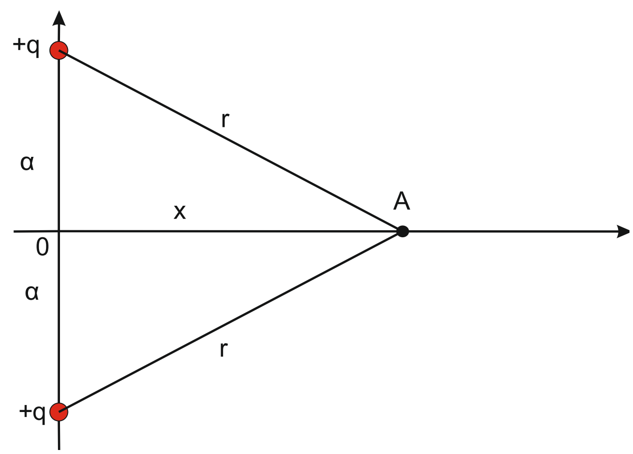
Ηλεκτρικό Φορτίο - Νόμος Coulomb

Άσκηση 1.

Ένα σημειακό θετικό φορτίο q_1 βρίσκεται στην αρχή και ένα δεύτερο σημειακό θετικό φορτίο q_2 βρίσκεται στον άξονα x, στη θέση d. Ένα τρίτο σημειακό αρνητικό φορτίο q_3 βρίσκεται σε θέση x. Βρείτε σε ποιο σημείο του άξονα x η συνολική δύναμη Coulomb στο q_3 είναι ίση με μηδέν (ως συνάρτηση των q_1 , q_2 και d).

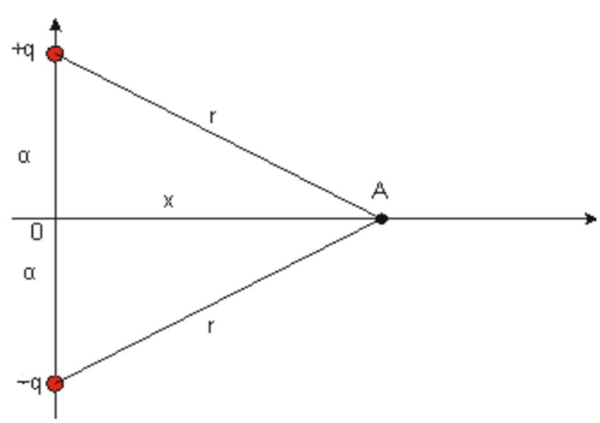
Άσκηση 21.21 HR

Στο σχήμα τα σωματίδια 1 και 2 με φορτία $q_1 = q_2 = +3{,}20 \times 10^{-19} C$ βρίσκονται στον άξονα y σε απόσταση α=17 cm από την αρχή των αξόνων. Το σωματίδιο 3 με φορτίο $q_3 = +6{,}40 \times 10^{-19} C$ μετακινείται σταδιακά κατά μήκος του άξονα x από το x=0 στο x=+5 m. Σε ποιες τιμές του x, το μέτρο της ηλεκτροστατικής δύναμης στο τρίτο σωματίδιο από τα άλλα δύο σωματίδια θα είναι α) ελάχιστο και β) μέγιστο; Πόσο είναι το γ) ελάχιστο και δ) το μέγιστο μέτρο;



Άσκηση 2

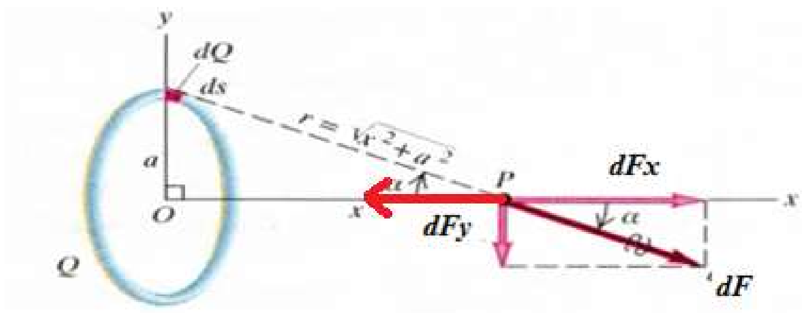
Στο σχήμα τα σωματίδια 1 και 2 με φορτία $q_1 = +3{,}20 \times 10^{-19} C, q_2 = -3{,}20 \times 10^{-19} C$ βρίσκονται στον άξονα y σε απόσταση α=17 cm από την αρχή των αξόνων. Το σωματίδιο 3 με φορτίο $q_3 = +6{,}40 \times 10^{-19} C$ μετακινείται σταδιακά κατά μήκος του άξονα x από το x=0 στο x=+5 m. Σε ποιες τιμές του x, το μέτρο της ηλεκτροστατικής δύναμης στο τρίτο



σωματίδιο από τα άλλα δύο σωματίδια θα είναι α) ελάχιστο και β) μέγιστο; Πόσο είναι το γ) ελάχιστο και δ) το μέγιστο μέτρο;

Άσκηση 3

Αγωγός σε σχήμα δακτυλίου με ακτίνα *α*=0,250m φέρει συνολικό θετικό φορτίο *Q*=+8,40μC ομογενώς κατανεμημένο επάνω του, όπως δείχνει το σχήμα. Το κέντρο του δακτυλίου βρίσκεται στην αρχή των συντεταγμένων. Ένα σημειακό φορτίο *q*=-2,50μC τοποθετείται στο σημείο *P*, στη θέση *x*=0,500m. Πόσο είναι το μέτρο και ποια η κατεύθυνση της δύναμης που ασκείται από το φορτίο q στο δακτύλιο;



Λύση

Η άσκηση ζητάει να υπολογιστεί μέτρο και η κατεύθυνση της δύναμης που ασκείται από το φορτίο q στο δακτύλιο. Για να γίνει αυτό αρκεί να υπολογίσουμε τη δύναμη που ασκεί ο δακτύλιος στο φορτίο, τότε σύμφωνα με τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα της δράσης – αντίδρασης, η δύναμη που ασκείται από το φορτίο q στο δακτύλιο θα είναι ίση και αντίθετη από αυτή που θα υπολογίσουμε.

Θεωρούμε ότι ο δακτύλιο διαιρείται σε στοιχειώδη τμήματα ds που το καθένα έχει φορτίο dQ. Το μέτρο της δύναμης dF που ασκείται από κάθε στοιχειώδη τμήμα ds στο φορτίο q είναι:

$$dF = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{dQ \cdot q}{r^2}$$

Από το σχήμα έχουμε $r = \sqrt{a^2 + x^2}$ έτσι η πιο πάνω εξίσωση γίνεται:

$$dF = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{dQ \cdot q}{x^2 + a^2}$$

Η συνιστώσα της δύναμη κατά τον άξονα y, με βάση το σχήμα, μπορούμε να καταλάβουμε ότι αναιρείται από την αντίστοιχη συνιστώσα του τμήματος ds που βρίσκεται αντιδιαμετρικά. Έτσι συνεισφέρουν στη συνολική δύναμη μόνο οι συνιστώσες κατά τον άξονα x.

$$dF_x = dF * \cos a = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{dQ \cdot q}{a^2 + x^2} * \frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

Γνωρίζουμε ότι $\cos a = \frac{x}{\sqrt{a^2+x^2}}$, η συνολική δύναμη είναι:

$$F_x = \int dF_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{q \cdot x}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \int dQ$$

Επειδή τα μεγέθη q, α και x είναι σταθερά έχουμε

$$F_x = \int dF_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{q \cdot Q \cdot x}{(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Αντικαθιστώντας έχουμε

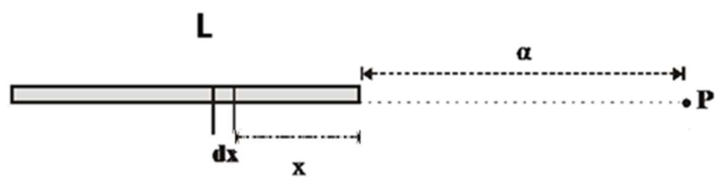
$$F_x = \frac{(8{,}988 \times 10^9\, Nm^2/C^2)(8{,}40 \times 10^{-6} C)(-2{,}50 \times 10^{-6} C)(0{,}5m)}{[(0{,}5m)^2 + (0{,}25m)^2]^{\frac{3}{2}}} = -0{,}540N$$

Η δύναμη είναι ελκτική αφού το Q είναι θετικό ενώ το φορτίο q είναι αρνητικό. Η δύναμη που ασκείται από το φορτίο q στο δακτύλιο είναι 0,540 N και έχει κατεύθυνση +x.

Ηλεκτρικό Πεδίο

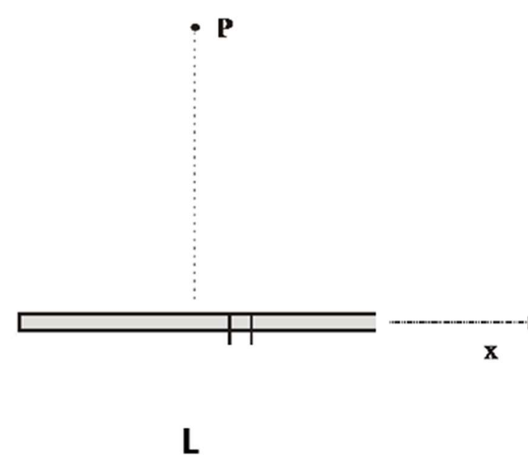
Άσκηση 22.27 Halliday

Στο σχήμα μία μη αγώγιμη ράβδος μήκους L= 8,15cm έχει φορτίο –q= - 4,23 fC, ομοιόμορφα κατανεμημένο κατά μήκος της. Α) Πόση είναι η γραμμική πυκνότητα φορτίου της ράβδου; Β)Πόσο είναι το μέτρο και γ) ποια η κατεύθυνση (ως προς την θετική κατεύθυνση του άξονα x) του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται στο P, σε απόσταση α = 12 cm από τη ράβδο; Πόσο είναι το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται σε απόσταση α = 50 m δ)από τη ράβδο και ε) από ένα σωματίδιο φορτίου – q= - 4,23 fC που αντικαθιστά τη ράβδο;



Άσκηση 22.32 Halliday

Στο σχήμα ένα θετικό φορτίο q= 7,81 pC είναι κατανεμημένο ομοιόμορφα κατά μήκος μιας λεπτής, μη αγώγιμης ράβδου μήκους L= 14,5 cm. Α) Πόσο είναι το μέτρο και β) ποια η κατεύθυνση(ως προς την θετική κατεύθυνση του άξονα y) του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργείται στο P, σε απόσταση R = 6 cm από η ράβδο κατά μήκος της μεσοκαθέτου της;



Άσκηση 3 Ηλ.Πεδ.

Ένα σημειακό φορτίο q_1=-4,00 nC βρίσκεται στην αρχή και ένα δεύτερο σημειακό φορτίο q_2=+6,00 nC βρίσκεται στον άξονα x, στη θέση x=0,800 m. Βρείτε το ηλεκτρικό πεδίο (κατά μέτρο και κατεύθυνση) στις παρακάτω θέσεις του άξονα x : α) x=0,200 m, b) x=1,20 m, c) x=-0,200m.

<u>Λύση</u>

α) Στη θέση Α του σχήματος έχουμε :

$$E_{ολ.A} = E_{O,A} + E_{M,A} = \left[-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{q1}{(OA)^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{q2}{(AM)^2}\right]\hat{x} =$$

$$= -(8{,}988 \times 10^9\, Nm^2/C^2) \cdot \left[\frac{4 \times 10^{-9} C^2}{(0{,}2m)^2} + \frac{6 \times 10^{-9} C^2}{(0{,}6m)^2}\right]\hat{x} =$$

$$= -(8{,}988 \times 10^9\, Nm^2/C^2) \cdot [(1 \times 10^{-7} + 0{,}17 \times 10^{-7})\, C/m^2]\hat{x} \Rightarrow$$

$$\Longrightarrow E_{ολ.A} = -(1{,}05 \times 10^3\, N/C)\hat{x}$$

b) Στη θέση Β έχουμε:

$$E_{ολ.B} = E_{O,B} + E_{M,B} = \left[-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{q1}{(OB)^2} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{q2}{(MB)^2}\right]\hat{x} =$$

$$= (8{,}988 \times 10^9\, Nm^2/C^2) \cdot \left[-\frac{4 \times 10^{-9} C^2}{(1{,}2m)^2} + \frac{6 \times 10^{-9} C^2}{(0{,}4m)^2}\right]\hat{x} =$$

$$= (8{,}988 \times 10^9\, Nm^2/C^2) \cdot [(3{,}75 \times 10^{-8} - 0{,}28 \times 10^{-8})\, C/m^2]\hat{x} \Rightarrow$$

$$\Longrightarrow E_{ολ.B} = (312\, N/C)\hat{x}$$

c) Στη θέση Γ έχουμε:

$$E_{ολ.Γ} = E_{O,Γ} + E_{M,Γ} = \left[-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{q1}{(OΓ)^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{q2}{(MΓ)^2}\right]\hat{x} =$$

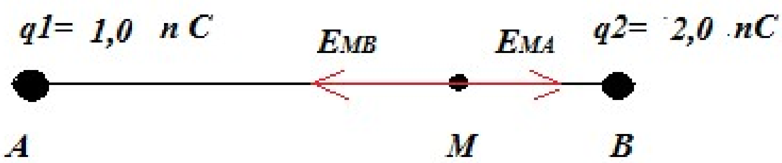
$$= (8{,}988 \times 10^9\, Nm^2/C^2) \cdot \left[-\frac{4 \times 10^{-9} C^2}{(0{,}2m)^2} + \frac{6 \times 10^{-9} C^2}{(1m)^2}\right]\hat{x} =$$

$$= (8{,}988 \times 10^9\, Nm^2/C^2) \cdot [(1 \times 10^{-7} - 0{,}06 \times 10^{-7})\, C/m^2]\hat{x} \Rightarrow$$

$$\Longrightarrow E_{ολ.Γ} = (845\, N/C)\hat{x}$$

Άσκηση 4 Ηλ. Πεδ.

Δύο σωμάτια, σε απόσταση 1,80m μεταξύ τους, έχουν φορτία q_1 =1,00 nC και q_2 =2,00 nC. Σε ποιο σημείο της απόστασης των δύο φορτίων μηδενίζεται το ηλεκτρικό τους πεδίο;



<u>Λύση</u>

Το σημείο στο οποίο το πεδίο μηδενίζεται βρίσκεται στο ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει το δύο φορτία. Έστω ότι το σημείο αυτό είναι το Μ, τότε, αν ***l*** = 1,80m είναι η απόσταση μεταξύ των δύο φορτίων, το σημείο Μ θα απέχει από το φορτίο q1 απόσταση ΑΜ= x, και από το q2 απόσταση ΜΒ= *l*-x.

Το πεδίο στο Μ που οφείλεται στο φορτίο q1 είναι

$$E_{AM} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{|q1|}{x^2}$$

Το πεδίο στο Μ που οφείλεται στο φορτίο q2 είναι

$$E_{MB} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{|q2|}{(l-x)^2}$$

Για να είναι μηδέν το συνολικό πεδίο στο Μ τότε θα πρέπει τα δύο επιμέρους πεδίο να είναι ίσα και αντίθετα, έτσι έχουμε:

$$E_{AM} = E_{MB} \Rightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{|q1|}{x^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{|q2|}{(l-x)^2}$$

Τελικά έχουμε:

$$\frac{q1}{q2} = \frac{x^2}{(l-x)^2} \Rightarrow \sqrt{\frac{q1}{q2}} = \frac{x}{l-x} \Rightarrow \sqrt{\frac{q1}{q2}} * (l-x) = x \Rightarrow \sqrt{\frac{q1}{q2}} * l = x\left[1 + \sqrt{\frac{q1}{q2}}\right] \Rightarrow x = \frac{l}{\left[1 + \sqrt{\frac{q2}{q1}}\right]}$$

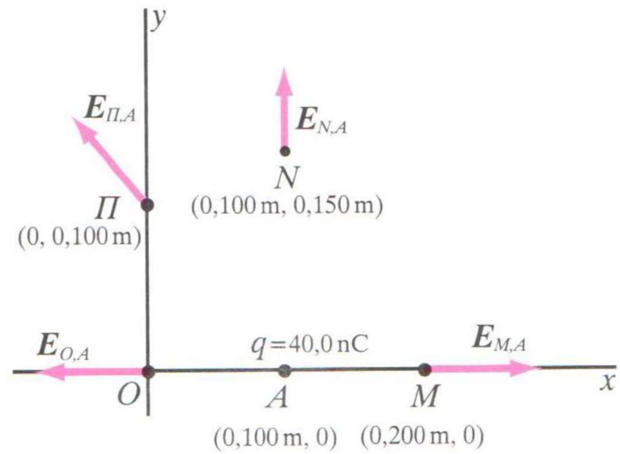
Τελικά

$$x = \frac{l}{\left[1 + \sqrt{\frac{q2}{q1}}\right]} = \frac{1{,}80m}{\left[1 + \sqrt{\frac{2}{1}}\right]} = \frac{1{,}80m}{\left[1 + \sqrt{2}\right]} = 0{,}746m$$

Άσκηση 5 Ηλ. Πεδ.

Ένα θετικό σημειακό φορτίο με μέτρο $4{,}00 x 10^{-8}C$ τοποθετείται στη θέση x = 0,1m, y=0. Βρείτε το μέτρο και την κατεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου στα παρακάτω σημεία: α) στην αρχή των αξόνων, β) x = 0,2m, y = 0, γ) x = 0,1m, y = 0,15m, δ) x= 0, y = 0,1m.

Λύση



α) Το πεδίο στο Ο είναι :

$$E_{O,A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{q}{(OA)^2} =$$

$$= (8{,}988 \times 10^9\, Nm^2/C^2) * \frac{4 \times 10^{-8} C}{(0{,}1m)^2} =$$

$$= 3{,}60 \times 10^4\, N/C$$

Η κατεύθυνση φαίνεται στο σχήμα, άρα:

$$\vec{E}_{O,A} = -(3{,}60 \times 10^4\, N/C)\hat{x}$$

β) Το πεδίο στο Μ είναι:

$$E_{M,A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{q}{(AM)^2} = (8{,}988 \times 10^9\, Nm^2/C^2) * \frac{4 \times 10^{-8} C}{(0{,}1m)^2} = 3{,}60 \times 10^4\, N/C$$

Η κατεύθυνση φαίνεται στο σχήμα, άρα:

$$\overrightarrow{E_{M,A}} = (3{,}60 \times 10^4\, N/C)\hat{x}$$

γ) Το πεδίο στο Π είναι :

$$E_{Π,A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{q}{(AΠ)^2}$$

Αλλά από το Πυθαγόρειο Θεώρημα έχουμε

$$(ΠA)^2 = (OA)^2 + (OΠ)^2 = (0{,}10m)^2 + (0{,}10m)^2 = 2 \times 10^{-1} m^2$$

Άρα

$$E_{Π,A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{q}{(ΠA)^2} = (8{,}988 \times 10^9\, Nm^2/C^2) * \frac{4 \times 10^{-8} C}{(0{,}2m)^2} = 1{,}80 \times 10^4\, N/C$$

Το διάνυσμα $E_{Π,Α}$ βρίσκεται πάνω στη διχοτόμο του δεύτερου τεταρτημόριο, άρα:

$$\overrightarrow{E_{Π,A}} = ((1{,}80 \times 10^4\, N/C)/\sqrt{2}) * \hat{y} - ((1{,}80 \times 10^4\, N/C)/\sqrt{2}) * \hat{x}$$

δ) Το πεδίο στο Ν είναι:

$$E_{N,A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{q}{(NA)^2}$$

ΝΑ=0,15m έτσι έχουμε:

$$E_{N,A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{q}{(NA)^2} = (8{,}988 \times 10^9\, Nm^2/C^2) * \frac{4 \times 10^{-8} C}{(0{,}15m)^2} = 1{,}60 \times 10^4\, N/C$$

Άρα

$$\overrightarrow{E_{N,A}} = (1{,}60 \times 10^4\, N/C)\hat{y}$$

Άσκηση 6 Ηλ. Πεδ.

Επίπεδο μη αγώγιμο δαχτυλίδι με εσωτερική ακτίνα R_1 και εξωτερική R_2, είναι ομοιόμορφα φορτισμένο με επιφανειακή πυκνότητα $\sigma > 0$. Α) Ποιο είναι το πεδίο Ε στο κέντρο Ρ του δακτυλίου. Β) Ποιο είναι το πεδίο Ε στο σημείο Α πάνω στον άξονα x πάνω από το κέντρο του δακτυλίου. Η ευθεία ΑΡ είναι κάθετη στο επίπεδο του δακτυλίου.