Ρεύμα - Αντίσταση

Άσκηση 1

A → $l_1 = 100m$ κυκλ. $R_A = 1{,}35\Omega$ $d_A = 0{,}04mm$

B → $l_2 = 50m$ τετρ. $R_B = 2{,}5\Omega$

$\rho_B = 1{,}7\rho_A$ Α) πλευρά a του B

Λύση

$$\left.\begin{aligned} R_A &= \rho_A \cdot \frac{l_1}{\pi\left(\frac{d_A}{2}\right)^2} \\ R_B &= \rho_B \cdot \frac{l_2}{a^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A \cdot \frac{l_1}{\pi\left(\frac{d_A}{2}\right)^2}}{\rho_B \cdot \frac{l_2}{a^2}} \Rightarrow$$

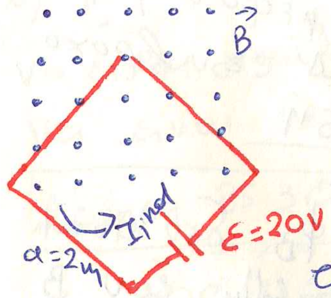
$$\Rightarrow \frac{1{,}35}{2{,}5} = \frac{\cancel{\rho_A} \cdot \frac{100m}{1{,}808 \times 10^{-7} m^2}}{1{,}7\cancel{\rho_A} \cdot \frac{50m}{a^2}} \Rightarrow$$

$$0{,}54 = \frac{\overset{2}{\cancel{100m}} \cdot a^2}{\cancel{50m} \cdot 1{,}808 \times 10^{-7} m^2} \Rightarrow$$

$$\boxed{a = 2{,}21 \times 10^{-4} m}$$

Επαγωγή, Νόμος Faraday, Αυτεπαγωγή

Άσκηση 11.30 σελ 328 Halliday



$B = 0{,}042 - 0{,}87t$

$a = 2m$ α) $\mathcal{E}_{ΗΕΔ}$ ολική, β) Ιολ

Λύση

Στον γισό βρόχο επάγεται ΗΕΔ λόγω της μεταβολής του B με τον χρόνο άρα

$$\mathcal{E}_{ΗΕΔ} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{A\,dB}{dt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_{ΗΕΔ} = -\frac{a^2}{2} \cdot \frac{d}{dt}(0{,}042 - 0{,}87t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}_{ΗΕΔ} = -\frac{4m^2}{2} \cdot [-0{,}87] \Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{ΗΕΔ} = 1{,}74V}^{*}$$

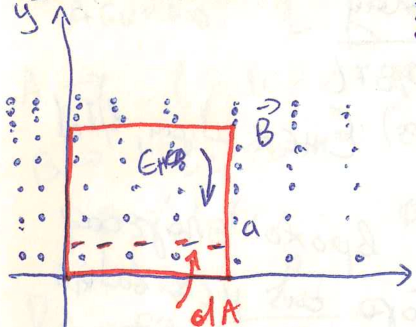
β) Η ροή Φ_B είναι προς τα έξω και μειώνεται άρα το επαγόμενο ρεύμα θα πρέπει να αντιτίθεται στην μείωση της Φ_B (νόμος Lenz) και άρα το επαγόμενο Bind θα πρέπει να είναι προς τα έξω με αποτέλεσμα το Iind να είναι αριστερόστροφο.

* με την παραπάνω αιτιολόγηση η

$\mathcal{E}_{ΗΕΔολ} = \mathcal{E} + \mathcal{E}_{ΗΕΔ} \Rightarrow \mathcal{E}_{ΗΕΔολ} = 20V + 1{,}74V \Rightarrow$

$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{E}_{ΗΕΔολ} = 21{,}74V}$$

Άσκηση 25.30 Halliday σελ. 329



$B = 4t^2 y$ για $t = 2{,}5\,sec$

$a = 2\,cm$ α) μέτρο και β) κατεύθ. της ΗΕΔ στον βρόχο

Λύση

Στην περίπτωση αυτή η ροή Φ_B δεν είναι σταθερή στον βρόχο λόγω μεταβολής του B έτσι υπολογίζουμε πρώτα την ροή Φ_B έχουμε

$$\Phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{A}$$ όπου dA στοιχειώδες εμβαδόν ίσο με $dA = a\cdot dy$ άρα

$$\Phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{A} \Rightarrow \Phi_B = \int B\cdot a\,dy \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Phi_B = \int_0^a 4t^2 y\, a\, dy \Rightarrow \Phi_B = 4t^2 \cdot a \cdot \frac{y^2}{2}\Big|_0^a \Rightarrow$$

$$\Phi_B = \cancel{4}^{2} t^2 \cdot a \cdot \frac{a^2}{\cancel{2}} \Rightarrow \Phi_B = 2t^2 a^3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Phi_B = 2t^2 \cdot 8\times10^{-6}\,Wb \Rightarrow \Phi_B = 16\times10^{-6}\,t^2\,W$$

άρα

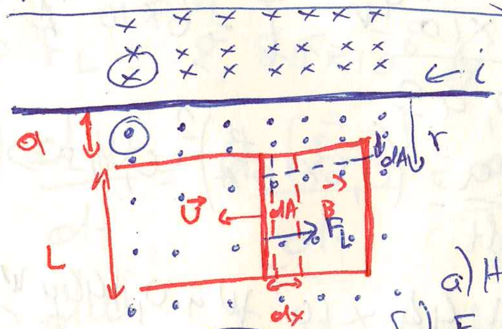
$$\mathcal{E}_{ΗΕΔ} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \Rightarrow \mathcal{E}_{ΗΕΔ} = -16\times10^{-6}\cdot 2\cdot t\ V$$

α) Για $t = 2{,}5\,s$ έχουμε

$$\mathcal{E}_{ΗΕΔ} = -16\times10^{-6}\cdot 2\cdot 2{,}5 \Rightarrow \mathcal{E}_{ΗΕΔ} = -8\times10^{-5}\,V$$

β) Η ροή αυξάνει άρα θα πρέπει η ΗΕΔ να είναι αντίθετη στην αύξηση άρα θα πρέπει να είναι δεξιόστροφη.

Άσκηση 35.30 Halliday σελ. 330



$L = 10\,cm$, $a = 10\,mm$

$V = 5\,m/s$

$i = 100\,A$

$R = 0{,}40$

α) ΗΕΔ, β) Iind, γ) $\frac{da}{dt}$,

δ) Εx για σταθερή V, ε) $\frac{dw}{dt}$ (Fex)

Λύση

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ η ροή Φ_B μεταβάλλεται γιατί το B είναι αντιστρόφως ανάλογο το r άρα η ροή Φ_B διαμέσου του βρόχου είναι μεταβλητή αρχικά λόγο του B και επίσης λόγο κίνησης της ράβδου (μεταβολή της επιφάνειας A)

~~Υ~~πολογίζουμε την ροή Φ_B

$$\Phi_B = \int \vec{B}\,d\vec{A} \Rightarrow \Phi_B = \int B\,dA$$ όπου $dA = dr\cdot v\cdot t$

$$\Phi_B = \int_a^{a+L} \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\cdot v\cdot t\,dr \Rightarrow \Phi_B = \frac{\mu_0 I v t}{2\pi}\cdot \ln r\Big|_a^{a+L} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Phi_B = \frac{\mu_0 I v t}{2\pi}\cdot \ln\left[1 + \frac{L}{a}\right]$$

α) Η $\mathcal{E}_{ΗΕΔ} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \Rightarrow \mathcal{E}_{ΗΕΔ} = -\frac{\mu_0 I v}{2\pi} \cdot \ln\left[1+\frac{L}{a}\right] \Rightarrow$

$\Rightarrow \mathcal{E}_{ΗΕΔ} = -\frac{{}^{2}\cancel{4\pi}\times10^{-7}\cdot 100\cdot 5}{\cancel{2\pi}} \cdot \ln\left[1+\frac{10\times10^{-2}}{10\times10^{-3}}\right] \Rightarrow$

$\Rightarrow \mathcal{E}_{ΗΕΔ} = -2{,}4\times10^{-4}V$

β) $I_{ind} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{2{,}4\times10^{-4}V}{0{,}4Ω} \Rightarrow I = 6\times10^{-4}A$

γ) $\frac{dQ}{dt} = I^2 \cdot R \Rightarrow \frac{dQ}{dt} = (0{,}6\times10^{-3}A)^2 \cdot 0{,}4Ω \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{dQ}{dt} = P = 1{,}44\times10^{-7} W$ ή $0{,}144\mu W$

δ) Για να είναι τον σταθερο θα πρέπει $\Sigma\vec{F}=0$ άρα η εξωτερική δύναμη F_{ex} θα πρέπει να είναι ίση και αντίθετη της F_L που αναπτύσσεται στη ράβδο λόγω του ρεύματος I_{ind} άρα

$\vec{F}_{ex} = -\vec{F}_L \Rightarrow F_{ex} = F_L$

για την F_L έχουμε:

$d\vec{F}_L = I_{ind} d\vec{\ell} \times \vec{B} \Rightarrow dF_L = I_{ind} dr \cdot \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \Rightarrow$

$\Rightarrow F_L = \frac{I_{ind}\,\mu_0 I}{2\pi} \int_a^{a+L} \frac{dr}{r} \Rightarrow F_L = \frac{\mu_0 I_{ind} \cdot I}{2\pi} \ln r \Big|_a^{a+L} \Rightarrow$

$\Rightarrow F_L = \frac{\mu_0 I_{ind}\cdot I}{2\pi} \cdot \ln\left[1+\frac{L}{a}\right]$

$F_L = \frac{4\pi\times10^{-7}\cdot 6\times10^{-4}\cdot 100}{2\pi} \cdot \ln 11 \Rightarrow$

$\Rightarrow F_L = 2{,}88\times10^{-8} N$

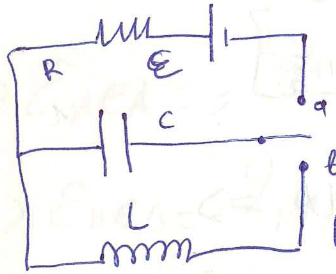
ε) $\frac{dW}{dt} = \frac{d(\vec{F}\times\vec{r})}{dt} = \frac{d(F\cdot r)}{dt} = F\cdot v \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{dW}{dt} = F\cdot v \Rightarrow \frac{dW}{dt} = 2{,}88\times10^{-8} N \cdot 5m/s \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{dW}{dt} = 1{,}44\times10^{-7} W$ ή $0{,}144\mu W$

Κυκλώματα RLC σε ac

11. 31 σελ. 372 Halliday



$R = 14\Omega$ $C = 6{,}2\mu F$, $L = 54mH$

$\mathcal{E} = 34{,}0V$

α) πλάτος, β) F

Λύση

Η ενέργεια από το ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή μεταφέρεται στο μαγνητικό πεδίο του πηνίου άρα:

$$U_{E\,max} = U_{M\,max} \Rightarrow \frac{Q_{max}^2}{2C} = \frac{L \cdot I_{max}^2}{2} \Rightarrow$$

$$I_{max} = \frac{Q_{max}}{\sqrt{L \cdot C}} \quad \text{όπου}$$

α) $\frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{54\times10^{-3} \cdot 6{,}2\times10^{-6}}} \Rightarrow \omega = 1728{,}25\,rad/s$

άρα $F = \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow F = 275{,}2\,Hz$

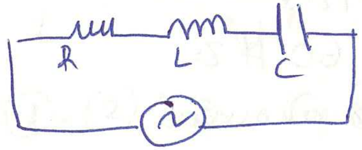
β) $Q_{max} = C \cdot \mathcal{E} \Rightarrow Q_{max} = 6{,}2\times10^{-6}F \cdot 34V \Rightarrow$

$Q_{max} = 2{,}108\times10^{-4}C$ άρα

$$I_{max} = \frac{Q_{max}}{\sqrt{L\omega}} = \frac{2{,}108\times10^{-4}C}{1728{,}25\,rad/s} \Rightarrow I_{max} = 0{,}364A$$

---

27. 31 σελ. 373 Halliday



$$\frac{\Delta U}{U} \simeq \frac{2\pi R}{\omega L}$$

Λύση

Έστω t ο χρόνος στον οποίο ο πυκνωτής C είναι φορτισμένος σε κάποιο κύκλο και Q_{max_1} το φορτίο. Η ενέργεια στον πυκνωτή τη δεδομένη χρονική τιμή είναι

$$U(t) = \frac{Q_{max_1}^2}{2C} = \frac{Q^2}{2C} \cdot e^{-Rt/L}$$

όπου $Q_{max_1} = Q \cdot e^{-\frac{Rt}{2L}}$ με Q το φορτίο για $t=0$

Σε χρόνο ίσο με $T+t$ έχουμε

$$Q_{max_2} = Q\,e^{-\frac{R(t+T)}{2L}}$$

και η ενέργεια $U(t+T) = \frac{Q^2}{2C} \cdot e^{-\frac{R(T+t)}{L}}$

με T η περίοδος ταλάντωσης.

Το κλάσμα της ενέργειας που χάνεται είναι

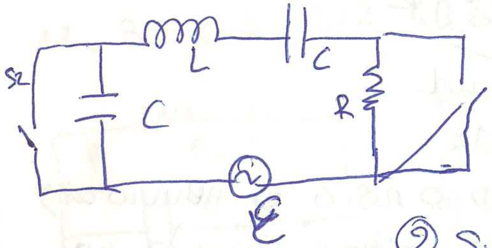
$$\frac{\Delta U}{U} = \frac{U(t+T) - U(t)}{U(t)} = \frac{\frac{Q^2}{2C} \cdot e^{-\frac{R}{L}\cdot(T+t)} - \frac{Q^2}{2C} \cdot e^{-R/L \cdot t}}{\frac{Q^2}{2C} \cdot e^{-\frac{R}{L}t}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta U}{U} = 1 - e^{-\frac{RT}{L}}$$

Θεωρούμε ότι $1 - e^{-\frac{RT}{L}} \approx 1 - \frac{RT}{L}$ άρα

$$\frac{\Delta U}{U} = 1 - 1 + \frac{RT}{L} \Rightarrow \frac{\Delta U}{U} = \frac{RT}{L} \Rightarrow \frac{\Delta U}{U} = \frac{2\pi R}{\omega \cdot L}$$

46.31 σελ 374 Halliday



$\mathcal{E} = 12\,V$

$F = 60\,Hz$

① S_1, S_2 ανοιχτοί $\phi_1 = -30{,}9°$

② S_1 κλειστός $\phi_2 = 15°$

③ S_1, S_2 κλειστοί $I_{max} = 477\,mA$

a) R, β) C, γ) L;

Λύση

① $\phi_1 = -30{,}9°$ $X_L = \omega L$ $X_{C_1} = -\frac{1}{\omega C_1}$

$\phi_1 = \tan^{-1}\frac{X_L - X_{C_1}}{R}$ $1/C_1 = 1/C + 1/C \Rightarrow C_1 = \frac{C}{2}$

$X_{C_1} = -\frac{2}{\omega C}$

$\tan\phi_1 = \frac{\omega L - \frac{2}{\omega C}}{R} \Rightarrow -0{,}6 = \frac{\omega \cdot L - \frac{2}{\omega C}}{R} \Rightarrow$

$-0{,}6 R = \omega L - \frac{2}{\omega C}$ ①

② $\phi_2 = 15° = \tan^{-1}\frac{X_L - X_{C2}}{R} \Rightarrow$

$\Rightarrow \tan 15° = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \Rightarrow 0{,}268 = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \Rightarrow$

$\Rightarrow 0{,}268 \cdot R = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ ②

③ $I_{max} = 447\,mA$ $\frac{L I_{max}^2}{2} = \frac{Q^2}{2C} \Rightarrow$

$\Rightarrow L I_{max}^2 = C \cdot V^2 \Rightarrow I_{max}^2 = \frac{C}{L} \cdot V^2$

$\frac{C}{L} = \frac{I_{max}^2}{V^2} \Rightarrow \frac{C}{L} = 1{,}387 \times 10^{-3}$ ③

① - ② $\Rightarrow -0{,}868 R = -\frac{1}{\omega C} \Rightarrow$

$\Rightarrow 0{,}868 \cdot R = \frac{1}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 60 \cdot C} \Rightarrow R = \frac{1}{327{,}06 \cdot C}$

③ $L = 720{,}7 \cdot C$

② $\Rightarrow 0{,}268 \cdot \frac{1}{327{,}06 \cdot C} = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 60 \cdot 720{,}7 \cdot C - \frac{1}{376{,}8 \cdot C} \Rightarrow$

$\Rightarrow 8{,}194 \times 10^{-4} \cdot \frac{1}{C} = 273289{,}44 \cdot C - \frac{2{,}654 \times 10^{-3}}{C} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{3{,}473 \times 10^{-3}}{C} = 273289{,}44 \cdot C \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{3{,}473 \times 10^{-3}}{273289{,}44} = C^2 \Rightarrow C = 112{,}73\,\mu F$

$1{,}1273 \times 10^{-4}\,F$

$L = 720{,}7 \times 1{,}1273 \times 10^{-4} \Rightarrow L = 0{,}081\,H$

$R = \frac{1}{327{,}06 \cdot 1{,}1273 \times 10^{-4}} \Rightarrow R = 27{,}123\,\Omega$

29.31 σελ 373 Halliday

α) $L = 6{,}0\,mH$ και $C = 10\,\mu F$ ώ όπου $X_L = X_C$. β) X_C, X_L ; γ) $\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$

Λύση.

α) $X_C = X_L \Rightarrow \frac{1}{\omega C} = \omega L \Rightarrow \omega^2 = \frac{1}{L \cdot C} \Rightarrow$

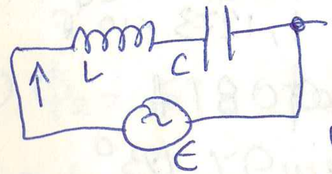
$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{6 \times 10^{-3} \cdot 10 \times 10^{-6}}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega = 4082{,}5\,rad/s$ $\quad f = \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow f = 650\,Hz$

β) $X_C = X_L \Rightarrow X_L = \omega \cdot L \Rightarrow X_L = 6 \times 10^{-3} \cdot 4082{,}5 \Rightarrow$

$\Rightarrow X_L = 24{,}5\,\Omega$

γ) Για $\omega = 4082{,}5\,rad/s$ στο κύκλωμα έχουμε $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$

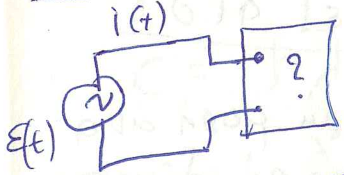


όπου $R = 0$ και επίσης $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ άρα $Z = 0$

έτσι $I = \frac{\mathcal{E}}{Z} \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{0} \Rightarrow I \rightarrow \infty$

μέγιστο άρα για $\omega = 4082{,}5\,rad/s$ το ρεύμα γίνεται μέγιστο άρα για την συχνότητα αυτή η κατάσταση του συντονισμού. Επομένως η ω είναι η φυσική συχνότητα του

57.31 σελ 375 Halliday



$\mathcal{E}(t) = (75V) \cdot \sin \omega_d t$

$i(t) = (1{,}24) \sin(\omega_d t + 42^\circ)$

Λύση

α) $Σ.Ι. = \cos\phi \Rightarrow Σ.Ι. = \cos 42^\circ = 0{,}743$

β) Το ρεύμα έχει $\phi = 42^\circ$ και η ΗΕΔ $\phi = 0^\circ$ άρα το ρεύμα προηγείται

γ) επειδή το ρεύμα προηγείται οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι το κύκλωμα είναι χωρητικό

δ) Δεν είναι σε συντονισμό γιατί η διαφορά φάσης μεταξύ I και $\mathcal{E}$ είναι 42° ενώ στον συντονισμό 0°

ε) Στο κουτί υπάρχει οποσδήποτε πυκνωτής υπάρχει και πηνίο αλλά

στ) Θα μπορούσε να υπάρχει να μεγάλη επειδή η φ είναι 42° αρκετά μεγάλη οδηγούμαστε στο συμπέρασμα ότι μάλλον δεν υπάρχει για στην περίπτωση που υπήρχε θα είχαμε φ μικρότερη $\approx 0^\circ$

ζ) Υπάρχει αντίσταση R γιατί $\phi = 42^\circ$ εάν δεν υπήρχε τότε η φ θα ήταν 90°

η) $P = I_{rms} \cdot V_{rms} \cdot \cos\phi \Rightarrow P = \frac{1{,}2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{75}{\sqrt{2}} \cdot 0{,}743 \Rightarrow$

$P = 33{,}43\,W$

θ) [illegible] δεν είναι απαραίτητο γιατί το πως [illegible] από

Εξισώσεις Maxwell

Άσκηση 39.32 Halliday σελ 410

Λύση

Η μαγνήτιση είναι η διπολική ροπή ανά μονάδα όγκου, η διπολική ροπή δίνεται από την εξίσωση

$$\mu = M \cdot V$$

όπου M η μαγνήτιση και V ο όγκος του κυλίνδρου, ο οποίος ισούται με

$$V = \pi r^2 \cdot L$$

r η ακτίνα $= 1/2$ cm και L το μήκος $= 5$ cm

Άρα

$$\mu = (5{,}3 \times 10^3 A/m) \cdot 3{,}14 \cdot (0{,}5 \times 10^{-2} m)^2 \cdot (5 \times 10^{-2} m) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\mu = 2{,}08 \times 10^{-2}\ J/T}$$

Ηλεκτρομαγνητικά κύματα

Άσκηση 5.33 Halliday σελ 448

Λύση

Έστω F η συχνότητα και λ το μήκος κύματος ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος και $c = F \cdot \lambda$.

Η συχνότητα f είναι ίση με τη συχνότητα των ταλαντώσεων του ρεύματος σε ένα κύκλωμα LC γεννήτριας ταλαντώσεων.

Άρα $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ με L την επαγωγή και C η χωρητικότητα του πυκνωτή άρα:

$$c = f \cdot \lambda \Rightarrow c = \frac{\lambda}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow$$

$$L = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 \cdot C c^2} = \frac{(550 \times 10^{-9} m)^2}{4 (3{,}14)^2 \cdot (17 \times 10^{-12} F) \cdot (3 \times 10^8 m/s)^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{L = 5 \times 10^{-21}\ H}$$

Άσκηση 25.33 Halliday σελ. 449

Λύση

$\lambda = 3m$ $E_{max} = 300 V/m$

a) $c = \lambda \cdot F \Rightarrow F = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow F = \frac{3 \times 10^8 m/s}{3m} \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{F = 1 \times 10^8 Hz}$

β) Η γωνιακή συχνότητα $\omega = 2\pi F \Rightarrow$

$\omega = 2 \cdot 3{,}14 \cdot (1 \times 10^8 Hz) \Rightarrow \underline{\omega = 6{,}28 \times 10^8 rad/s}$

γ) Ο κυματάριθμος $k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow$

$\Rightarrow k = \frac{2 \cdot 3{,}14}{3m} \Rightarrow \underline{k = 2{,}093 rad/m}$

δ) Το μαγνητικό πεδίο (πλάτος) είναι

$$B_{max} = \frac{E_{max}}{c} = \frac{300 V/m}{3 \times 10^8 m/s} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \underline{B_{max} = 1 \times 10^{-6} T}$

ε) Το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ θα πρέπει να ταλαντώνεται κατά μήκος του θετικού άξονα των z γιατί το ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$ ταλαντώνεται κατά μήκος του θετικού άξονα y και το ηλεκτρομαγνητικό κύμα διαδίδεται προς τη θετική του άξονα x γιατί $\vec{E} \times \vec{B} = E \cdot \hat{y} \times B \hat{z} = E \cdot B (\hat{y} \times \hat{z})$

$\hat{y} \times \hat{z} = \hat{x}$

στ) Ο χρονικός μέσος ρυθμός ροής ενέργειας ή αλλιώς η ένταση της ακτινοβολίας

$$I = \frac{E_{max}^2}{2 \mu_0 c} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_{max}^2 \Rightarrow$$

$$I = \frac{(300\, V/m)^2}{2} \cdot 8{,}85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2} \cdot 3 \times 10^8\, m/s \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I = 119{,}5\, W/m^2$$

ζ) Γνωρίζουμε ότι $\frac{dP}{dt} = F = \frac{I \cdot A}{c} \Rightarrow$

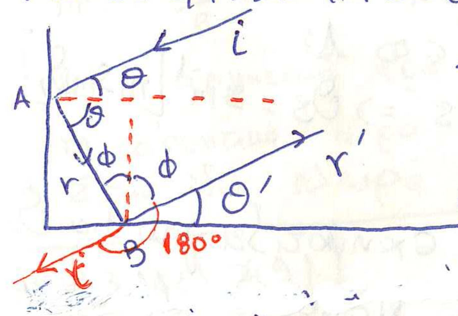
$$\Rightarrow \frac{dP}{dt} = \frac{119{,}5\, W/m^2 \cdot 2 m^2}{3 \times 10^8\, m/s} \Rightarrow \frac{dP}{dt} = 79{,}65 \times 10^{-8} N$$

η) Η πίεση της ακτινοβολίας είναι ίση με $P_r = \frac{dp/dt}{A} \Rightarrow$

$$\Rightarrow P_r = \frac{79{,}65 \times 10^{-8} N}{2 m^2} \Rightarrow P_r = 39{,}82 \times 10^{-8}\, Pa$$

Ανάκλαση - διάθλαση - Γεωμετρική οπτική

Άσκηση 47.33 Halliday 451



Στο A ανάκλαση άρα θ = θ

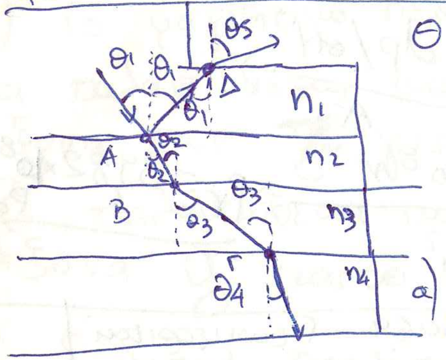
Στο B ανάκλαση φ = φ.

① φ + θ = 90° από τρίγωνο με διακεκομμένες

στο B η γωνία ανάκλασης της r' με την κάθετη φ ενώ η θ' με την οριζόντια επιφάνεια είναι ίση με θ' + φ = 90° ⇒ θ' = 90° − φ ②

Από ① και ② έχουμε ότι θ = θ' άρα η προσπίπτουσα i σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντια επιφάνεια το ίδιο και η r' σχηματίζει γωνία θ' = θ άρα οι δυο ακτίνες είναι παράλληλες με αντίθετες διευθύνσεις άρα έχουν μεταξύ τους γωνία ίση με 180°

Άσκηση 53.33 Halliday σελ 452



$\theta_1 = 40{,}1^\circ$ $n_1 = 1{,}30$, $n_2 = 1{,}40$

$n_3 = 1{,}32$, $n_4 = 1{,}45$

α) θ_5; , β) θ_4;

Λύση

α) Στο A ανακλάται και υπό θ_1 και η ανακλώμενη προσπίπτει στο Δ την επιφάνεια μεταξύ αέρα και υλικού 1 άρα η γωνία πρόσπτωσης είναι επίσης θ_1 άρα από νόμο Snell έχουμε στο Δ:

$n_1 \sin\theta_1 = n \cdot \sin\theta_5 \Rightarrow \theta_5 = \sin^{-1}[n_1 \sin\theta_1] \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\theta_5 = 56{,}86^\circ}$

β) Η διαθλώμενη στο A σχηματίζει γωνία θ_2 με την κατακόρυφη άρα Νόμος Snell στο A

$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \Rightarrow \theta_2 = \sin^{-1}\left[\frac{n_1}{n_2} \sin\theta_1\right] \Rightarrow$

$\Rightarrow \theta_2 = 36{,}73^\circ$

Στο B η ανακλώμενη σχηματίζει με την κατακόρυφη επίσης γωνία θ_2 άρα για την διαθλώμενη στο B έχουμε

$n_2 \sin\theta_2 = n_3 \sin\theta_3 \Rightarrow \theta_3 = \sin^{-1}\left[\frac{n_2}{n_3} \sin\theta_2\right] \Rightarrow$

$\theta_3 = 39{,}36^\circ$

Στο Γ η ανακλώμενη σχηματίζει γωνία θ_3 με την κατακόρυφη. Η διαθλώμενη σχηματίζει γωνία θ_4 άρα

$n_3 \sin\theta_3 = n_4 \cdot \sin\theta_4 \Rightarrow \theta_4 = \sin^{-1}\left[\frac{n_3}{n_4} \cdot \sin\theta_3\right] \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\theta_4 = 35{,}30^\circ}$

11.33 σελ 491

$p = +18cm$ κοίλο με $f = 12cm$

α) άρα $r = 2 \cdot f \Rightarrow r = 2 \cdot 12 \Rightarrow r = 24cm$.

β) $\frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} \Rightarrow i = \frac{f \cdot p}{p - f} \Rightarrow i = \frac{12 \cdot 18}{18 - 12} \Rightarrow i = 36cm$

γ) $m = -\frac{i}{p} \Rightarrow m = -\frac{36cm}{18cm} \Rightarrow m = -2$

δ) το i αρνητικό άρα πραγματικό

ε) m αρνητικό άρα ανεστραμμένο

στ) Στην ίδια πλευρά

$\boxed{\text{12.33 σελ 491.}}$

$p = +15cm$ κοίλο $f = 10cm$

α) άρα $r = 2 \cdot f \Rightarrow r = 2 \cdot 10\,cm \Rightarrow r = 20cm$

β) $i = \frac{f \cdot p}{p - f} \Rightarrow \frac{1 \cdot 15}{15 - 10} \Rightarrow i = +3cm$

γ) $m = -\frac{i}{p} \Rightarrow m = -\frac{3cm}{15} \Rightarrow m = -0{,}333$

δ) το i θετικό είδωλο φανταστικό

ε) m θετικό άρα μη ανεστραμμένο.

στ) είδωλο φανταστικό στην απέναντι πλευρά

15. 33,491

$p = +8$ κυρτό $f = -10cm$

άρα $r = 2f \Rightarrow r = 2(-10cm) \Rightarrow r = -20cm$

β) $i = \frac{f \cdot p}{p - f} \Rightarrow i = \frac{(-10cm)\cdot(8cm)}{8cm - (-10cm)} \Rightarrow i = -4,44cm$

γ) $m = -\frac{i}{p} \Rightarrow m = -\frac{-4,44cm}{8cm} \Rightarrow m = 0,555$

δ) i αρνητικό είδωλο φανταστικό

ε) m θετική είδωλο μη ανεστραμμένο

στ) είδωλο φανταστικό αντίθετη πλευρά

Συμβολή Περίθλαση

77. 35 σελ 537

Άσκηση $\lambda = 546nm$

Λύση

Για ποστό $r_1 = 0,162cm$, για $n+20$ $r_2 = 0,368cm$

Άρα $r_2^2 - r_1^2 = R\cdot(2m_2+1)\cdot\frac{\lambda}{2} - R(2m_1+1)\frac{\lambda}{2}$

$r_2^2 - r_1^2 = R\cdot\lambda\cdot(m_2 - m_1) \Rightarrow$

$\Rightarrow R = \frac{r_2^2 - r_1^2}{\lambda(m_2 - m_1)} \Rightarrow R = \frac{(0,368\times10^{-2}m)^2 - (0,162\times10^{-2}m)^2}{546nm \cdot 20}$

$R = 0,097m$

Άσκηση 29. 36 σελ. 576

α) ~~Απο~~ Για περίθλαση από κυκλικό άνοιγμα ~~η γωνία θ~~ η θέση του πρώτου ελάχιστου είναι για

$$\sin\theta = 1,22\frac{\lambda}{d}$$

όπου λ το μήκος κύματος και d η διάμετρος της κεραίας άρα:

$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\times10^8 m/s}{220\times10^9 Hz} \Rightarrow \lambda = 1,364\times10^{-3}m$

έτσι $\sin\theta = \frac{1,22 \cdot 1,364\times10^{-3}m}{55\times10^{-2}m} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sin\theta = 3,026\times10^{-3} \Rightarrow \theta = 3,026\times10^{-3} rad$

άρα το εύρος του κεντρικού μεγίστου θα είναι $2\cdot\theta = 6,052\times10^{-3} rad \simeq 0,347^\circ$

β) Αν θέσουμε $\lambda = 1,6cm$ και $d = 2,3m$

άρα $\sin\theta = \frac{1,22 \cdot 1,6\times10^{-2}m}{2,3m} \Rightarrow$

$\sin\theta = 8,5\times10^{-3} \Rightarrow \theta \simeq 8,5\times10^{-3} rad$

και $2\theta = 0,017 rad$ ή $\theta = 0,97^\circ$