ισοδύναμη κατάσταση είναι αυτή δύο πυκνωτών C_1, C_2 συνδεμένων σε σειρά (ίδιο Q) Άρα έχουμε

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

$$C_1 = k_1 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{A}{d/2} = \frac{2k_1 \varepsilon_0 A}{d}$$

$$C_2 = k_2 \frac{\varepsilon_0 A}{d/2} = \frac{2k_2 \varepsilon_0 A}{2}$$

$$C = \frac{\frac{2k_1 \varepsilon_0 A}{d} \cdot \frac{2k_2 \varepsilon_0 A}{d}}{\frac{2k_1 \varepsilon_0 A}{d} + \frac{2k_2 \varepsilon_0 A}{d}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \frac{\left(\frac{2\varepsilon_0 A}{d}\right)^{\cancel{2}} (k_1 k_2)}{\frac{2\varepsilon_0 \cancel{A}}{\cancel{d}} (k_1 + k_2)} \Rightarrow$$

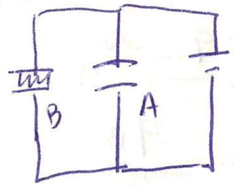
$$\Rightarrow C = \frac{2\varepsilon_0 A}{d} \cdot \left(\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C = \frac{2 \cdot 8{,}85 \times 10^{-12} F/m \, 7{,}89 \times 10^{-4} m^2}{4{,}62 \times 10^{-3} m} \cdot \left(\frac{11 \cdot 12}{11 + 12}\right) \Rightarrow$$

$$C = 3{,}023 \times 10^{-12} \cdot 5{,}74 \Rightarrow C = 17{,}35 \times 10^{-12} F$$

$$17{,}35 \, pF$$

25.69 σελ 155



$A = 80{,}0 cm^2$, $d = 3 mm$

$V = 600 V$, $k = 2{,}60$

α) E_B, β) E_A, γ) $σ_A$, δ) $σ_B$, ε) q_B

Λύση

α), β) Το ηλεκτρικό πεδίο είναι $E = V/d$ και είναι ίδιο και στον A και στον B γιατί στο κύκλωμα υπάρχει η πηγή που κρατάει σταθερή διαφορά δυναμικού στους οπλισμούς των πυκνωτών

Άρα $E_B = E_A = \frac{V}{d} = \frac{600}{3 \times 10^{-3}} \Rightarrow E_B = E_A = 2 \times 10^5 \frac{V}{m}$

γ) Για τον A πυκνωτή $σ_A = \frac{q_A}{A}$

$E_A = \frac{σ_A}{\varepsilon_0} \Rightarrow σ_A = E_A \cdot \varepsilon_0 \Rightarrow$

$σ_A = 2 \times 10^5 V/m \cdot 8{,}85 \times 10^{-12} F/m \Rightarrow σ_A = 1{,}77 \times 10^{-6} \frac{C}{m^2}$

δ) Για τον πυκνωτή B έχουμε

$C_B = \frac{q_B}{V} \Rightarrow q_B = C_B \cdot V \Rightarrow q_B = \frac{k \varepsilon_0 A}{d} \cdot V \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{q_B}{A} = \frac{k \varepsilon_0}{d} \cdot V \Rightarrow σ_B = \frac{2{,}6 \cdot 8{,}85 \times 10^{-12}}{3 \times 10^{-3}} \cdot 600 \Rightarrow$

$σ_B = 4{,}6 \times 10^{-6} C/m^2$

ε) $q_B = σ_B \cdot A \Rightarrow q_B = 4{,}6 \times 10^{-6} \frac{C}{m^2} \cdot 80 \times 10^{-4} m^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow q_B = 3{,}68 \times 10^{-8} C$

Από τον νόμο του Gauss έχουμε

$$\varepsilon_0 \oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \varepsilon_0 E A = q_B - q' \Rightarrow$$

Ετσι $$\frac{q_B - q'}{\varepsilon_0 A} = \frac{\varepsilon_0}{K} = \frac{q_B}{K\varepsilon_0 A}$$

$$q_B - q' = \frac{q_B}{K} \Rightarrow q_B\left(1-\frac{1}{K}\right) = q' \Rightarrow$$

$$\Rightarrow q' = 3{,}68\times10^{-8}C\left(1-\frac{1}{2{,}6}\right) \Rightarrow$$

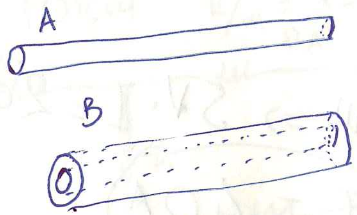
$$\Rightarrow q' = 2{,}26\times10^{-8}C$$

άρα $\sigma' = \frac{q'}{A} \Rightarrow \sigma' = 2{,}83\times10^{-6}\frac{C}{m^2}$ με αρνητικό πρόσημο

Ρεύμα και αντίσταση

23.26 Halliday σελ.181

R_A/R_B;



$d_A = 1mm$

$d_{εσ} = 1mm$

$d_{εξ} = 2mm$

Λύση

$$R_A = \rho\cdot\frac{l}{S_A} = \rho\cdot\frac{l}{\pi\cdot\left(\frac{d_A}{2}\right)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{R_A = \rho\cdot\frac{l}{7{,}85\times10^{-7}m^2}}$$

ο αγωγός B έχει $S_B = S_{εξ} - S_{εσ} \Rightarrow$

$$\Rightarrow S_B = \pi\left(\frac{d_{εξ}}{2}\right)^2 - \pi\cdot\left(\frac{d_{εσ}}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S_B = 3{,}14\cdot\left(\frac{2\times10^{-3}m}{2}\right)^2 - 3{,}14\cdot\left(\frac{1\times10^{-3}m}{2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$S_B = 2{,}355\times10^{-6}m^2$$

έτσι $R_B = \rho\cdot\frac{l}{S_B} \Rightarrow \boxed{R_B = \rho\cdot\frac{l}{2{,}355\times10^{-6}m^2}}$

Άρα $$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho\cdot\frac{l}{7{,}85\times10^{-7}m^2}}{\rho\cdot\frac{l}{2{,}355\times10^{-6}m^2}} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = 3$$

54. 26 Halliday σελ 184

λύση

$V = 5V$

$P = U \cdot I = \cancel{2}00W \Rightarrow 5V \cdot I = 200W \Rightarrow$

$\Rightarrow I = \dfrac{200W}{5V} \Rightarrow I = 40A$

Από τον νόμο του Ohm έχουμε

$R = \dfrac{V}{I} \Rightarrow R = \dfrac{5V}{40A} \Rightarrow \boxed{R = 0{,}125\Omega}$ (1)

έχουμε όμως $dR = 5x\,dx$ άρα (2)

$R = \int_0^L 5x\,dx \Rightarrow R = \frac{5}{2}x^2 \Big|_0^L \Rightarrow R = \frac{5}{2}L^2$

άρα (1) και (2) $0{,}125\Omega = \frac{5}{2}L^2 \Rightarrow$

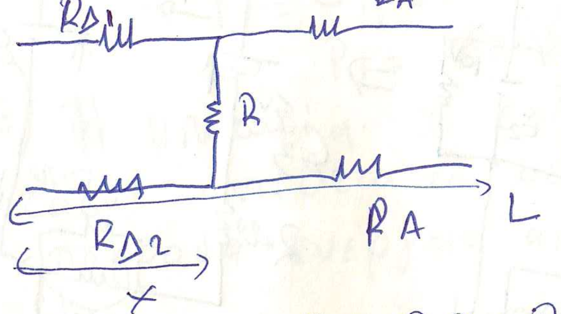
$\Rightarrow \dfrac{2 \cdot 0{,}125\Omega}{5} = L^2 \Rightarrow L = \pm\sqrt{0{,}05} \Rightarrow$

$\boxed{L = \pm 0{,}224m}$

κυκλώματα:

15.27 Halliday σελ 215

$\ell = 10km$ $\quad R/m = 13\Omega/km$ $\quad R_\Delta = 200\Omega$ $\quad R_A = 100\Omega$



λύση

$\left.\begin{aligned} R_\Delta &= R_{\Delta 1} + R_{\Delta 2} + R \\ R_A &= R_{A1} + R_{A2} + R \end{aligned}\right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \left.\begin{aligned} 200\Omega &= 2x \cdot 13\tfrac{\Omega}{m} + R \\ 100\Omega &= 2\cdot(L-x)\cdot 13\Omega + R \end{aligned}\right\}$ Αφαίρεση $\Rightarrow$

$\Rightarrow 100\Omega = 2x \cdot 13\frac{\Omega}{m} - 2(L-x)\cdot 13\Omega \Rightarrow$

$\Rightarrow 100\Omega = 4 \cdot x \cdot 13\frac{\Omega}{m} - 2L \cdot 13\Omega \Rightarrow$

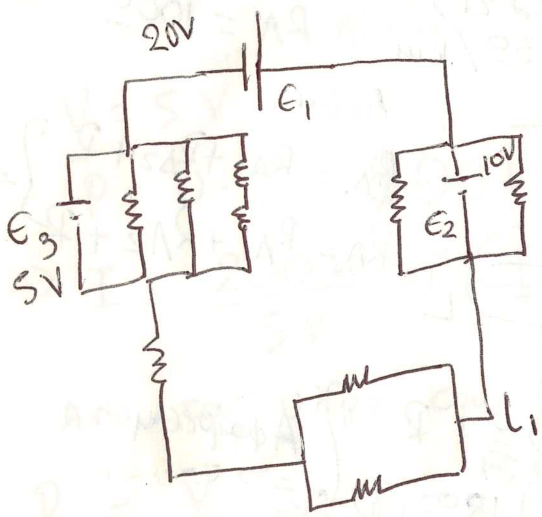
$\Rightarrow 100\Omega = 4 \cdot x \cdot 13\frac{\Omega}{m} - 2 \cdot 10 \cdot 13\Omega \Rightarrow$

$\Rightarrow 100\Omega + 260\Omega = 4 \cdot x \cdot 13\frac{\Omega}{m} \Rightarrow x = 6{,}92\,km$

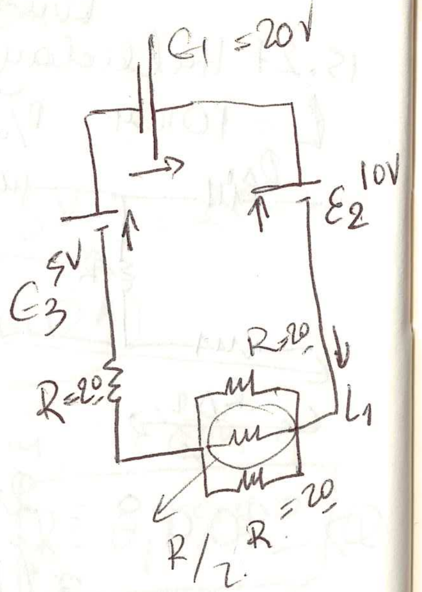
Έτσι $200\Omega = 2 \cdot 6{,}92\,km \cdot 13\frac{\Omega}{km} + R \Rightarrow$

$R = 200\Omega - 180\Omega \Rightarrow \boxed{R = 20\Omega}$

84. 27 σελ 221



⇒



Λύση

α) ~~R~~ $R_{ολ} = R + R//R \Rightarrow R_{ολ} = 2Ω + 1Ω \Rightarrow$

$R_{ολ} = 3Ω$

Έστω ότι η φορά του I_1 είναι αυτή του σχήματος άρα από τον κανόνα των βρόχων έχουμε:

$$E_3 + E_1 - E_2 - I_1 \cdot R_{ολ} = 0 \Rightarrow$$

$$I_1 = \frac{E_3 + E_1 - E_2}{R_{ολ}} = \frac{20V + 5V - 10V}{3Ω} \Rightarrow I_1 = 5A$$

με την φορά προς δεξιά όπως στο σχήμα

β) Η μπαταρία 1 όπως φαίνεται στο σχήμα η πολική τάσης προς τα δεξιά έχει φορά ίδια με το ρεύμα I_1 άρα προσφέρει ενέργεια στο κύκλωμα.

δ) Η ισχύς της μπαταρίας 1 είναι

$$P_1 = E_1 \cdot I_1 \Rightarrow P_1 = 20V \cdot 5A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P_1 = 100\,W$$

ε) ~~Η~~ Η μπαταρία 2 έχει φορά η πολική τάσης αντίθετη του ρεύματος άρα απορροφά ενέργεια από το κύκλωμα.

στ) Η ισχύς της μπαταρίας 2 είναι

$$P_2 = -E_2 \cdot I_1 \Rightarrow P_2 = -10V \cdot 5A \Rightarrow$$

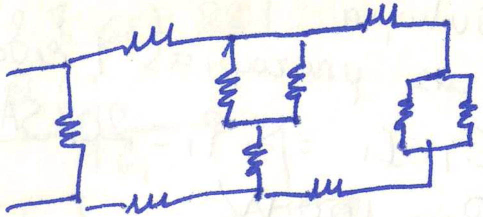
$$P_2 = -50\,W$$

ζ) ~~Γ~~ Για την μπαταρία 3 ισχύει το ίδιο με την 1 άρα προσφέρει ενέργεια στο κύκλωμα.

η) Η ισχύς της μπαταρίας 3 είναι

$$P_3 = E_3 \cdot I_1 \Rightarrow P_2 = 5V \cdot 5A \Rightarrow$$

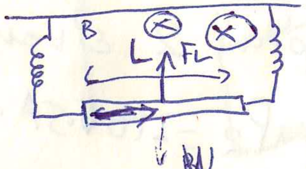
$$P_2 = 25\,W$$



Μαγνητικό Πεδίο

39.28 σελ 256

Για να μηδενιστεί η τάση στα στηρίγματα θα πρέπει η F_L = W ίση και αντίθετη φορά

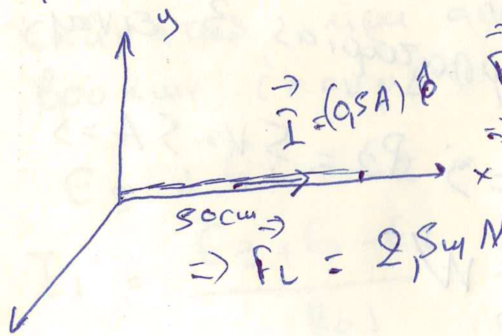


$\vec{F_L} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B}$ = W =>

$I \cdot L \cdot B = m \cdot g \Rightarrow I = \frac{m\,g}{L \cdot B} = \frac{13\times10^{-3}\,kg \cdot 9{,}81\,m/s^2}{62\times10^{-2}\,m \cdot 0{,}4T} \Rightarrow$

$\Rightarrow I = 0{,}467A$ δεξιά

43.28 σελ. 56



$\vec{B} = (3mT)\hat{j} + (10mT)\hat{k}$

$\vec{I} = (0{,}5A)\hat{i}$

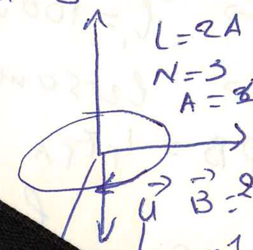
$\vec{F_L} = I \cdot \vec{L} \times \vec{B} \Rightarrow$

$\Rightarrow \vec{F_L} = 0{,}5A \cdot (0{,}5m\,\hat{i}) \times (3mT\,\hat{j} + 10mT\,\hat{k})$

$\Rightarrow \vec{F_L} = 2{,}5mN(-\hat{j}) + 0{,}75mN(\hat{k})$

65 σελ 858 Λύση

α) Η μαγνη[...] δυναμική ενέργεια $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ [...] προς τα αρνητικά άξονα.



L = 2A

N = 3

$A = 4\times10^{-3}\,m^2$

$\vec{B} = 2mT\hat{i} - 3mT\hat{j} - 4mT\hat{k}$

$\mu = NIA$ [...]

$\vec{\mu} = [3 \cdot (2A) \cdot (4\times10^{-3}\,m^2)]$ [...]

$\Rightarrow \vec{\mu} = -(2{,}4\times10^{-2}\,A \cdot m^2)\hat{j}$

$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \Rightarrow U = -(\mu_y \hat{j}) \cdot (B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z$ [...]

~~$\Rightarrow U = (2{,}4\times10^{-2}$~~

$\Rightarrow U = -\mu_y \cdot B_y = -(-2{,}4\times10^{-2}\,A \cdot m^2) \cdot (-3\times10$ [...]

$\Rightarrow U = -7{,}2\times10^{-5}\,J$

β) $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{\tau} = (\mu_y \hat{j}) \times (B_x\hat{i} + B_y\hat{j} + B_z\hat{k}) \Rightarrow$

$\Rightarrow \vec{\tau} = \mu_y \cdot B_z \hat{i} - \mu_y \cdot B_x \hat{k} \Rightarrow$

$\Rightarrow \vec{\tau} = (-2{,}4\times10^{-2}\,A \cdot m^2) \cdot (-4\times10^{-3}\,T)\hat{i} - (-2{,}4\times10^{-2}\,A \cdot m^2) \cdot (2\times10^{-3}T)\hat{k}$

$\Rightarrow \vec{\tau} = (9{,}6\times10^{-5}\,N \cdot m)\hat{i} + (4{,}8\times10^{-5}\,N \cdot m)\hat{k}$

Ρεύμα - Αντίσταση

Άσκηση 1

A → $l_1 = 100m$ μηκ $R_A = 1,35\Omega$ $d_A = 0,048mm$

B → $l_2 = 50m$ τετρ. $R_B = 2,5\Omega$

$\rho B = 1,7\rho A$

α) Πλευρά a του B

Λύση

$$\left.\begin{array}{l} R_A = \rho_A \cdot \dfrac{l_1}{\pi\left(\frac{d_A}{2}\right)^2} \\ R_B = \rho_B \cdot \dfrac{l_2}{a^2} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A \cdot \dfrac{l_1}{\pi\left(\frac{d_A}{2}\right)^2}}{\rho_B \cdot \dfrac{l_2}{a^2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1,35}{2,5} = \frac{\cancel{\rho A} \cdot \dfrac{100m}{1,808 \times 10^{-7} m^2}}{1,7\cancel{\rho A} \cdot \dfrac{50m}{a^2}} \Rightarrow$$

$$0,54 = \frac{\overset{2}{\cancel{100m}} \cdot a^2}{\cancel{50m} \cdot 1,808 \times 10^{-7} m^2} \Rightarrow$$

$$\boxed{a = 2,21 \times 10^{-4} m}$$

Ηλεκτρικό πεδίο ροή νόμος Gauss

Φ =

Question 1

Ένα φορτίο $+5\mu C$ τοποθετείται μέσα σε κύβο πλευράς 30cm. Ποια είναι η ροή μέσα από την επιφάνεια αυτή;

α) $9{,}0\times10^{6}\ \frac{N\cdot m^2}{C}$ β) $8{,}1\times10^{4}\ \frac{N\cdot m^2}{C}$, γ) $4{,}5\times10^{4}\ \frac{N\cdot m^2}{C}$

δ) $5{,}6\times10^{5}\ \frac{N\cdot m^2}{C}$

Λύση

$$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0} = \frac{5\times10^{-6}}{8{,}854\times10^{-12}} = 5{,}65\times10^{5}$$

• Τρία φορτία $q_1 = 1\mu C$, $q_2 = -2\mu C$, $q_3 = 3\mu C$ βρίσκονται στις κορυφές ενός ισόπλευρου τριγώνου πλευράς 1m. Το φορτίο q_3

A) ~~Απωθ.~~ από q_1 ~~απωθ.~~ έλκ. από q_2 ✓

B) Έλκ από q_1 απωθ από q_2

Γ) Έλκ. και από τα δύο

Δ) Απωθ. και από τα δύο

• ~~Δύο~~

Μια επίπεδη επιφάνεια $20m^2$ είναι φορτισμένη με $\sigma = -5\mu C/m^2$. Ποιο είναι το μέγεθος του E 10cm από την επιφάνεια

α) $1{,}1\times10^{5}$, β) $1{,}1\times10^{4}$, γ) $2{,}8\times10^{5}$, δ) $2{,}8\times10^{4}$

Λύση

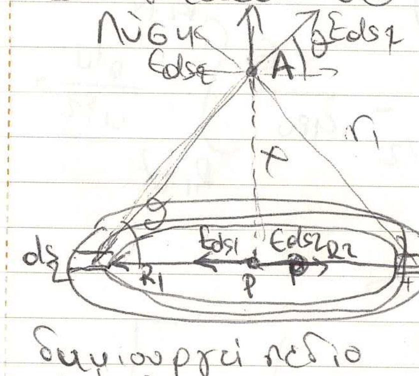
$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{5\times10^{-6}}{2\cdot 8{,}854\times10^{-12}} = 2{,}8\times10^{5}$$

• ~~Ένα~~ Επίπεδο και λεπτό δακτυλίδι με εσωτερική ακτίνα R_1 και εξωτερική R_2; είναι ομοιόμορφα φορτισμένο με επιφ. πυκν. $\sigma > 0$

α) Ποιο είναι το E στο κέντρο P του δακτυλίου

β) Ποιο είναι το πεδίο στο σημείο A πάνω στον άξονα x πάνω από το κέντρο του δακτ. Η ευθεία AP είναι κάθετη στο επίπεδο του δακτυλίου

Λύση



α) Το στοιχειώδες ds_1 έχει φορτίο $q = \sigma\cdot ds$ έστω ότι είναι θετικά φορτ. το E_{ds1} έχει φορά $\rightarrow$ $(-y)$ ενώ το ds_2 που είναι αντιδιαμετρικό δημιουργεί πεδίο E_{ds2} με φορά $+y$ άρα $E_P = 0$

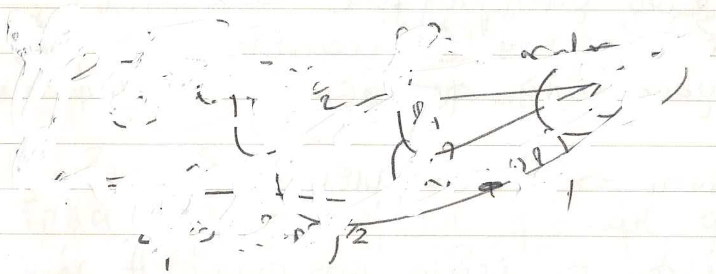
β) το πεδίο ~~ειν~~ στο A λόγω συμμετρίας βρίσκεται στον άξονα x

$dq = \sigma\, 2\pi r\, dr$

$dE_x = dE\cos\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{\sigma 2\pi r dr}{r_1^2} \frac{x}{r_1} \Rightarrow$

$r_1^2 = x^2 + \cancel{R_1}^2$

$dE_x = \frac{x \sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{r dr}{(x^2+\cancel{R}^2)^{\frac{3}{2}}}$



$dE_x = \frac{x \cdot \sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{r dr}{(x^2+r^2)^{3/2}}$

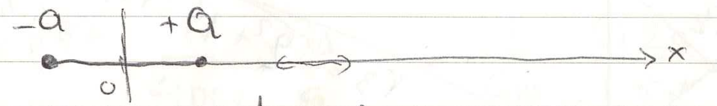
$E_x = \frac{x\sigma}{2\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_1} \frac{r dr}{(x^2+r^2)^{3/2}} = \frac{x\sigma}{4\varepsilon_0}\int_{R_1^2+x^2}^{R_2^2+x^2} \frac{du}{u^{3/2}} \Rightarrow$

$E_x = \frac{x\sigma}{4\varepsilon_0} \left.\frac{u^{-\frac{1}{2}}}{(-\frac{1}{2})}\right]_{R_1^2+x^2}^{R_2^2+x^2} \Rightarrow$

$E_x = -\frac{x\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{R_2^2+x^2}} - \frac{1}{\sqrt{R_1^2+x^2}}\right]$

• Ένα φορτίο $-q$ είναι στο $x = -\frac{\ell}{2}$ και ένα $+q$ στο $x = \frac{\ell}{2}$ έτσι η μεταξύ τους απόσταση είναι ℓ το συνολικό E στον άξονα x είναι $\vec{E}(x) = E(x)\cdot\hat{d}$

α) Ποια είναι η διεύθυνση $\hat{d}$ του E_{tot} σε οποιοδήποτε σημείο του άξονα x από $x > \ell/2$.



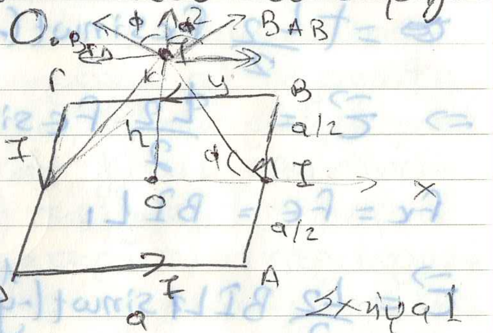
Απάντηση $\hat{d} = +\hat{x}$

$E_x = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{(x-\frac{\ell}{2})^2} - \frac{1}{(x+\frac{\ell}{2})^2}\right]$

$E_x = \frac{p}{2\pi\varepsilon_0 \cancel{x}^3}$

Θέμα Γιωργούτσος 83 (σελ. 200)
21 Ιουνίου 2010

• Ένα πλεκτρικό κύκλωμα έχει σχήμα τετραγώνου πλευράς a και διαρρέεται από ρεύμα έντασης I. Ζητείται το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ σε τυχαίο σημείο του άξονα Oz που είναι κάθετος στο επίπεδο του τετραγώνου στο κέντρο του O.



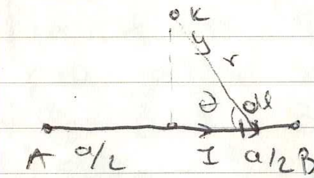
Λύση

Έστω k το τυχαίο σημείο όπου $ok=h$. Υπολογίζουμε το πεδίο από κάθε ευθύγραμμο τμήμα AB, $B\Gamma$, $\Gamma\Delta$, ΔA που δημιουργείται στο k.

Σχήμα 1

Το k και του ευθύγραμμο τμήμα AB ορίζουν ένα επίπεδο. Στο k λόγω του ρεύματος δημιουργείται πεδίο B_{AB} που είναι κάθετο στο επίπεδο αυτό (Σχήμα 2)

$y=\sqrt{\frac{a^2}{4}+h^2}$ $dl=dx$



το B λόγο του AB είναι

$r^2=y^2+x^2$

$\sin\theta=\frac{y}{r}=\frac{y}{\sqrt{y^2+x^2}}$

$$dB_{AB}=\frac{\mu_0 I \cdot dl.\sin\theta}{4\pi r^2}$$

$$dB_{AB}=\frac{\mu_0 I \cdot dx \cdot y}{4\pi (y^2+x^2)^{3/2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B_{AB}=\frac{\mu_0 I y}{4\pi}\int_{-a/2}^{a/2}\frac{dx}{(y^2+x^2)^{3/2}} \Rightarrow$$

$$B_{AB}=\frac{\mu_0 I . y}{4\pi}\cdot\left[\frac{x}{y^2.(x^2+y^2)^{\frac{1}{2}}}\right]_{-a/2}^{a/2} \Rightarrow$$

$$B_{AB}=\frac{\mu_0 I \; a}{4\pi\, y\left(\frac{a^2}{4}+y^2\right)^{1/2}} \qquad B_{\Gamma\Delta}=\frac{\mu_0 I . a}{4\pi y\left(\frac{a^2}{4}+y^2\right)^{1/2}}$$

Στο k λόγω του $\Gamma\Delta$ έχουμε πεδίο $B_{\Gamma\Delta}$ όπου οι οριζόντιες συνιστώσες αναιρούνται έτσι έχουμε μόνο την κατακόρυφη συνιστώσα που είναι.

$$B_{Z1}=B_{AB}\cos\phi+B_{\Gamma\Delta}\cos\phi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B_{Z1}=2B_{AB}\cos\phi$$

Ομοίως και για τα τμήματα $B\Gamma$, ΔA

$$B_{Z2}=2B_{\Gamma\Delta}\cos\phi \quad \text{άρα}$$

$$B_{Z}=4B_{AB}\cos\phi \qquad \cos\phi=\frac{a/2}{y} \Rightarrow$$

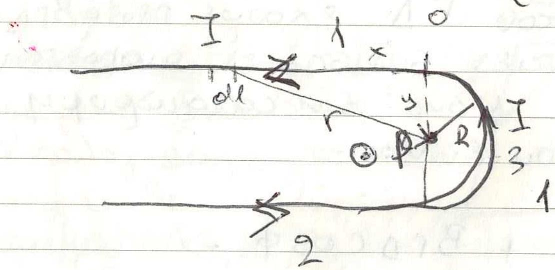
$$\cos\phi=\frac{a/2}{\sqrt{\frac{a^2}{4}+h^2}} \quad \text{έχουμε.}$$

$$B_Z=4\cdot\frac{\mu_0 I \cdot a \qquad a/2}{4\pi\left(\frac{a^2}{4}+h^2\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\left(\frac{a^2}{4}+\frac{a^2}{4}+h^2\right)^{1/2}\left(\frac{a^2}{4}+h^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$B_Z=\frac{\mu_0 I \cdot a^2}{2\pi\left(\frac{a^2}{4}+h^2\right)\left(\frac{a^2}{2}+h^2\right)^{1/2}}$$

Θέμα 1ο Β' Εξατ. Ιανουαρίου 2011

* Δίνεται ρευματοφόρος αγωγός του σχήματος που αποτελείται από δυο ημιάπειρα τμήματα και ημικύκλιο κέντρου Ο και ακτίνας R. Διαρρέεται δε από συνεχές ρεύμα I. Να υπολογισθεί η μαγνητική επαγωγή του πεδίου στο κέντρο R του ημικυκλίου.



Λύση το πεδίο λόγω του τμήματος 1 είναι

$$dB_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dl \cdot \sin\theta \ldots$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I y}{4\pi}\left[\frac{x}{y^2(x^2+y^2)^{1/2}}\right]_0^{+\infty} \Rightarrow$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \qquad B_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \text{ γιατί } R = y$$

Λόγω του τμήματος 3 έχουμε.

$$dB_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} dl \cdot \sin\theta \qquad \sin\theta = 1 \quad \theta = 90^\circ \qquad r = R$$

$$dB_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\int_0^{\pi} dl \Rightarrow B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\pi R$$

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{4R}$$

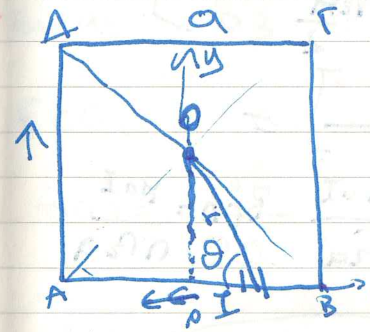
$$B_{ol} = \frac{\mu_0 I}{4R}\left(\frac{2}{\pi}+1\right) \text{ προς τα έξω}$$

Σεπτέμβριος 2010

Θέμα 1ο

Ένα ηλεκτρικό κύκλωμα έχει σχήμα τετραγώνου πλευράς α και διαρρέεται από ρεύμα I. Να υπολογιστεί το B στο κέντρο του τετραγ.

Λύση



Το πεδίο στο O είναι ίσο με το άθροισμα των πεδίων από τους αγωγούς AB, BΓ, ΓΔ, ΔA, έτσι έχουμε. Από το νόμο του Bio-Savart. για το AB

$$dB_{AB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl\,\sin\theta}{r^2} \qquad dl = dx \qquad r = \sqrt{x^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}$$

$$\sin\theta = \frac{a/2}{\sqrt{x^2+(a/2)^2}}$$

$$dB_{AB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{dx \cdot a/2}{\left[x^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2\right]^{3/2}} \Rightarrow$$

$$B_{AB} = \frac{\mu_0 I (a/2)}{4\pi}\cdot\int\frac{dx}{\left[x^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2\right]^{3/2}} \Rightarrow$$

$$B_{AB} = \frac{\mu_0 I\, a/2}{4\pi}\cdot\left[\frac{x}{(a/2)^2\cdot\left[x^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}\right]_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} =$$

$$\frac{\mu_0 I \frac{a}{2}}{4\pi}\cdot\left[\frac{a/2}{(a/2)^2\left[\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2\right]^{1/2}} + \frac{a/2}{\left(\frac{a}{2}\right)^2\left[\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}\right] \Rightarrow$$

$$B_{AB}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{a}{2}\cdot\left[\frac{a}{\left(\frac{a}{2}\right)^2\cdot\left[\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}\right]$$

$$B_{AB}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{a}{2}\cdot\left[\frac{\cancel{a}}{\frac{a^2}{4}\cdot\frac{\sqrt{2}\,a}{2}}\right]$$

$$B_{AB}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{\cancel{a}}{\cancel{2}}\cdot\left[\frac{8}{\sqrt{2}\,a^{\cancel{2}}}\right]=$$

$$B_{AB}=\frac{\mu_0 I}{\pi\sqrt{2}\,a}\qquad B_{B\Gamma}=\frac{\mu_0 I}{\pi\sqrt{2}\,a}\qquad B_{\Gamma\Delta}=\frac{\mu_0 I}{\pi\sqrt{2}\,a}$$

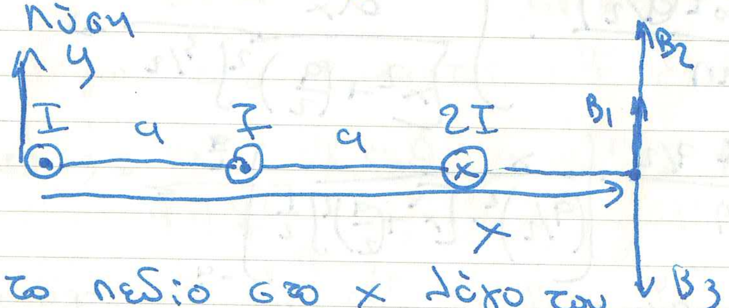
$$B_{\Delta A}=\frac{\mu_0 I}{\pi\sqrt{2}\,a}$$

$$\boxed{B_{o\lambda}=4\,\frac{\mu_0 I}{\pi\sqrt{2}\,a}=\frac{2\cdot\sqrt{2}\,\mu_0 I}{\pi\cdot a}}$$ με φορά προς τα μέσα

Θέμα 2ο

Δίνονται τρεις ευθύγραμμοι απείρου μήκους ρευματοφόροι αγωγοί του σχήματος. Να προσδιοριστεί η θέση x, όπου το ολικό πεδίο είναι μηδέν

Λύση



Το πεδίο στο x λόγω του αγωγού νούμερο 1 είναι

$$\vec{B}_1=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}\,\hat{y}$$

λόγω του νούμερο 2 είναι

$$\vec{B}_2=\frac{\mu_0 I}{2\pi(x-a)}\,\hat{y}$$ και λόγω του 3

είναι $$\vec{B}_3=\frac{\mu_0 2I}{2\pi(x-2a)}(-\hat{y})$$

Έτσι

$$B_{o\lambda}=\frac{\mu_0 I}{2\pi}\left[\frac{1}{x}+\frac{1}{x-a}-\frac{2}{x-2a}\right]\hat{y}$$

Για να είναι μηδέν θα πρέπει.

$B_{o\lambda}=0$ δηλαδή

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{x-a}-\frac{2}{x-2a}=0\Rightarrow$$

$$\frac{(x-a)(x-2a)+x(x-2a)-2x(x-a)}{x(x-a)(x-2a)}=$$

$$(x-a)(x-2a)+x(x-2a)-2x(x-a)=0$$

$$\cancel{x^2}-2xa-\cancel{xa}+2a^2+\cancel{x^2}-\cancel{2xa}-\cancel{2x^2}+\cancel{2xa}=0$$

$$0-3x\cancel{a}+2a^{\cancel{2}}=0$$

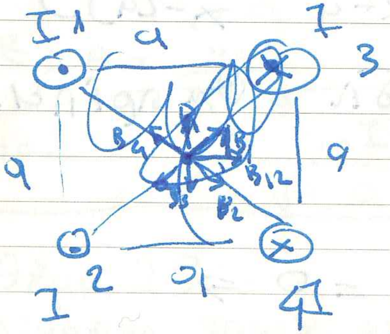
$$2a=3x\Rightarrow$$

$$\boxed{x=\frac{2a}{3}}$$

Θέμα 3ο

Τέσσερα σύρματα απείρου μήκους που απέχουν ανά δύο απόσταση $a = 20cm$ σχηματίζουν σε κάτοψη ένα νοητό τετράγωνο διαρρέονται από ίσα ρεύματα $I = 20A$ με φορείς όπως στο σχήμα. Να υπολογιστεί η μαγνητική επαγωγή B στο σημείο P που αντιπροσωπεύει το κέντρο του νοητού τετραγώνου.

Λύση



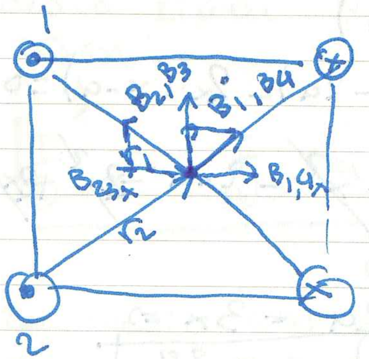
$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1} = \frac{\mu_0 I}{2\pi \frac{\sqrt{2}}{2} a}$

$r_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} a$

$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi \frac{\sqrt{2}}{2} a}$

$B_{12} = B_1 \cos 45°$

$~~B_{12} = \frac{2\mu_0 I}{\pi \sqrt{2} a}~~ \cos 45$



$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi \frac{\sqrt{2}}{2} a}$

$B_1 = \frac{\mu_0 I}{\pi \sqrt{2} a}$

$B_{1y} = B_1 \cos 45$

$4 \quad B_{o\lambda} = 4 B_1 \cos 45$

$B_{o\lambda} = \frac{4\mu_0 I}{\pi \sqrt{2} a} \cos 45$

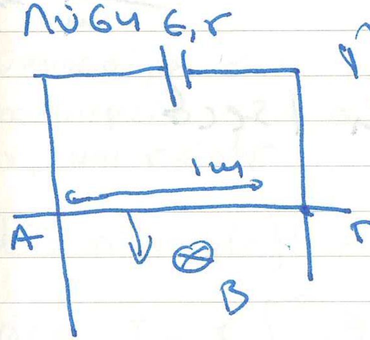
$B_{o\lambda} = \frac{4 \cdot 4\pi \times 10^{-7} \cdot \cancel{20}}{\pi \sqrt{2} \cdot \cancel{20} \times 10^{-2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 8 \times 10^{-5} T$

με φορά προς το +y

Θέμα 4ο

Ο αγωγός ΑΓ, μάζας 0,4kg έχει μήκος 1,6m και αντίσταση 3,2Ω αφήνεται να κινηθεί μέσα σε ομογενές οριζόντιο μαγνητικό πεδίο, έντασης $B = 0,2T$, σε επαφή με δύο κατακόρυφους αγωγούς, χωρίς αντίσταση, στο πάνω άκρο των οποίων συνδέεται γεννήτρια Ε=30V και εσωτερικής αντίστασης 0,01Ω. Να βρεθούν, για την στιγμή που ο αγωγός ΑΓ αφήνεται να κινηθεί: i) Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει την γεννήτρια και η τάση στα άκρα της. ii) Η δύναμη που δέχεται ο ΑΓ από το πεδίο. iii) Η επιτάχυνση του ΑΓ (Δίνεται $g = 10m/s^2$)

Λύση



i) Η αντίσταση του ΑΓ στο 1m είναι

1,6 — 3,2

1 — R

$R = \frac{3,2}{1,6} = 2Ω$

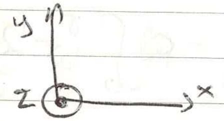
Την στιγμή που αρχίζει να κινείται στο κύκλωμα υπάρχει ρεύμα I_0 ίσο με $I_0 = \frac{E}{r+R} = \frac{30}{1+2} = 10A.$

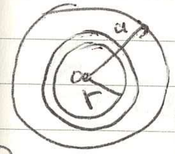
Ιούνιος 2

Θέμα 1ο

Ένας κυλινδρικός αγωγός έχει ακτίνα a άπειρο αξονικό μήκος κατά z και $\vec{J} = Cr\hat{z}$. Να βρεθεί το B παντού στο χώρο

Λύση





Θεωρούμε στοιχειώδη επιφάνεια εμβαδού dS σε απόσταση r από το O, το στοιχειώδες ρεύμα από την επιφάνεια είναι

$$dI = J\,dS \Rightarrow dI = Cr\,dS$$

και με ολοκλήρωση στη διατομή S_δ βρίσκουμε το ολικό:

$$I = \int_{S_\delta} Cr\,dS \Rightarrow I = C\int_{S_\delta} r\,dS$$

Θεωρούμε την επιφάνεια που περιέχει όλα τα σημεία τα οποία βρίσκονται μεταξύ r, και $r+dr$

$$dS = \pi(r+dr)^2 - \pi r^2 = 2\pi r\,dr$$

άρα $I = C\int_0^a r\,2\pi r\,dr = 2\pi C\int_0^a r^2\,dr \Rightarrow$

$$\Rightarrow I = \frac{2\pi C a^3}{3}$$

για $r > a$ από τον Ampere έχουμε

$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I \Rightarrow B 2\pi r = \mu_0 \frac{2\pi C a^3}{3} \Rightarrow$$

$$B = \frac{\mu_0 C a^3}{3r}$$

για $r < a$ το ρεύμα είναι

$$I' = \int_0^r C r\, ds = C\int_0^r r 2\pi r\, dr = \frac{2\pi C r^3}{3}$$

και $\oint \vec{B}' \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I' \Rightarrow$

$$B' = \mu_0 \frac{2\pi C r^3}{2\pi r^3} = \frac{\mu_0 C r^2}{3}$$

Θέμα 3ο Ιούνιος 2010

a) B σε θέση x

$$B(x) = -\frac{\mu_0 I \hat{z}}{2\pi x}$$

$$d\mathcal{E} = \vec{u}\times\vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \vec{u}\times\vec{B}\cdot\hat{x}\,dx = uB\,dx$$

$$d\mathcal{E} = -\frac{u\mu_0 I}{2\pi}\frac{dx}{x}$$

$$\mathcal{E} = \int_a^b d\mathcal{E} = -u\frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln\left(1+\frac{L}{d}\right)$$

b) $+a$ $-b$

c) Πλαίσιο

$$\phi_B = \int B\cdot da \qquad da = dx\cdot w$$

επιφάνεια

ωρ ουσ dx πλαισίου

προς τα αριστερά. Για να βρούμε το μέτρο της ταχύτητας έχουμε από το νόμο του Newton

$$F = m\frac{du}{dt} \Rightarrow IdB = m\frac{du}{dt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B I \cdot d = m\frac{du}{dt} \Rightarrow \frac{B \cdot I \cdot d}{m} dt = du$$

$$\Rightarrow \int_0^u du = \frac{B \cdot I \cdot d}{m}\int_0^t dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{u = \frac{B I d}{m} \cdot t}$$ με φορά προς αριστερά

— — — — — — — — —

Η ταχύτητα αυτή της ράβδου οδηγεί στη δημιουργία $E_{ΗΕΔ}$ ηλεκτρεγερτικής δύναμης με το + στο πάνω μέρος και το − στο κάτω μέρος της ράβδου.
~~Με την ...~~ $E_{ΗΕΔ} = \int \vec{u} \times \vec{B} \cdot d\vec{l} \Rightarrow$

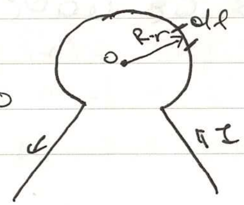
$$E_{ΗΕΔ} = u \cdot B \cdot d \Rightarrow E_{ΗΕΔ} = \frac{B^2 d^2 I t}{m}$$

αυξάνει με τον χρόνο

Θέμα 3ο Εξετ. Β' Ιανουαρίου 2011

Ο αγωγός του σχήματος διαρρέεται από ρεύμα $I = 40A$. Βρείτε το πεδίο στο O, όπου $R = 2cm$.

Λύση



Τα ευθύγραμμα τμήματα δεν συνεισφέρουν στο πεδίο στο O γιατί το σημείο

αυτό βρίσκεται πάνω στον άξονα των αγωγών έτσι τα πεδία λόγω των αγωγών είναι 0.
Για τον κυκλικό βρόγχο έχουμε από το νόμο των Biot-Savart.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} d\vec{l} \times \hat{r} \Rightarrow dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dl \cdot \sin 90^\circ$$

γιατί $d\vec{l}$ και $\vec{r}$ κάθετα άρα

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dl \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \cdot \int_0^{\frac{3\pi}{2}} dl \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\cancel{\pi} R^2} \cdot \frac{3}{2} \cancel{\pi} \cancel{R} \Rightarrow$$

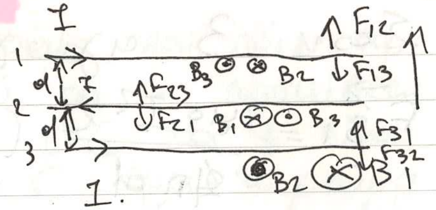
$$\Rightarrow B = \frac{3\mu_0 I}{8 R} \Rightarrow B = \frac{3}{8} \frac{4\pi \times 10^{-7} \cdot 40}{0{,}0\cdot 2} \Rightarrow$$

$$B = 9{,}4 \times 10^{-4} T \Rightarrow B = 0{,}94 mT$$

Θέμα 4ο Β' εξατ. Ιανουαρίου 2014

Τρία παράλληλα σύρματα διαρρέονται από ρεύμα I το καθένα, όπως δείχνει το σχήμα. Αν η απόσταση ανάμεσα σε γειτονικά σύρματα είναι d, υπολογίστε το μέτρο και την κατεύθυνση της ολικής μαγνητικής δύναμης ανά μονάδα μήκους σε κάθε σύρμα

Λύση



Στο αγωγό 1 έχουμε δύναμη λόγω του 2.

$$F_{12} = B_2 \cdot I \cdot l$$

όπου $B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$ άρα $\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d} \hat{k}$

με φορά προς τα πάνω

Ιανουάριος 2011

Θέμα 1ο

Από τον αγωγό 3 ο αγωγός 1 δέχεται δύναμη

$F_{13} = B_3 I l$ όπου $B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}$.

άρα $\vec{F}_{13} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi d} \cdot l (-\hat{k})$ με φορά προς τα κάτω άρα η συνολική δύναμη $F_{o\lambda}$ είναι

$$\vec{F}_{o\lambda} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} \Rightarrow \vec{F}_{o\lambda} = \frac{\mu_0 I^2 \cdot l}{2\pi d} (\hat{k}) + \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi d} (-\hat{k}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{o\lambda} = \frac{\mu_0 I^2 \cdot l}{2\pi d} \left(1 - \frac{1}{2}\right)(\hat{k}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{o\lambda} = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi d} \hat{k}$$ με φορά προς τα πάνω

Στον αγωγό 2 έχουμε.

$$\left.\begin{aligned} \vec{F}_{21} &= \frac{\mu_0 I^2 \cdot l}{2\pi d} (-\hat{k}) \\ \vec{F}_{23} &= \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d} (\hat{k}) \end{aligned}\right\} F_{o\lambda} = 0$$

αυτό βρίσκεται πάνω στον άξονα των αγωγών έτσι τα πεδία λόγω των αγωγών είναι 0.
Για τον κυκλικό βρόχο έχουμε από το νόμο των Biot-Savart.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} d\vec{l} \times \hat{r} \Rightarrow dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dl \cdot \sin 90^\circ$$

γιατί $d\vec{l}$ και $\vec{r}$ κάθετα άρα

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} dl \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \cdot \int_0^{\frac{3\pi}{2}} dl \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{4\cancel{\pi} R^{\cancel{2}}} \cdot \frac{3}{2} \cancel{\pi} \cancel{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = \frac{3\mu_0 I}{8R} \Rightarrow B = \frac{3}{8} \frac{4\pi \times 10^{-7} \cdot 40}{0{,}02} \Rightarrow$$

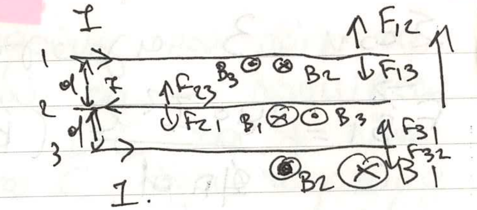
$$B = 9{,}4 \times 10^{-4} T \Rightarrow B = 0{,}94 mT$$

Θέμα 4ο Β' εξατ. Ιανουαρίου 204

Τρία παράλληλα σύρματα διαρρέονται από ρεύμα I το καθένα, όπως δείχνει το σχήμα. Αν η απόσταση ανάμεσα σε γειτονικά σύρματα είναι d, υπολογίστε το μέτρο και την κατεύθυνση της ολικής μαγνητικής δύναμης ανά μονάδα μήκους σε κάθε σύρμα

Λύση

K



Στο αγωγό 1 έχουμε: δύναμη λόγω του 2

$$F_{12} = B_2 \cdot I \cdot l$$

όπου $B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$ άρα $\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d} \hat{k}$

με φορά προς τα πάνω

Από τον αγωγό 3 ο αγωγός 1 δέχεται δύναμη

$F_{13} = B_3 I l$ όπου $B_3 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d}$.

άρα $\vec{F}_{13} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi d} \cdot l (-\hat{k})$ με φορά προς τα κάτω άρα η συνολική δύναμη είναι

$$\vec{F}_{ολ} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} \Rightarrow \vec{F}_{ολ} = \frac{\mu_0 I^2 \cdot l}{2\pi d}(\hat{k}) + \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi d}(-\hat{k}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{ολ} = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}\left(1 - \frac{1}{2}\right)(\hat{k}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{ολ} = \frac{\mu_0 I^2 l}{4\pi d} \hat{k}$$ με φορά προς τα πάνω

Στον αγωγό 2 έχουμε:

$$\left.\begin{aligned} \vec{F}_{21} &= \frac{\mu_0 I^2 \cdot l}{2\pi d}(-\hat{k}) \\ \vec{F}_{23} &= \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi d}(\hat{k}) \end{aligned}\right\} F_{ολ} = 0$$

Στον 3 αγωγό

$$\vec{F}_{31} = \frac{\mu_0 I^2 \ell}{4\pi d}(\hat{k})$$

$$\vec{F}_{32} = \frac{\mu_0 I^2 \ell}{2\pi d}(-\hat{k})$$

$$\vec{F}_{o\lambda} = \frac{\mu_0 I^2 \ell}{4\pi d}(-\hat{k})$$

Ιούνιος 2011

Θέμα 1ο

Θέμα 1ο (2,5 μονάδες)

Το πλαίσιο του σχήματος με αμελητέα ωμική αντίσταση και διαστάσεις d, και l συνδέεται με λαμπτήρα L αντίστασης R. Το πλαίσιο εισέρχεται σε μαγνητικό πεδίο έντασης $\vec{B}$ και κινείται μέσα σε αυτό με σταθερή ταχύτητα $\vec{u}$ με την βοήθεια της δύναμης $\vec{F}$, όπως φαίνεται στο σχήμα. **1.** Γιατί ανάβει ο λαμπτήρας για όσο χρόνο διαρκεί η είσοδος του πλαισίου στο μαγνητικό πεδίο; **2.** Να βρεθεί η φορά του ρεύματος I που διαρρέει το πλαίσιο. Δικαιολογήστε την απάντησή σας. **3.** Να υπολογιστεί η ένταση του ρεύματος I αυτού. Πόση είναι η δύναμη που ασκείται στο πλαίσιο $\vec{F}$; **4.** Όταν το πλαίσιο βρίσκεται ολόκληρο μέσα στο πεδίο, τι θα παρατηρηθεί στην φωτοβολία του λαμπτήρα και γιατί; **5.** Πόση δύναμη χρειάζεται τώρα, ώστε το πλαίσιο να συνεχίσει να κινείται μέσα στο μαγνητικό πεδίο με σταθερή ταχύτητα; Δικαιολογήστε την απάντησή σας. Δίνονται: $B = 1T$, $V = 3$ m/s, $l = 2$ m, $d = 1$ m, $R = 120\ \Omega$.

Λύση

1) Κατά τη διάρκεια της εισόδου στο μαγνητικό πεδίο η μαγνητική ροή Φ αυξάνει από 0 σε Φ_{max} όταν το πλαίσιο μπει ολόκληρο στο πεδίο, για όλο το διάστημα αυτό στο πλαίσιο δημιουργείται ΕΗΕΔ με αποτέλεσμα το πλαίσιο να διαρρέεται από ρεύμα I και έτσι τελικά να ανάβει ο λαμπτήρας)

2) Η φορά του ρεύματος I είναι από $D \to A \to B \to C \to D$ γιατί αν χρησιμοποιήσουμε τον κανόνα των τριών