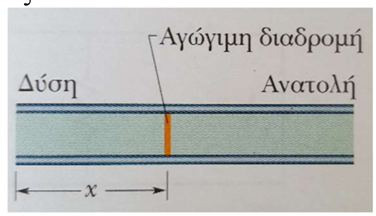
Κυκλώματα

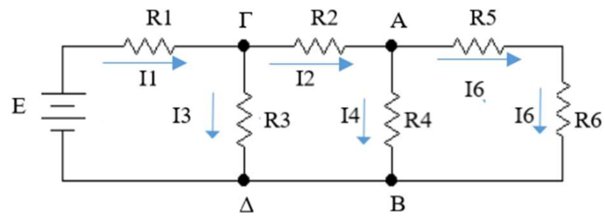
Άσκηση 15.27 HR

Ένα υπόγειο καλώδιο μήκους 10km, εκτείνεται από ανατολικά προς τα δυτικά και αποτελείται από δύο παράλληλα σύρματα καθένα με αντίσταση 13 Ω / km. Ένα βραχυκύκλωμα δημιουργείται σε απόσταση x από το δυτικό άκρο όταν μια αγώγιμη διαδρομή αντίστασης R συνδέει τα δύο σύρματα. Η αντίσταση των συρμάτων και του βραχυκυκλώματος είναι 100 Ω, όταν μετράτε από το ανατολικό άκρο και 200 Ω όταν μετράτε από το δυτικό άκρο. Ποια είναι η τιμή α) του x και β) του R;



Άσκηση 31.27 HR

Στο σχήμα το ρεύμα στην αντίσταση 6 είναι i_6=1,4A και οι αντιστάσεις R_1=R_2=R_3=2,0Ω, R_4=16Ω, R_5=8Ω και R_6=4Ω. Πόση είναι η ΗΕΔ της ιδανικής μπαταρίας;



Λύση

Το ρεύμα i_6 διαρρέει και την αντίσταση R_5. Η διαφορά δυναμικού V_{AB} στο κύκλωμα είναι:

$$V_{AB} = (R_5 + R_6) \times I_6 \Rightarrow V_{AB} = (8\Omega + 4\Omega) \times 1{,}4A \Rightarrow V_{AB} = 16{,}8V$$

Αυτή η διαφορά δυναμικού ισούται επίσης και με τη διαφορά δυναμικού στα άκρα της R_4 άρα:

$$V_{AB} = R_4 \times I_4 \Rightarrow I_4 = \frac{V_{AB}}{R_4} \Rightarrow I_4 = \frac{16{,}8V}{16\Omega} \Rightarrow I_4 = 1{,}05A$$

Στον κόμβο Α από τον κανόνα των κόμβων έχουμε:

$$I_2 = I_4 + I_6 \Rightarrow I_2 = 1{,}05A + 1{,}4A \Rightarrow I_2 = 2{,}45A$$

Η διαφορά δυναμικού $V_{\Gamma\Delta}$ στο κύκλωμα είναι:

$$V_{\Gamma\Delta} = R_2 \times I_2 + R_4 \times I_4 \Rightarrow V_{\Gamma\Delta} = 2\Omega \times 2{,}45A + 16\Omega \times 1{,}05A \Rightarrow V_{\Gamma\Delta} = 21{,}7V$$

Αυτή η διαφορά δυναμικού ισούται επίσης και με τη διαφορά δυναμικού στα άκρα της R_3 άρα:

$$V_{\Gamma\Delta} = R_3 \times I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{V_{\Gamma\Delta}}{R_3} \Rightarrow I_3 = \frac{21{,}7V}{2\Omega} \Rightarrow I_3 = 10{,}85A$$

Στον κόμβο Γ από τον κανόνα των κόμβων έχουμε:

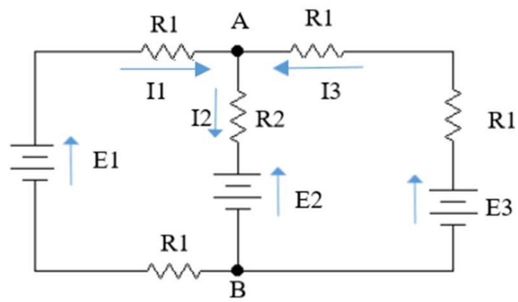
$$I_1 = I_2 + I_3 \Rightarrow I_1 = 2{,}45A + 10{,}85A \Rightarrow I_1 = 13{,}3A$$

Άρα από τον πρώτο βρόχο έχω:

$$E = R_1 \times I_1 + R_3 \times I_3 \Rightarrow E = 2\Omega \times 13{,}3A + 2\Omega \times 10{,}85A \Rightarrow E = 48{,}3V$$

Άσκηση 37.27 HR

Στο σχήμα οι αντιστάσεις R_1=1,0Ω και R_2=2,0Ω και οι ιδανικές μπαταρίες έχουν ΗΕΔ E_1=2,0 V και E_2=E_3=4,0V. α) Πόση είναι η ένταση και β) ποια είναι η κατεύθυνση (προς τα πάνω ή προς τα κάτω) του ρεύματος στη μπαταρία 1, γ) πόση είναι η ένταση και δ) ποια είναι η κατεύθυνση (προς τα πάνω ή προς τα κάτω) του ρεύματος στη μπαταρία 2 και ε) πόση είναι η ένταση και στ) ποια είναι η κατεύθυνση (προς τα πάνω ή προς τα κάτω) του ρεύματος στη μπαταρία 3; ζ) Πόση είναι η διαφορά δυναμικού V_A-V_B ;



Λύση

Εφαρμόζουμε τον κανόνα των ρευμάτων στον κόμβο Α με υποθετικές φορές των ρευμάτων όπως στο σχήμα και τον κανόνα των βρόχων για τους δύο βρόχους του κυκλώματος, έτσι έχουμε:

Κανόνας των κόμβων στον Α: $I_1 + I_3 = I_2$ [1]

Κανόνας των βρόχων αριστερά : $E_1 - E_2 - I_1 * R_1 - I_1 * R_1 - I_2 * R_2 = 0$ [2]

Κανόνας των βρόχων δεξιά : $E_3 - E_2 - I_3 * R_1 - I_3 * R_1 - I_2 * R_2 = 0$ [3]

$$\left.\begin{matrix} I_1 + I_3 = I_2 \\ 2 - 4 - I_1 * 1 - I_1 * 1 - I_2 * 2 = 0 \\ 4 - 4 - I_3 * 1 - I_3 * 1 - I_2 * 2 = 0 \end{matrix}\right\rangle \Rightarrow \left.\begin{matrix} I_1 + I_3 = I_2 \\ -2 * I_1 - 2 * I_2 = 2 \\ -2 * I_3 - 2 * I_2 = 0 \end{matrix}\right\rangle \Rightarrow \left.\begin{matrix} I_1 + I_3 = I_2 \\ -2 * I_1 - 2 * I_2 = 2 \\ I_3 = -I_2 \end{matrix}\right\rangle \Rightarrow$$

$$\left.\begin{array}{c} I_1 - I_2 = I_2 \\ -2 * I_1 - 2 * I_2 = 2 \\ I_3 = -I_2 \end{array}\right\rangle \Rightarrow \left.\begin{array}{c} I_1 = 2 * I_2 \\ -2 * I_1 - 2 * I_2 = 2 \\ I_3 = -I_2 \end{array}\right\rangle \Rightarrow \left.\begin{array}{c} I_1 = 2 * I_2 \\ -4 * I_2 - 2 * I_2 = 2 \\ I_3 = -I_2 \end{array}\right\rangle \Rightarrow \left.\begin{array}{c} I_1 = 2 * I_2 \\ -6 * I_2 = 2 \\ I_3 = -I_2 \end{array}\right\rangle$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{c} I_1 = -0{,}66A \\ I_2 = -0{,}33A \\ I_3 = 0{,}33A \end{array}\right\rangle$$

Από τα πιο πάνω αποτελέσματα έχουμε :

Α) Η ένταση του ρεύματος στην μπαταρία 1 είναι 0,66 Α, β) με φορά προς τα κάτω

γ) Η ένταση του ρεύματος στην μπαταρία 2 είναι 0,33 Α, δ) με φορά προς τα πάνω

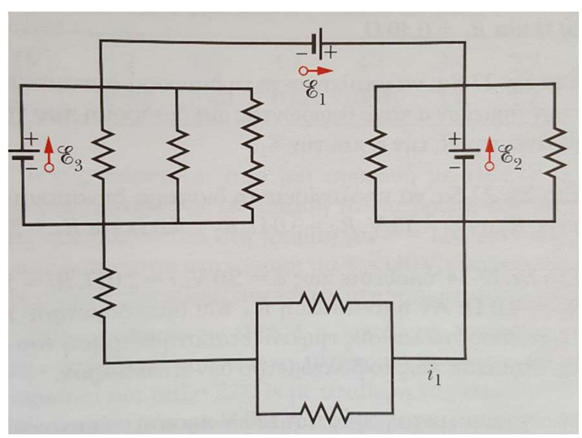
ε) Η ένταση του ρεύματος στην μπαταρία 3 είναι 0,33 Α, στ) με φορά προς τα πάνω

ζ) Η διαφορά δυναμικού V_A-V_B είναι:

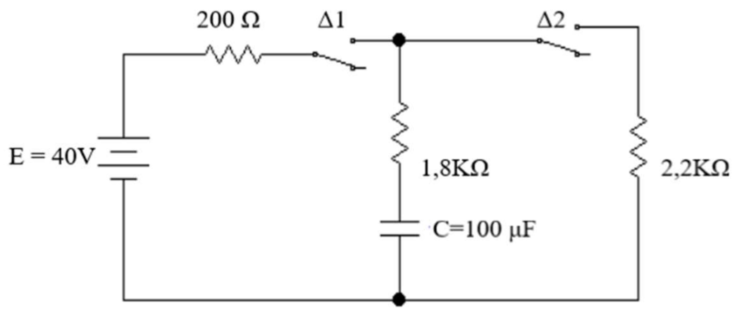
$$V_A + I_2 * R_2 - E_2 - V_B = 0 \Rightarrow V_A - V_B = -I_2 * R_2 + E_2 \Rightarrow V_A - V_B = 4V - 0{,}33A * 2\Omega \Rightarrow V_A - V_B = 3{,}34V$$

Άσκηση 84.27 HR

Στο σχήμα οι ιδανικές μπαταρίες έχουν ΗΕΔ E_1=20V, E_2=10V και E_3=5V, και οι αντιστάσεις είναι όλες ίσες με 2 Ω. α) Πόση είναι η ένταση και β) ποια είναι η κατεύθυνση (αριστερή ή δεξιά) του ρεύματος i_1; γ) Η μπαταρία 1 παρέχει ή απορροφά ενέργεια από το κύκλωμα και δ) πόση είναι η ισχύς της; ε) Η μπαταρία 2 παρέχει ή απορροφά ενέργεια από το κύκλωμα και στ) πόση είναι η ισχύς της; ζ) Η μπαταρία 3 παρέχει ή απορροφά ενέργεια από το κύκλωμα και η) πόση είναι η ισχύς της;

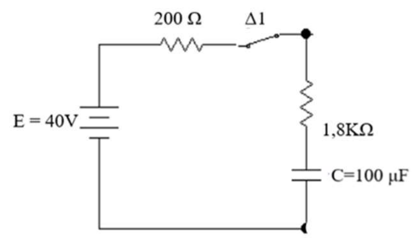


1. Στο κύκλωμα του σχήματος όταν ο διακόπτης $Δ_1$ κλείνει, ο $Δ_2$ μένει ανοιχτός και φορτίζει ο πυκνωτής C. Όταν ο πυκνωτής έχει μέγιστο φορτίο q_m ο $Δ_1$ ανοίγει και κλείνει ο $Δ_2$. Α) Υπολογίστε τις σταθερές φόρτισης και εκφόρτισης $τ_1$ και $τ_2$, β) του χρόνους μισής ζωής t_{h1} κατά τη φόρτιση και t_{h2} κατά την εκφόρτιση.



Λύση

Α)Το κύκλωμα της φόρτισης είναι μόνο ο αριστερός βρόχος γιατί ο $Δ_1$ κλείνει και ο $Δ_2$ μένει ανοιχτός άρα δεν περνάει ρεύμα στον δεξιό βρόχο του κυκλώματος. Κατά τη φόρτιση του πυκνωτή έχουμε το διπλανό κύκλωμα. Άρα η συνολική αντίσταση του κυκλώματος είναι :

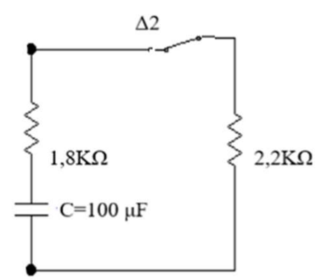


$$R_Φ = 200Ω + 1{,}8KΩ \Rightarrow R_Φ = 2000Ω$$

Άρα η σταθερά φόρτισης είναι:

$$τ_φ = C * R_Φ \Rightarrow τ_φ = 100 \times 10^{-6}F * 2000Ω \Rightarrow τ_φ = 0{,}2s$$

Το κύκλωμα της εκφόρτισης είναι μόνο ο δεξιός βρόχος γιατί ο $Δ_1$ ανοίγει και ο $Δ_2$ κλείνει και ο πυκνωτής δεν έχει πηγή να τον φορτίζει άρα το φορτίο που αποθηκεύτηκε αρχίζει να ελαττώνεται λόγο της αντίστασης του δεξιού βρόχου. Κατά την εκφόρτιση του πυκνωτή έχουμε το διπλανό κύκλωμα. Άρα η συνολική αντίσταση του κυκλώματος είναι :



$$R_{EK} = 2{,}2KΩ + 1{,}8KΩ \Rightarrow R_Φ = 4000Ω$$

Άρα η σταθερά φόρτισης είναι:

$$τ_{EK} = C * R_{EK} \Rightarrow τ_φ = 100 \times 10^{-6}F * 4000Ω \Rightarrow τ_{EK} = 0{,}4s$$

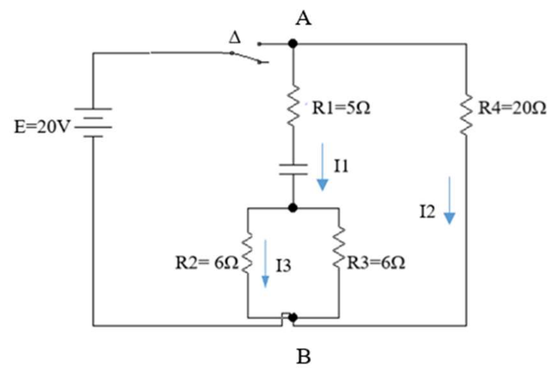
Β) Ο χρόνος μισής ζωής ορίζεται ως ο χρόνος στον οποίο η τάση στα άκρα του πυκνωτή στην φόρτιση γίνεται ίση με το μισό της τελικής τιμής δηλαδή:

$$V_C = E * \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau\varphi}}\right) \Rightarrow \frac{E}{2} = E * \left(1 - e^{-\frac{t_{h1}}{\tau\varphi}}\right) \Rightarrow \frac{1}{2}$$
$$= 1 - e^{-\frac{t_{h1}}{\tau\varphi}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\frac{t_{h1}}{\tau\varphi}} \Rightarrow t_{h1} = \tau_{\varphi} * ln2 \Rightarrow t_{h1} = 0{,}14s$$

Ο αντίστοιχος χρόνος ζωής για την εκφόρτιση είναι:

$$V_C = E * e^{-\frac{t}{\tau EK}} \Rightarrow \frac{E}{2} = E * e^{-\frac{t}{\tau EK}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\frac{t_{h2}}{\tau EK}} \Rightarrow t_{h2} = \tau_{EK} * ln2 \Rightarrow t_{h2} = 0{,}277s$$

2. Στο κύκλωμα του σχήματος για t=0 ο διακόπτης Δ κλείνει και αρχίζει η φόρτιση C=1μf. Να υπολογιστούν α) το ρεύμα i_1 για t=0 και t=∞, β) το ρεύμα i_2 για t= t_h , γ) το ρεύμα i_3 για t= t_h, δ) το φορτίο q_C για t= t_h και για t=∞ και ε) η σταθερά φόρτισης τ.



Λύση

Α) Για t=0 ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος και λειτουργεί ως βραχυκύκλωμα άρα στη φάση αυτή ο κλάδος ΑΒ περιλαμβάνει μόνο τις αντιστάσεις R_1, R_2, R_3 και η διαφορά δυναμικού V_{AB} είναι ίση με Ε. Η συνολική αντίσταση R είναι:

$$R = R_1 + 1/\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \Rightarrow R = 5\Omega + 1/\left(\frac{1}{6\Omega} + \frac{1}{6\Omega}\right) \Rightarrow R = 5\Omega + 3\Omega \Rightarrow R = 8\Omega$$

Άρα το I_1 είναι:

$$I_1 = \frac{E}{R} \Rightarrow I_1 = \frac{20V}{8\Omega} \Rightarrow I_1 = 2{,}5A$$

Για t=∞, ο πυκνωτής έχει φορτιστεί πλήρως και λειτουργεί ως διακόπτης στο κύκλωμα άρα ο κλάδος ΑΒ δεν διαρρέεται από ρεύμα έτσι I_1(t=∞) = 0.

Β) Το ρεύμα I_2 δεν επηρεάζεται από τον πυκνωτή γιατί η διαφορά δυναμικού στο άκρα της R_4 είναι ίση με Ε =20V άρα η τιμή είναι σταθερή και ίση με :

$$I_2 = \frac{E}{R_4} \Rightarrow I_2 = \frac{20V}{20\Omega} \Rightarrow I_2 = 1A$$

Γ) Το ρεύμα I_3 είναι ίσο με το μισό του I_1 , διότι το ρεύμα I_1 μετά τον πυκνωτή στον κόμβο διαιρείται σε δύο ίσα μέρη γιατί R_2=R_3, εξαρτάται δε από την συμπεριφορά του, έτσι:

$$I_3 = \frac{I_1}{2} \Rightarrow I_3(t=0) = \frac{I_1(t=0)}{2} \Rightarrow I_3(t=0) = \frac{2{,}5A}{2} \Rightarrow I_3(t=0) = 1{,}25A$$

Για t= t_h , έχουμε:

$$I_3(t_h) = \frac{I_1(t_h)}{2} \Rightarrow I_3(t_h) = \frac{1{,}25A}{2} \Rightarrow I_3(t_h) = 0{,}625A$$

Δ) Το φορτίο q_C για t= t_h είναι:

$$q_C = C * V(t_h) \Rightarrow q_C = 1 \times 10^{-6}F * \frac{20V}{2} \Rightarrow q_C = 10\mu C$$

Ε) Η σταθερά φόρτισης τ είναι ίση με:

$$\tau = R * C \Rightarrow \tau = 8\Omega * 1 \times 10^{-6}F \Rightarrow \tau = 8 \times 10^{-6}s$$