SEARS & ZEMANSKY

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΗ ΦΥΣΙΚΗ με Σύγχρονη Φυσική

3η ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΚΔΟΣΗ

Τόμος Β

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ ΟΠΤΙΚΗ - ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΦΥΣΙΚΗ

YOUNG ΚΑΙ FREEDMAN

Θ.Η. Αλεξόπουλος, ΕΜΠ
Ι.Α. Αρβανιτίδης, ΑΠΘ
Α.Α. Αργυρίου, Π. Πατρών
Ε.Α. Δρης, ΕΜΠ
Η.Σ. Ζουμπούλης, ΕΜΠ
Η.Κ. Κατσούφης, ΕΜΠ
Γ.Α. Κουρούκλης, ΑΠΘ
Κ.Ε. Παρασκευαΐδης, ΕΜΠ
Μ.Ν. Πιζάνιας, Π. Πατρών
Ι.Π. Ρίζος, Π. Ιωαννίνων
Θ.Ν. Τομαράς, Π. Κρήτης
Κ. Χριστοδουλίδης, ΕΜΠ

ΔΙΑΦΑΝΕΙΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

1. ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

ΕΠΙΛΟΓΗ, ΣΥΝΘΕΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΚΑΙ ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:
Ηλίας Κατσούφης

ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΚΟ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗΣ:
Τζένη Πάλμου

Απόδοση βιβλίου στην Ελληνική γλώσσα και Επιμέλεια (αλφαβητικά):

Θ.Η. Αλεξόπουλος, *Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

Ι.Α. Αρβανιτίδης, *Αναπλ. Καθηγητής Φυσικής του Τμήματος Φυσικής του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης*

Α.Α. Αργυρίου, *Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Πατρών*

Ε.Α. Δρης, *Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επστημών, του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

Η.Σ. Ζουμπούλης, *Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

Η.Κ. Κατσούφης, *Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

Γ.Α. Κουρούκλης, *Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής του Τμήματος Χημικών Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης*

Κ.Ε. Παρασκευαΐδης, *τ. Αναπλ. Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

Μ.Ν. Πιζάνιας, *Ομότιμος Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Πατρών*

Ι.Π. Ρίζος, *Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων*

Θ.Ν. Τομαράς, *Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Κρήτης*

Κ. Χριστοδουλίδης, *Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 26.1 ΙΣΟΔΥΝΑΜΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ

Υπολογίστε την ισοδύναμη αντίσταση του δικτυώματος στο **Σχ. 26.3a** και βρείτε το ρεύμα στον κάθε αντιστάτη. Η πηγή ΗΕΔ (emf) έχει αμελητέα εσωτερική αντίσταση.

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Το δικτύωμα αυτό των τριών αντιστατών είναι *συνδυασμός* αντιστάσεων συνδεδεμένων σε σειρά και παράλληλα, όπως στο Σχ. 26.1c. Προσδιορίζουμε την ισοδύναμη αντίσταση των παράλληλων αντιστατών 6 Ω και 3 Ω και μετά την ισοδύναμη αυτής με τον συνδεδεμένο σε σειρά αντιστάτη των 4 Ω: Αυτή είναι η ισοδύναμη αντίσταση R_{eq} του συνολικού δικτυώματος. Έπειτα βρίσκουμε το ρεύμα της πηγής ΗΕΔ (emf), που είναι το ίδιο με αυτό στον αντιστάτη των 4 Ω. Η διαφορά δυναμικού είναι η ίδια στους ακροδέκτες των παράλληλων αντιστατών των 6 Ω και 3 Ω· χρησιμοποιούμε αυτό για να προσδιορίσουμε πώς διαμοιράζεται το ρεύμα μεταξύ αυτών.

ΕΠΙΛΥΣΗ: Τα Σχ. 26.3b και 26.3c δείχνουν τα διαδοχικά βήματα για την αναγωγή του δικτυώματος σε μία μοναδική ισοδύναμη αντίσταση R_{eq}. Από την Εξ. (26.2) οι παράλληλοι αντιστάτες των 6 Ω και των 3 Ω στο Σχ. 26.3a είναι ισοδύναμες με έναν μοναδικό αντιστάτη των 2 Ω στο Σχ. 26.3b:

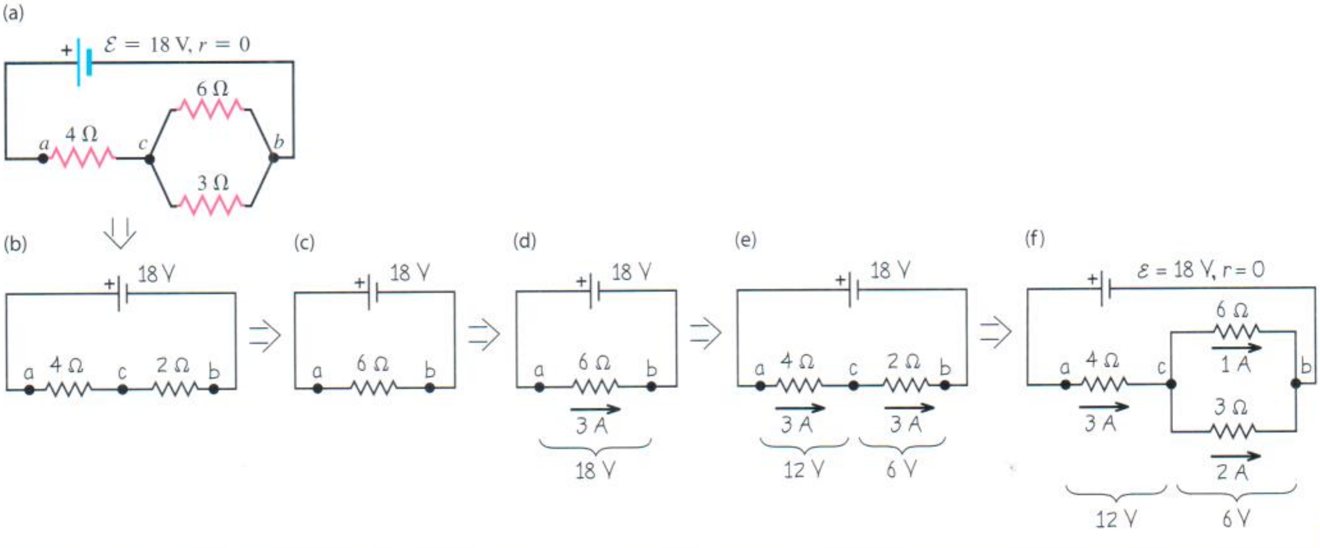
$$\frac{1}{R_{6\,\Omega+3\,\Omega}} = \frac{1}{6\ \Omega} + \frac{1}{3\ \Omega} = \frac{1}{2\ \Omega}$$

[Η Εξ. (26.3) δίνει το ίδιο αποτέλεσμα.] Από την Εξ. (26.1), ο συνδυασμός σε σειρά του αντιστάτη των 4 Ω με αυτόν των 2 Ω είναι ισοδύναμος με τον μοναδικό αντιστάτη των 6 Ω στο Σχ. 26.3c.

Για να βρούμε το ρεύμα στον κάθε αντιστάτη του αρχικού δικτυώματος, αντιστρέφουμε τα βήματα με τα οποία κάναμε αναγωγή του δικτυώματος. Στο κύκλωμα που φαίνεται στο Σχ. 26.3d (πανομοιότυπο με το Σχ. 26.3c), το ρεύμα είναι $I = V_{ab}/R = (18\ \text{V})/(6\ \Omega) = 3\ \text{A}$. Επομένως, το ρεύμα στους αντιστάτες των 4 Ω και των 2 Ω στο Σχ. 26.3e (πανομοιότυπο με το Σχ. 26.3b) είναι επίσης 3 A. Η διαφορά δυναμικού V_{cb} στα άκρα του αντιστάτη των 2 Ω είναι $V_{cb} = IR = (3\ \text{A})(2\ \Omega) = 6\ \text{V}$. Αυτή η διαφορά δυναμικού πρέπει επίσης να είναι 6 V στο Σχ. 26.3f (όπως στο Σχ. 26.3a). Από την $I = V_{cb}/R$ βρίσκουμε ότι τα ρεύματα στους αντιστάτες των 6 Ω και 3 Ω στο Σχ. 26.3f είναι, αντίστοιχα, $(6\ \text{V})/(6\ \Omega) = 1\ \text{A}$ και $(6\ \text{V})/(3\ \Omega) = 2\ \text{A}$.

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Να σημειωθεί ότι για τους δύο αντιστάτες συνδεδεμένους παράλληλα μεταξύ των σημείων c και b στο Σχ. 26.3f διέρχεται διπλάσιο ρεύμα από τον αντιστάτη των 3 Ω απ' ό,τι από τον αντιστάτη των 6 Ω· περισσότερο ρεύμα περνά από τον κλάδο με τη μικρότερη αντίσταση, σύμφωνα με την Εξ. (26.4). Να σημειωθεί επίσης ότι το ολικό ρεύμα που διέρχεται από τους δύο αντιστάτες είναι 3 A, το ίδιο με αυτό που διέρχεται μέσω του αντιστάτη των 4 Ω μεταξύ των σημείων a και c.

26.3 Τα βήματα για την αναγωγή ενός συνδυασμού αντιστατών σε έναν ισοδύναμο αντιστάτη και η εύρεση του ρεύματος σε κάθε αντιστάτη.



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 26.2 ΣΧΕΣΗ ΣΥΝΔΥΑΣΜΩΝ ΣΕ ΣΕΙΡΑ ΚΑΙ ΠΑΡΑΛΛΗΛΑ

ΛΥΣΗ

Δύο πανομοιότυπες λάμπες πυρακτώσεως φωτισμού, καθεμία με αντίσταση R = 2 Ω, συνδέονται με πηγή με $\mathcal{E} = 8$ V και αμελητέα εσωτερική αντίσταση. Βρείτε το ρεύμα μέσα από την κάθε λάμπα, τη διαφορά δυναμικού στα άκρα της κάθε λάμπας και την ισχύ που παρέχεται στην κάθε λάμπα και σε όλο το κύκλωμα αν οι λάμπες συνδέονται (a) σε σειρά, και (b) παράλληλα. (c) Υποθέστε ότι μία από τις λάμπες καίγεται· δηλαδή το νήμα της κόβεται και δεν μπορεί πλέον να περάσει ρεύμα από τη λάμπα. Τι συμβαίνει στην άλλη λάμπα στην περίπτωση σύνδεσης σε σειρά; Στην περίπτωση παράλληλης σύνδεσης;

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Οι λάμπες φωτισμού είναι σαν αντιστάτες σε απλές συνδέσεις σε σειρά και παράλληλα (**Σχ. 26.4a** και Σχ. 26.4b). Αφού βρούμε το ρεύμα I που διέρχεται από κάθε λάμπα, μπορούμε να βρούμε την ισχύ που παρέχεται σε κάθε λάμπα χρησιμοποιώντας την Εξ. (25.18), $P = I^2R = V^2/R$.

ΕΠΙΛΥΣΗ: (a) Από την Εξ. (26.1) η ισοδύναμη αντίσταση των δύο λαμπτήρων μεταξύ των σημείων a και c στο Σχ. 26.4a είναι

συνεχίζεται

$R_{eq} = 2R = 2(2\ \Omega) = 4\ \Omega$. Το ρεύμα είναι το ίδιο για την καθεμία από τις λάμπες σε σειρά:

$$I = \frac{V_{ac}}{R_{eq}} = \frac{8\ \text{V}}{4\ \Omega} = 2\ \text{A}$$

Επειδή οι λάμπες έχουν την ίδια αντίσταση, η διαφορά δυναμικού είναι η ίδια στα άκρα της κάθε λάμπας:

$$V_{ab} = V_{bc} = IR = (2\ \text{A})(2\ \Omega) = 4\ \text{V}$$

Από την Εξ. (25.18), η ισχύς που παρέχεται στην κάθε λάμπα είναι

$$P = I^2R = (2\ \text{A})^2(2\ \Omega) = 8\ \text{W} \qquad \text{ή}$$

$$P = \frac{V_{ab}^2}{R} = \frac{V_{bc}^2}{R} = \frac{(4\ \text{V})^2}{2\ \Omega} = 8\ \text{W}$$

Η ολική ισχύς που παρέχεται και στις δύο λάμπες είναι $P_{tot} = 2P = 16$ W.

(b) Αν οι λάμπες είναι συνδεδεμένες παράλληλα, όπως στο Σχ. 26.4b, η διαφορά δυναμικού V_{de} στα άκρα της κάθε λάμπας είναι η ίδια και ίση με 8 V, που είναι η τάση στα άκρα της πηγής. Επομένως, το ρεύμα διαμέσου της κάθε λάμπας είναι

$$I = \frac{V_{de}}{R} = \frac{8\ \text{V}}{2\ \Omega} = 4\ \text{A}$$

και η ισχύς που παρέχεται στην κάθε λάμπα είναι

$$P = I^2R = (4\ \text{A})^2(2\ \Omega) = 32\ \text{W} \qquad \text{ή}$$

$$P = \frac{V_{de}^2}{R} = \frac{(8\ \text{V})^2}{2\ \Omega} = 32\ \text{W}$$

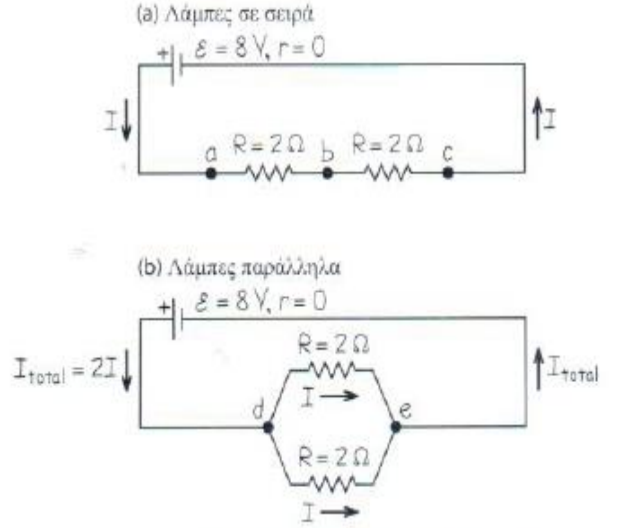
Τόσο η διαφορά δυναμικού στα άκρα της κάθε λάμπας όσο και το ρεύμα μέσω της κάθε λάμπας είναι διπλάσια εκείνων της περίπτωσης σε σειρά. Επομένως, η ισχύς που παρέχεται στην κάθε λάμπα είναι *τέσσερις* φορές μεγαλύτερη και άρα κάθε λάμπα είναι φωτεινότερη.

Η ολική ισχύς που παρέχεται στο δικτύωμα παράλληλης σύνδεσης είναι $P_{total} = 2P = 64$ W, τέσσερις φορές μεγαλύτερη της σύνδεσης σε σειρά. Η αυξημένη ισχύς σε σύγκριση με την περίπτωση σύνδεσης σε σειρά δεν επιτυγχάνεται «δωρεάν»· από την πηγή εξάγεται ενέργεια τέσσερις φορές πιο γρήγορα στην παράλληλη σύνδεση από την περίπτωση σε σειρά. Αν η πηγή είναι μια μπαταρία, θα εξαντληθεί τέσσερις φορές πιο γρήγορα.

(c) Στην περίπτωση σύνδεσης σε σειρά, το ίδιο ρεύμα περνά και από τους δύο λαμπτήρες. Αν ένας από τους λαμπτήρες «καεί», δεν θα υπάρχει καθόλου ρεύμα στο κύκλωμα και καμία λάμπα δεν θα φωτοβολεί.

Στην περίπτωση παράλληλης σύνδεσης, η διαφορά δυναμικού στα άκρα κάθε λάμπας παραμένει αμετάβλητη αν «καεί» μία

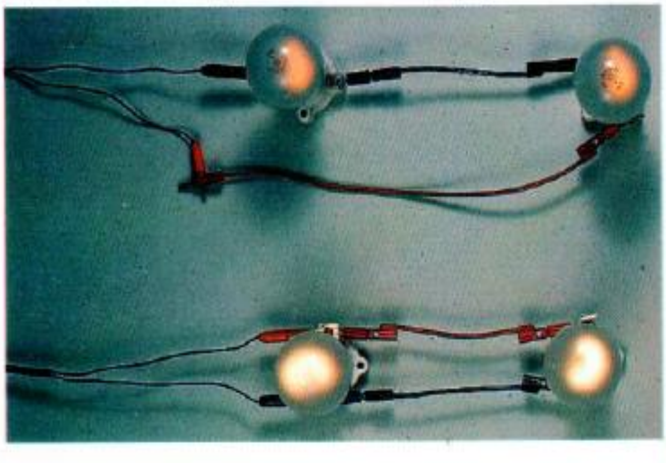
26.4 Τα σκίτσα μας γι' αυτό το πρόβλημα.



από τις λάμπες. Το ρεύμα διαμέσου της λάμπας που λειτουργεί και η ισχύς που παρέχεται σε αυτήν είναι αμετάβλητα.

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Οι υπολογισμοί μας δεν είναι απόλυτα ακριβείς διότι η αντίσταση $R = V/I$ των πραγματικών λαμπτήρων εξαρτάται από τη διαφορά δυναμικού V στα άκρα της λάμπας. Εξαιτίας αυτού, η αντίσταση του νήματος πυρακτώσεως αυξάνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας λειτουργίας και επομένως με την αύξηση του V. Όμως, λάμπες συνδεδεμένες σε σειρά στα άκρα μιας πηγής φωτίζουν λιγότερο λαμπρά στην πραγματικότητα απ' ό,τι όταν συνδέονται παράλληλα στα άκρα της ίδιας πηγής (**Σχ. 26.5**).

26.5 Όταν συνδέονται στην ίδια πηγή, δύο λάμπες πυρακτώσεως σε σειρά (φαίνονται στο πάνω μέρος) καταναλώνουν λιγότερη ισχύ και φωτίζουν λιγότερο λαμπρά απ' ό,τι όταν είναι σε παράλληλη σύνδεση (φαίνονται στο κάτω μέρος).



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 26.3 ΚΥΚΛΩΜΑ ΜΟΝΑΔΙΚΟΥ ΒΡΟΧΟΥ

Το κύκλωμα που φαίνεται στο **Σχ. 26.10a** περιλαμβάνει δύο μπαταρίες, η καθεμιά με κάποια ΗΕΔ (emf), εσωτερική αντίσταση και δύο αντιστάτες. Βρείτε (a) το ρεύμα του κυκλώματος, (b) τη διαφορά δυναμικού *Vab*, και (c) την ισχύ εξόδου της ΗΕΔ (emf) κάθε μπαταρίας.

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Αυτό το κύκλωμα μοναδικού βρόχου δεν έχει κόμβους, επομένως δεν χρειαζόμαστε τον κανόνα των κόμβων του Kirchhoff. Για να εφαρμόσουμε τον κανόνα των βρόχων, πρώτα υποθέτουμε μια φορά για το ρεύμα· ας υποθέσουμε ότι η φορά είναι αντίθετη από αυτήν των δεικτών του ρολογιού, όπως φαίνεται στο Σχ. 26.10a.

ΕΠΙΛΥΣΗ: (a) Καθώς ξεκινάμε από το a και πηγαίνουμε αντίθετα από τους δείκτες του ρολογιού, προσθέτουμε αυξήσεις και μειώσεις δυναμικού και εξισώνουμε το άθροισμα με μηδέν, όπως στην Εξ. (26.6):

$$-I(4\ \Omega) - 4\ \text{V} - I(7\ \Omega) + 12\ \text{V} - I(2\ \Omega) - I(3\ \Omega) = 0$$

Λύνουμε ως προς I και βρίσκουμε

$$8\ \text{V} = I(16\ \Omega) \quad \text{και} \quad I = 0{,}5\ \text{A}$$

Το I βρίσκεται να είναι θετικό, πράγμα που δείχνει ότι η υπόθεσή μας για τη φορά του ρεύματος είναι σωστή.

(b) Για να βρούμε το V_{ab}, δηλαδή το δυναμικό του a ως προς το b, αρχίζουμε από το b και προσθέτουμε μεταβολές δυναμικών καθώς πηγαίνουμε προς το a. Υπάρχουν δύο εναλλακτικές διαδρομές από το b προς το a· παίρνοντας την κάτω διαδρομή βρίσκουμε

$$V_{ab} = (0{,}5\ \text{A})(7\ \Omega) + 4\ \text{V} + (0{,}5\ \text{A})(4\ \Omega) = 9{,}5\ \text{V}$$

Το σημείο a βρίσκεται σε υψηλότερο δυναμικό από το b κατά 9,5 V. Όλοι οι όροι σε αυτό το άθροισμα, συμπεριλαμβανομένων των όρων IR, είναι θετικοί διότι ο καθένας αντιπροσωπεύει μιαν *αύξηση* σε δυναμικό καθώς πάμε από το b προς το a. Αν χρησιμοποιήσουμε την πάνω διαδρομή:

$$V_{ab} = 12\ \text{V} - (0{,}5\ \text{A})(2\ \Omega) - (0{,}5\ \text{A})(3\ \Omega) = 9{,}5\ \text{V}$$

Εδώ οι όροι IR είναι αρνητικοί διότι η διαδρομή είναι κατά τη φορά του ρεύματος, με μειώσεις δυναμικού διαμέσου των αντιστατών. Τα αποτελέσματα για το V_{ab} είναι τα ίδια και για τις δύο διαδρομές, όπως πρέπει να είναι ώστε η ολική μεταβολή δυναμικού γύρω από έναν πλήρη βρόχο να είναι μηδέν.

(c) Η ισχύς εξόδου της ΗΕΔ για τις μπαταρίες των 12 V και 4 V αντίστοιχα είναι:

$$P_{12V} = \mathcal{E}I = (12\ \text{V})(0{,}5\ \text{A}) = 6\ \text{W}$$

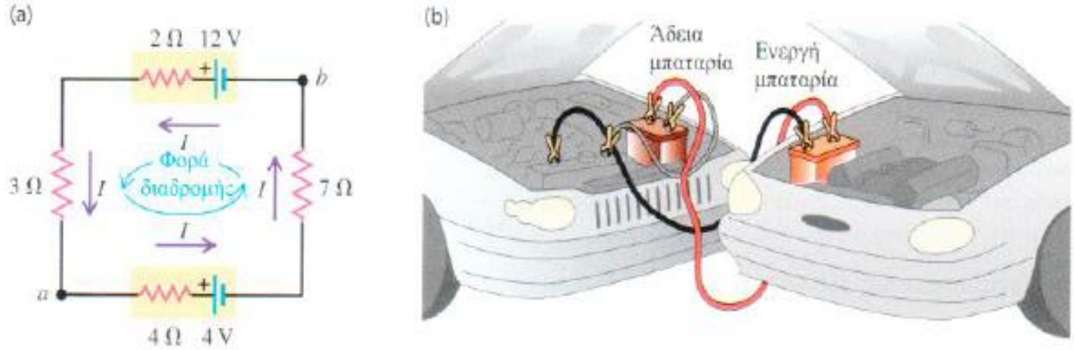
$$P_{4V} = \mathcal{E}I = (-4\ \text{V})(0{,}5\ \text{A}) = -2\ \text{W}$$

Το αρνητικό πρόσημο της $\mathcal{E}$ για την μπαταρία των 4 V εμφανίζεται διότι η πραγματική ροή του ρεύματος μέσα στην μπαταρία είναι από την πλευρά με το υψηλότερο δυναμικό προς την πλευρά με το χαμηλότερο δυναμικό. Η αρνητική τιμή του P σημαίνει ότι *αποθηκεύουμε* ενέργεια στην μπαταρία· η μπαταρία των 12 V *επαναφορτίζεται* (εάν είναι πράγματι επαναφορτιζόμενη· ειδάλλως την καταστρέφουμε).

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Εφαρμόζοντας την έκφραση $P = I^2R$ για καθένα από τους τέσσερις αντιστάτες στο Σχ. 26.10a, μπορείτε να δείξετε ότι η ολική ισχύς που καταναλώνεται και στους τέσσερις αντιστάτες είναι 4 W. Από τα 6 W που παρέχει η ΗΕΔ της μπαταρίας των 12 V, 2 W αποθηκεύονται ως ενέργεια στην μπαταρία των 4 V και 4 W καταναλώνονται στους αντιστάτες.

συνεχίζεται

26.10 (a) Σε αυτό το παράδειγμα κινούμαστε γύρω από τον βρόχο κατά την ίδια φορά με αυτήν που υποθέσαμε για το ρεύμα, επομένως όλοι οι όροι IR είναι αρνητικοί. Το δυναμικό μειώνεται καθώς κινούμαστε από το + προς το − διαμέσου της ΗΕΔ στο κάτω μέρος, αλλά αυξάνεται καθώς κινούμαστε από το − προς το + διαμέσου της ΗΕΔ στο πάνω μέρος. (b) Ένα πραγματικό παράδειγμα κυκλώματος αυτού του είδους.



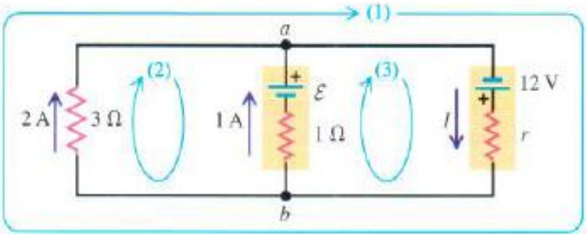
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 26.4 ΦΟΡΤΙΣΗ ΜΠΑΤΑΡΙΑΣ

Στο κύκλωμα που φαίνεται στο **Σχ. 26.11**, ένα τροφοδοτικό ισχύος 12 V με άγνωστη εσωτερική αντίσταση r είναι συνδεδεμένο με μια αποφορτισμένη επαναφορτιζόμενη μπαταρία άγνωστης ΗΕΔ $\mathcal{E}$ και εσωτερικής αντίστασης 1 Ω και με λαμπτήρα ένδειξης που έχει αντίσταση 3 Ω και διαρρέεται από ρεύμα 2 Α. Το ρεύμα μέσω της αποφορτισμένης μπαταρίας είναι 1 Α με φορά όπως φαίνεται στο σχήμα. Βρείτε την εσωτερική αντίσταση r, την ΗΕΔ $\mathcal{E}$ και το ρεύμα I που διαρρέει το τροφοδοτικό ισχύος.

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Αυτό το κύκλωμα έχει παραπάνω από έναν βρόχο, επομένως πρέπει να εφαρμόσουμε και τον κανόνα των κόμβων και τον κανόνα των βρόχων. Υποθέτουμε ότι η φορά του ρεύματος διαμέσου του τροφοδοτικού ισχύος 12 V και η πολικότητα της αποφορτισμένης μπαταρίας είναι όπως αυτά φαίνονται στο Σχ. 26.11. Έχουμε να βρούμε τρεις αγνώστους, επομένως χρειαζόμαστε τρεις εξισώσεις.

26.11 Σε αυτό το κύκλωμα ένα τροφοδοτικό ισχύος φορτίζει μια αποφορτισμένη μπαταρία και ανάβει ένα λαμπτήρα. Έχει γίνει μια υπόθεση για την πολικότητα της ΗΕΔ $\mathcal{E}$ της αποφορτισμένης μπαταρίας· αυτή η υπόθεση είναι σωστή;



ΕΠΙΛΥΣΗ: Εφαρμόζουμε τον κανόνα των κόμβων, Εξ. (26.5), στο σημείο a:

$$-I + 1\ \text{A} + 2\ \text{A} = 0 \qquad \text{οπότε} \qquad I = 3\ \text{A}$$

Για τον προσδιορισμό του r εφαρμόζουμε τον κανόνα των βρόχων, Εξ. (26.6), στον μεγάλο εξωτερικό βρόχο που σημειώνεται με (1):

$$12\ \text{V} - (3\ \text{A})r - (2\ \text{A})(3\ \Omega) = 0 \qquad \text{οπότε} \qquad r = 2\ \Omega$$

Για τον προσδιορισμό του $\mathcal{E}$ εφαρμόζουμε τον κανόνα των βρόχων στον βρόχο (2):

$$-\mathcal{E} + (1\ \text{A})(1\ \Omega) - (2\ \text{A})(3\ \Omega) = 0 \qquad \text{οπότε} \qquad \mathcal{E} = -5\ \text{V}$$

Η αρνητική τιμή του $\mathcal{E}$ δείχνει ότι η πραγματική πολικότητα της ΗΕΔ είναι αντίθετη με αυτήν που υποθέσαμε στο Σχ. 26.11. Όπως στο Παράδ. 26.3, η μπαταρία επαναφορτίζεται.

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Προσπαθήστε να εφαρμόσετε τον κανόνα των κόμβων στο σημείο b αντί για το σημείο a και αυτήν τη φορά αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού γύρω από τον βρόχο (1). Θα καταλήξετε στα ίδια αποτελέσματα για το I και το r. Μπορούμε να ελέγξουμε το αποτέλεσμά μας για το $\mathcal{E}$ χρησιμοποιώντας τον βρόχο (3):

$$12\ \text{V} - (3\ \text{A})(2\ \Omega) - (1\ \text{A})(1\ \Omega) + \mathcal{E} = 0$$

από όπου βρίσκουμε ξανά ότι $\mathcal{E} = -5$ V.

Ως έναν επιπλέον έλεγχο, παρατηρούμε ότι $V_{ba} = V_b - V_a$ που ισούται με την τάση στα άκρα της αντίστασης των 3 Ω, που είναι (2 A)(3 Ω) = 6 V. Πηγαίνοντας από το a στο b κινούμενοι στον δεξιό κλάδο, συναντούμε διαφορές δυναμικού +12 V – (3 A)(2 Ω) = +6 V, και πηγαίνοντας κατά μήκος του μεσαίου κλάδου βρίσκουμε –(–5 V) + (1 A)(1 Ω) = +6 V. Οι τρεις τρόποι εύρεσης του V_{ba} δίνουν τα ίδια αποτελέσματα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 26.5 ΙΣΧΥΣ ΣΕ ΚΥΚΛΩΜΑ ΦΟΡΤΙΣΗΣ ΜΠΑΤΑΡΙΑΣ

Στο κύκλωμα του Παραδ. 26.4 (που φαίνεται στο Σχ. 26.11) βρείτε την ισχύ που παρέχεται από το τροφοδοτικό των 12 V και αποθηκεύεται στην μπαταρία που επαναφορτίζεται καθώς και την ισχύ που καταναλώνεται από τον κάθε αντιστάτη.

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Χρησιμοποιούμε τα αποτελέσματα του Εδ. 25.5, στο οποίο βρήκαμε ότι η ισχύς που παρέχεται *από* μια ΗΕΔ σε ένα κύκλωμα είναι $\mathcal{E}I$ και η ισχύς που παρέχεται *σε* έναν αντιστάτη από ένα κύκλωμα είναι $V_{ab} = I^2R$. Γνωρίζουμε τις τιμές όλων των σχετικών ποσοτήτων από το Παράδ. 26.4.

ΕΠΙΛΥΣΗ: Η ισχύς εξόδου από την ΗΕΔ του τροφοδοτικού είναι

$$P_{\text{supply}} = \mathcal{E}_{\text{supply}} I_{\text{supply}} = (12\ \text{V})(3\ \text{A}) = 36\ \text{W}$$

Η ισχύς που καταναλώνεται στην εσωτερική αντίσταση r του τροφοδοτικού είναι

$$P_{r-\text{supply}} = I_{\text{supply}}{}^2 r_{\text{supply}} = (3\ \text{A})^2(2\ \Omega) = 18\ \text{W}$$

επομένως η καθαρή ισχύς εξόδου του τροφοδοτικού είναι $P_{\text{net}} = 36\ \text{W} - 18\ \text{W} = 18\ \text{W}$. Εναλλακτικά, από το Παράδ. 26.4 η τάση στα άκρα της μπαταρίας είναι $V_{ba} = 6$ V, άρα η καθαρή ισχύς εξόδου είναι

$$P_{\text{net}} = V_{ba} I_{\text{supply}} = (6\ \text{V})(3\ \text{A}) = 18\ \text{W}$$

Η ισχύς εξόδου της ΗΕΔ $\mathcal{E}$ της μπαταρίας που φορτίζεται είναι

$$P_{\text{emf}} = \mathcal{E} I_{\text{battery}} = (-5\ \text{V})(1\ \text{A}) = -5\ \text{W}$$

συνεχίζεται

Αυτή είναι αρνητική διότι το ρεύμα του 1 A περνά από την μπαταρία από την πλευρά του υψηλότερου δυναμικού προς τη πλευρά του χαμηλότερου δυναμικού. (Όπως είπαμε στο Παράδ. 26.4, η πολικότητα που υποθέσαμε γι' αυτήν την μπαταρία στο Σχ. 26.11 ήταν λάθος.) Στην μπαταρία, καθώς φορτίζεται, αποθηκεύεται ενέργεια. Επιπλέον ισχύς καταναλώνεται στην εσωτερική αντίσταση της μπαταρίας· αυτή η ισχύς είναι

$$P_{r\text{-battery}} = I_{\text{battery}}^{2} r_{\text{battery}} = (1\ \text{A})^2(1\ \Omega) = 1\ \text{W}$$

Η ολική ισχύς εισόδου της μπαταρίας είναι επομένως

$$1\ \text{W} + |-5\ \text{W}| = 6\ \text{W}.$$

Από αυτήν, τα 5 W αντιπροσωπεύουν τη χρήσιμη ισχύ που αποθηκεύεται στην μπαταρία· η υπόλοιπη καταναλώνεται στην εσωτερική της αντίσταση.

Η ισχύς που καταναλώνεται στον λαμπτήρα πυρακτώσεως είναι

$$P_{\text{bulb}} = I_{\text{bulb}}^{2} R_{\text{bulb}} = (2\ \text{A})^2(3\ \Omega) = 12\ \text{W}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Ως έλεγχο, σημειώστε ότι όλη η ισχύς του τροφοδοτικού έχει ληφθεί υπόψη στους υπολογισμούς. Από την καθαρή ισχύ των 18 W από το τροφοδοτικό, 5 W πάνε στη φόρτιση της μπαταρίας, 1 W καταναλώνεται στην εσωτερική αντίσταση της μπαταρίας και 12 W καταναλώνονται στη λάμπα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 26.6 ΕΝΑ ΣΥΝΘΕΤΟ ΔΙΚΤΥΩΜΑ

Το **Σχ. 26.12** δείχνει ένα κύκλωμα «γέφυρας» του είδους που περιγράφτηκε στην αρχή αυτού του εδαφίου (δείτε Σχ. 26.6b). Βρείτε το ρεύμα στον κάθε αντιστάτη και την ισοδύναμη αντίσταση του δικτυώματος των πέντε αντιστατών.

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Αυτό το δικτύωμα δεν αποτελεί συνδυασμό σύνδεσης σε σειρά ή σύνδεσης παράλληλα. Ως εκ τούτου, πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τους κανόνες του Kirchhoff για να βρούμε τις τιμές των ζητούμενων μεταβλητών. Υπάρχουν πέντε άγνωστα ρεύματα, όμως εφαρμόζοντας τον κανόνα των κόμβων στους κόμβους a και b, μπορούμε να τα εκφράσουμε ως προς τα τρία άγνωστα ρεύματα I_1, I_2 και I_3, όπως φαίνεται στο Σχ. 26.12.

ΕΠΙΛΥΣΗ: Εφαρμόζουμε τον κανόνα των βρόχων στους τρεις βρόχους που φαίνονται, οπότε καταλήγουμε στις ακόλουθες τρεις εξισώσεις:

$$13\ \text{V} - I_1(1\ \Omega) - (I_1 - I_3)(1\ \Omega) = 0 \qquad (1)$$

$$-I_2(1\ \Omega) - (I_2 + I_3)(2\ \Omega) + 13\ \text{V} = 0 \qquad (2)$$

$$-I_1(1\ \Omega) - I_3(1\ \Omega) + I_2(1\ \Omega) = 0 \qquad (3)$$

Ένας τρόπος προκειμένου να επιλύσουμε αυτό το σύστημα εξισώσεων είναι να λύσουμε την Εξ. (3) ως προς το ρεύμα I_2, βρίσκοντας $I_2 = I_1 + I_3$ και έπειτα να αντικαταστήσουμε αυτήν την έκφραση στην Εξ. (2) για να απαλείψουμε το I_2. Στη συνέχεια έχουμε:

$$13\ \text{V} = I_1(2\ \Omega) - I_3(1\ \Omega) \qquad (1')$$

$$13\ \text{V} = I_1(3\ \Omega) + I_3(5\ \Omega) \qquad (2')$$

Τώρα μπορούμε να απαλείψουμε το I_3 πολλαπλασιάζοντας την Εξ. (1΄) επί 5 και προσθέτοντας τις δύο εξισώσεις. Βρίσκουμε:

$$78\ \text{V} = I_1(13\ \Omega) \qquad I_1 = 6\ \text{A}$$

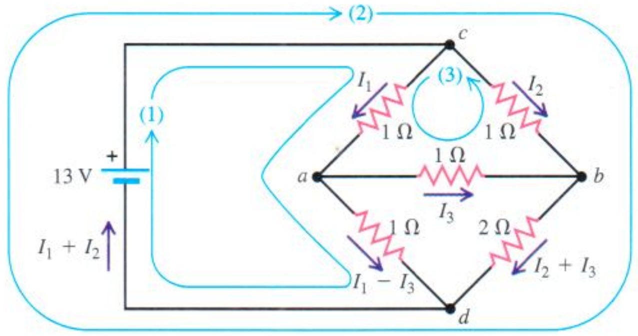
Αντικαθιστούμε αυτήν την τιμή στην Εξ. (1΄) και βρίσκουμε ότι $I_3 = -1$ A και από την Εξ. (3) βρίσκουμε ότι $I_2 = 5$ A. Η αρνητική τιμή του ρεύματος I_3 μας λέει ότι η φορά του είναι αντίθετη από αυτήν που υποθέσαμε.

Το ολικό ρεύμα που διαρρέει το δικτύωμα είναι $I_1 + I_2 = 11$ A και η πτώση δυναμικού στα άκρα του ισούται με την ΗΕΔ της μπαταρίας, δηλαδή 13 V. Η ισοδύναμη αντίσταση του δικτυώματος είναι επομένως:

$$R_{\text{eq}} = \frac{13\ \text{V}}{11\ \text{A}} = 1{,}2\ \Omega$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Μπορείτε να ελέγξετε τα αποτελέσματα των I_1, I_2 και I_3 αντικαθιστώντας τις τιμές τους στις Εξ. (1)-(3). Τι βρίσκετε;

26.12 Ένα κύκλωμα δικτυώματος με αρκετούς αντιστάτες.



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 26.7 ΔΙΑΦΟΡΑ ΔΥΝΑΜΙΚΟΥ ΣΕ ΣΥΝΘΕΤΟ ΔΙΚΤΥΩΜΑ

Στο κύκλωμα του Παραδ. 26.6 (Σχ. 26.12), βρείτε τη διαφορά δυναμικού V_{ab}.

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Η ζητούμενη μεταβλητή $V_{ab} = V_a - V_b$ είναι το δυναμικό στο σημείο a σε σχέση με το σημείο b. Για να το βρούμε, ξεκινάμε στο σημείο b και ακολουθούμε μια διαδρομή προς το σημείο a, αθροίζοντας τις αυξήσεις και τις πτώσεις δυναμικού καθώς προχωράμε. Μπορούμε να ακολουθήσουμε οποιαδήποτε από αρκετές διαδρομές από το b στο a· το αποτέλεσμα πρέπει να είναι το ίδιο για κάθε διαδρομή, κάτι που μας δίνει έναν τρόπο για να ελέγξουμε το αποτέλεσμά μας.

ΕΠΙΛΥΣΗ: Η απλούστερη διαδρομή είναι αυτή που περνάει από τον κεντρικό αντιστάτη τού 1 Ω. Στο Παράδ. 26.6 βρήκαμε ότι $I_3 = -1$ A, που δείχνει ότι η πραγματική φορά του ρεύματος διαμέσου αυτού του αντιστάτη είναι από τα δεξιά στα αριστερά. Επομένως, καθώς πηγαίνουμε από το b στο a, υπάρχει μια *πτώση* δυναμικού $|I_3|R = (1\text{ A})(1\ \Omega) = 1$ V. Άρα $V_{ab} = -1$ V και το δυναμικό στο a είναι 1 V μικρότερο απ' ό,τι στο σημείο b.

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Για να ελέγξουμε το αποτέλεσμά μας, ας δοκιμάσουμε μια διαδρομή από το b στο a που περνάει από τους δύο αντιστάτες του κάτω τμήματος του δικτυώματος. Τα ρεύματα διαμέσου αυτών είναι:

$$I_2 + I_3 = 5\text{ A} + (-1\text{ A}) = 4\text{ A} \quad \text{και}$$
$$I_1 - I_3 = 6\text{ A} - (-1\text{ A}) = 7\text{ A}$$

και επομένως

$$V_{ab} = -(4\text{ A})(2\ \Omega) + (7\text{ A})(1\ \Omega) = -1\text{ V}$$

Μπορείτε να επιβεβαιώσετε αυτό το αποτέλεσμα δοκιμάζοντας και άλλες διαδρομές από το b στο a.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 26.8 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΑΜΠΕΡΟΜΕΤΡΟΥ

Πόση αντίσταση διακλάδωσης απαιτείται για να μετατρέψουμε τον μετρητή με χαρακτηριστικά 1 mA και 20 Ω που περιγράφηκε παραπάνω σε αμπερόμετρο με εύρος μετρήσεων από 0 έως 50 mA;

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Αφού ο μετρητής χρησιμοποιείται ως αμπερόμετρο, η εσωτερική του συνδεσμολογία είναι όπως απεικονίζει το Σχ. 26.15a. Η ζητούμενη μεταβλητή είναι η αντίσταση διακλάδωσης R_{sh}, την οποία θα βρούμε από την Εξ. (26.7). Το αμπερόμετρο πρέπει να μπορεί να μετρά μέγιστο ρεύμα $I_a = 50{,}0 \times 10^{-3}$ A. Η αντίσταση του πηνίου είναι $R_c = 20{,}0\ \Omega$ και ο μετρητής δείχνει απόκλιση πλήρους κλίμακας όταν το ρεύμα διαμέσου του πηνίου είναι $I_{fs} = 1{,}0 \times 10^{-3}$ A.

ΕΠΙΛΥΣΗ: Επιλύοντας την Εξ. (26.7) ως προς το R_{sh} βρίσκουμε

$$R_{sh} = \frac{I_{fs}R_c}{I_a - I_{fs}} = \frac{(1{,}00 \times 10^{-3}\text{ A})(20{,}0\ \Omega)}{50{,}0 \times 10^{-3}\text{ A} - 1{,}00 \times 10^{-3}\text{ A}}$$
$$= 0{,}408\ \Omega$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Είναι χρήσιμο να εκτιμήσουμε την ισοδύναμη αντίσταση R_{eq} του αμπερόμετρου συνολικά. Από την Εξ. (26.2),

$$R_{eq} = \left(\frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_{sh}}\right)^{-1} = \left(\frac{1}{20{,}0\ \Omega} + \frac{1}{0{,}408\ \Omega}\right)^{-1}$$
$$= 0{,}400\ \Omega$$

Η αντίσταση διακλάδωσης είναι τόσο μικρή σε σύγκριση με την αντίσταση του αμπερόμετρου ώστε η ισοδύναμη αντίσταση να είναι σχεδόν ίση με την αντίσταση διακλάδωσης. Το αποτέλεσμα είναι ένα αμπερόμετρο με μικρή ισοδύναμη αντίσταση και το επιθυμητό εύρος μέτρησης από 0 έως 50 mA. Για τη μέγιστη απόκλιση, $I = I_a = 50{,}0$ mA, το ρεύμα που διαρρέει τον αντιστάτη διακλάδωσης είναι 49,0 mA και $V_{ab} = 0{,}0200$ V. Αν το ρεύμα I είναι *μικρότερο* από 50,0 mA, το ρεύμα του πηνίου και η απόκλιση είναι αναλογικά μικρότερα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 26.9 ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΒΟΛΤΟΜΕΤΡΟΥ

Πόση αντίσταση συνδεδεμένη σε σειρά απαιτείται για να μετατρέψουμε τον παραπάνω μετρητή με χαρακτηριστικά 1,00 mA και 20,0 Ω σε ένα βολτόμετρο με περιοχή μέτρησης από 0 έως 10,0 V;

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Αφού αυτός ο μετρητής χρησιμοποιείται ως βολτόμετρο, η εσωτερική του συνδεσμολογία είναι όπως δείχνει το Σχ. 26.15b. Η μέγιστη επιτρεπόμενη τάση στα άκρα του βολτόμετρου είναι $V_V = 10{,}0$ V. Θέλουμε να συμβαίνει αυτό όταν το ρεύμα στο πηνίο είναι $I_{fs} = 1{,}00 \times 10^{-3}$ A. Η ζητούμενη μεταβλητή είναι η αντίσταση σε σειρά R_s, την οποία βρίσκουμε από την Εξ. (26.8).

ΕΠΙΛΥΣΗ: Από την Εξ. (26.8),

$$R_s = \frac{V_V}{I_{fs}} - R_c = \frac{10{,}0 \text{ V}}{0{,}00100 \text{ A}} - 20{,}0\ \Omega = 9980\ \Omega$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Για μέγιστη απόκλιση $V_{ab} = 10{,}0$ V, η τάση στα άκρα του μετρητή είναι 0,0200 V, η τάση στα άκρα της R_s είναι 9,98 V και το ρεύμα που διέρχεται από το βολτόμετρο είναι 0,00100 A. Το μεγαλύτερο μέρος της τάσης εμφανίζεται στα άκρα του αντιστάτη σε σειρά. Η ισοδύναμη αντίσταση του βολτόμετρου είναι η επιθυμητά υψηλή $R_{eq} = 20{,}0\ \Omega + 9980\ \Omega = 10\,000\ \Omega$. Ένας τέτοιος μετρητής ονομάζεται «μετρητής των 1000 Ω-ανά-βολτ», χαρακτηρισμός που αναφέρεται στο πηλίκο της αντίστασης προς την απόκλιση πλήρους κλίμακας. Σε κανονική λειτουργία το ρεύμα διαμέσου του υπό μέτρηση στοιχείου του κυκλώματος (στο Σχ. 26.15b είναι το I) είναι πολύ μεγαλύτερο από 0,00100 A και η αντίσταση μεταξύ των σημείων a και b του κυκλώματος είναι πολύ μικρότερη από 10 000 Ω. Το βολτόμετρο τραβάει μόνο ένα μικρό κλάσμα του ρεύματος και επομένως διαταράσσει ελάχιστα το κύκλωμα στο οποίο γίνεται η μέτρηση.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 26.10 ΜΕΤΡΗΣΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ Ι

Το βολτόμετρο στο κύκλωμα του Σχ. 26.16a δείχνει 12,0 V και το αμπερόμετρο δείχνει 0,100 A. Οι αντιστάσεις των οργάνων είναι $R_V = 10\,000\ \Omega$ (για το βολτόμετρο) και $R_A = 2{,}00\ \Omega$ (για το αμπερόμετρο). Πόση είναι η αντίσταση R και η ισχύς που καταναλώνεται στον αντιστάτη;

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Το αμπερόμετρο μετράει το ρεύμα $I = 0{,}100$ A μέσω του αντιστάτη και το βολτόμετρο μετράει τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων a και c. Αν το αμπερόμετρο ήταν *ιδανικό* (δηλαδή, αν $R_A = 0$), η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων b και c θα ήταν μηδενική, η μέτρηση $V = 12{,}0$ V του βολτόμετρου θα ήταν ίση με τη διαφορά δυναμικού V_{ab} στα άκρα του αντιστάτη και η αντίσταση θα ήταν ίση με $R = V/I = (12{,}0\ \text{V})/(0{,}100\ \text{A}) = 120\ \Omega$. Όμως, το αμπερόμετρο *δεν* είναι ιδανικό (η αντίστασή του είναι $R_A = 2{,}00\ \Omega$), επομένως η ένδειξη του βολτόμετρου V είναι στην πραγματικότητα το άθροισμα των διαφορών δυναμικού V_{bc} (στα άκρα του αμπερόμετρου) και V_{ab} (στα άκρα του αντιστάτη). Χρησιμοποιούμε τον νόμο του Ohm για να βρούμε την τάση V_{bc} δεδομένου ότι γνωρίζουμε τόσο το ρεύμα από την ένδειξη του αμπερόμετρου όσο και την αντίσταση του αμπερόμετρου. Έπειτα βρίσκουμε τα V_{ab} και R. Με αυτά γνωστά, μπορούμε να υπολογίσουμε την ισχύ P στον αντιστάτη.

ΕΠΙΛΥΣΗ: Από τον νόμο του Ohm, $V_{bc} = IR_A = (0{,}100\ \text{A})(2{,}00\ \Omega) = 0{,}200$ V και $V_{ab} = IR$. Το άθροισμα αυτών είναι $V = 12{,}0$ V, επομένως η διαφορά δυναμικού στα άκρα του αντιστάτη είναι $V_{ab} = V - V_{bc} = (12{,}0\ \text{V}) - (0{,}200\ \text{V}) = 11{,}8$ V. Άρα η αντίσταση είναι

$$R = \frac{V_{ab}}{I} = \frac{11{,}8\ \text{V}}{0{,}100\ \text{A}} = 118\ \Omega$$

Η ισχύς που καταναλώνεται στον αντιστάτη είναι

$$P = V_{ab}I = (11{,}8\ \text{V})(0{,}100\ \text{A}) = 1{,}18\ \text{W}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Μπορείτε να επιβεβαιώσετε αυτό το αποτέλεσμα για την ισχύ χρησιμοποιώντας τον άλλον τύπο $P = I^2R$. Βρίσκετε την ίδια απάντηση;

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 26.11 ΜΕΤΡΗΣΗ ΑΝΤΙΣΤΑΣΗΣ ΙΙ

Ας υποθέσουμε ότι τα μετρητικά όργανα του Παραδ. 26.10 είναι συνδεδεμένα με έναν διαφορετικό αντιστάτη στο κύκλωμα που φαίνεται στο Σχ. 26.16b και οι ενδείξεις των οργάνων που παίρνουμε είναι ίδιες όπως στο Παράδ. 26.10. Ποια είναι η τιμή της νέας αντίστασης R και ποια είναι η ισχύς που καταναλώνεται στον αντιστάτη;

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Στο Παράδ. 26.10, το αμπερόμετρο μετρούσε το πραγματικό ρεύμα διαμέσου του αντιστάτη, αλλά η ένδειξη του βολτόμετρου δεν ήταν ίδια με τη διαφορά δυναμικού στα άκρα του αντιστάτη. Τώρα, η κατάσταση έχει αντιστραφεί: η ένδειξη του βολτόμετρου $V = 12{,}0$ V είναι η πραγματική διαφορά δυναμικού V_{ab} στα άκρα του αντιστάτη, αλλά η ένδειξη του αμπερόμετρου $I_A = 0{,}100$ A *δεν* είναι ίση με το ρεύμα I διαμέσου του αντιστάτη. Εφαρμόζοντας τον κανόνα των κόμβων στο σημείο b στο Σχ. 26.16b βρίσκουμε ότι $I_A = I + I_V$, όπου I_V είναι το ρεύμα διαμέσου του βολτόμετρου. Βρίσκουμε το I_V από τα δεδομένα V και την αντίσταση R_V και χρησιμοποιούμε αυτήν την τιμή για να βρούμε το ρεύμα I του αντιστάτη. Στη συνέχεια προσδιορίζουμε την αντίσταση R από το I και την ένδειξη του βολτόμετρου και υπολογίζουμε την ισχύ όπως στο Παράδ. 26.10.

ΕΠΙΛΥΣΗ: Έχουμε $I_V = V/R_V = (12{,}0\ \text{V})/(10\,000\ \Omega) = 1{,}20$ mA. Το πραγματικό ρεύμα στον αντιστάτη είναι $I = I_A - I_V = 0{,}100\ \text{A} - 0{,}0012\ \text{A} = 0{,}0988$ A και η αντίσταση είναι

$$R = \frac{V_{ab}}{I} = \frac{12{,}0\ \text{V}}{0{,}0988\ \text{A}} = 121\ \Omega$$

Η ισχύς που καταναλώνεται στον αντιστάτη είναι

$$P = V_{ab}I = (12{,}0\ \text{V})(0{,}0988\ \text{A}) = 1{,}19\ \text{W}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Αν τα μετρητικά όργανα ήταν ιδανικά, τα αποτελέσματά μας θα ήταν $R = 12{,}0\ \text{V}/0{,}100\ \text{A} = 120\ \Omega$ και $P = VI = (12{,}0\ \text{V}) \times (0{,}100\ \text{A}) = 1{,}2$ W, τόσο εδώ όσο και στο Παράδ. 26.10. Τα πραγματικά (σωστά) αποτελέσματα δεν είναι πολύ διαφορετικά σε κάθε περίπτωση. Αυτό οφείλεται στο ότι το αμπερόμετρο και το βολτόμετρο είναι σχεδόν ιδανικά: σε σχέση με την υπό έλεγχο αντίσταση R, η αντίσταση του αμπερόμετρου R_A είναι πολύ μικρή και η αντίσταση του βολτόμετρου R_V είναι πολύ μεγάλη. Υπό αυτές τις συνθήκες, θεωρώντας τους μετρητές ιδανικούς λαμβάνουμε ιδιαίτερα καλά αποτελέσματα· ακριβείς υπολογισμοί απαιτούν εργασία όπως στα δύο αυτά παραδείγματα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 26.12 ΦΟΡΤΙΣΗ ΠΥΚΝΩΤΗ

Ένας αντιστάτης με αντίσταση 10 MΩ είναι συνδεδεμένος σε σειρά με πυκνωτή χωρητικότητας 1,0 μF και με μπαταρία ΗΕΔ 12,0 V. Πριν κλείσει ο διακόπτης τη στιγμή $t = 0$, ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος. (a) Ποια είναι η σταθερά χρόνου; (b) Τι κλάσμα του τελικού φορτίου Q_f βρίσκεται στους οπλισμούς τη στιγμή $t = 46$ s; (c) Τι κλάσμα του αρχικού ρεύματος I_0 ρέει ακόμη όταν $t = 46$ s;

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Αυτή είναι η περίπτωση που δείχνει το Σχ. 26.20, με $R = 10$ MΩ, $C = 1{,}0$ μF και $\mathcal{E} = 12{,}0$ V. Το φορτίο q και το ρεύμα i μεταβάλλονται με τον χρόνο όπως δείχνει το Σχ. 26.21. Οι ζητούμενες μεταβλητές μας είναι: (a) η σταθερά χρόνου τ, (b) ο λόγος q/Q_f όταν $t = 46$ s, και (c) ο λόγος i/I_0 όταν $t = 46$ s. Η Εξ. (26.14) δίνει το τ. Για έναν πυκνωτή που φορτίζεται, η Εξ. (26.12) δίνει το q και η Εξ. (26.13) δίνει το i.

ΕΠΙΛΥΣΗ: (a) Από την Εξ. (26.14),

$$\tau = RC = (10 \times 10^6\ \Omega)(1{,}0 \times 10^{-6}\ \mathrm{F}) = 10\ \mathrm{s}$$

(b) Από την Εξ. (26.12),

$$\frac{q}{Q_f} = 1 - e^{-t/RC} = 1 - e^{-(46\ \mathrm{s})/(10\ \mathrm{s})} = 0{,}99$$

(c) Από την Εξ. (26.13),

$$\frac{i}{I_0} = e^{-t/RC} = e^{-(46\ \mathrm{s})/(10\ \mathrm{s})} = 0{,}010$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Μετά από 4,6 σταθερές χρόνου ο πυκνωτής είναι 99 % φορτισμένος και το ρεύμα έχει μειωθεί στο 1,0 % της αρχικής του τιμής. Το κύκλωμα θα φόρτιζε πιο γρήγορα αν χρησιμοποιούσαμε μια μικρότερη αντίσταση.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 26.13 ΕΚΦΟΡΤΙΣΗ ΠΥΚΝΩΤΗ

Ο αντιστάτης και ο πυκνωτής του Παραδ. 26.12 τώρα συνδέονται όπως φαίνεται στο Σχ. 26.22. Ο πυκνωτής έχει ένα αρχικό φορτίο 5,0 μC και εκφορτίζεται κλείνοντας τον διακόπτη τη στιγμή $t = 0$. (a) Ποια στιγμή το φορτίο θα είναι 0,50 μC; (b) Ποιο είναι το ρεύμα αυτήν τη στιγμή;

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Τώρα ο πυκνωτής εκφορτίζεται, επομένως το q και το i μεταβάλλονται με τον χρόνο όπως στο Σχ. 26.23, με $Q_0 = 5{,}0 \times 10^{-6}$ C. Πάλι έχουμε $RC = \tau = 10$ s. Οι ζητούμενες μεταβλητές μας είναι: (a) η τιμή του t για την οποία $q = 0{,}50$ μC, και (b) η τιμή του i σε αυτόν τον χρόνο. Πρώτα λύνουμε την Εξ. (26.16) ως προς t και έπειτα λύνουμε την Εξ. (26.17) ως προς i.

ΕΠΙΛΥΣΗ: (a) Λύνοντας την Εξ. (26.16) ως προς τον χρόνο t βρίσκουμε

$$t = -RC \ln\frac{q}{Q_0} = -(10\ \mathrm{s}) \ln\frac{0{,}50\ \mu C}{5{,}0\ \mu C} = 23\ \mathrm{s} = 2{,}3\tau$$

(b) Από την Εξ. (26.17), με $Q_0 = 5{,}0$ μC $= 5{,}0 \times 10^{-6}$ C,

$$i = -\frac{Q_0}{RC}e^{-t/RC} = -\frac{5{,}0 \times 10^{-6}\ \mathrm{C}}{10\ \mathrm{s}}e^{-2{,}3} = -5{,}0 \times 10^{-8}\ \mathrm{A}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Το ρεύμα στο τμήμα (b) είναι αρνητικό γιατί το i, όταν ο πυκνωτής εκφορτίζεται, έχει το αντίθετο πρόσημο απ' ό,τι όταν φορτίζεται. Σημειώστε ότι θα μπορούσαμε να είχαμε αποφύγει να υπολογίσουμε το $e^{-t/RC}$ αν παρατηρούσαμε ότι κατά τη συγκεκριμένη χρονική στιγμή $q = 0{,}10Q_0$· από την Εξ. (26.16) αυτό σημαίνει ότι $e^{-t/RC} = 0{,}10$.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 26.14 ΕΝΑ ΚΥΚΛΩΜΑ ΣΤΟΝ ΧΩΡΟ ΤΗΣ ΚΟΥΖΙΝΑΣ

Μία τοστιέρα των 1800 W, μία ηλεκτρική φριτέζα των 1,3 kW και μία λάμπα των 100 W είναι συνδεδεμένες στο ίδιο κύκλωμα (γραμμή) των 10 A, 220 V. (a) Τι ρεύμα διέρχεται από την κάθε συσκευή και πόση είναι η αντίσταση κάθε συσκευής; (b) Θα κάψει την ασφάλεια των 10 A αυτός ο συνδυασμός;

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Όταν και οι τρεις συσκευές συνδεθούν στο ίδιο κύκλωμα, τότε αυτές είναι παράλληλα συνδεδεμένες. Επομένως, η τάση στην κάθε συσκευή είναι $V = 220$ V. Βρίσκουμε το ρεύμα I που διέρχεται από κάθε συσκευή χρησιμοποιώντας τη σχέση $P = VI$, όπου P είναι η ισχύς εισόδου της συσκευής. Για να βρεθεί η αντίσταση R της κάθε συσκευής, χρησιμοποιούμε τη σχέση $P = V^2/R$.

ΕΠΙΛΥΣΗ: (a) Για να απλοποιήσουμε τον υπολογισμό του ρεύματος και της αντίστασης, παρατηρούμε ότι $I = P/V$ και $R = V^2/P$. Επομένως

$I_{\text{τοστιέρα}} = 1800\text{W}/220\text{V} = 8{,}2\text{A}$ $R_{\text{τοστιέρα}} = (220\text{V})^2/1800\text{W} = 27\ \Omega$

$I_{\text{φριτέζα}} = 1300\text{W}/220\text{V} = 5{,}9\text{A}$ $R_{\text{φριτέζα}} = (220\text{V})^2/1300\text{W} = 37\ \Omega$

$I_{\text{λάμπα}}$ $100\text{W}/220\text{V} = 0{,}45\text{A}$ $R_{\text{λάμπα}} = (220\text{V})^2/100\text{W} = 484\ \Omega$

Για ίδια τάση, η συσκευή με τη *μικρότερη* αντίσταση (σε αυτήν την περίπτωση η τοστιέρα) τραβάει το μεγαλύτερο ρεύμα και δέχεται τη μεγαλύτερη ισχύ.

συνεχίζεται

(b) Το ολικό ρεύμα της γραμμής είναι το άθροισμα των ρευμάτων που τραβούν οι τρεις συσκευές:

$$I = I_{\text{τοστιέρα}} + I_{\text{φριτέζα}} + I_{\text{λάμπα}} = 8{,}2\text{A} + 5{,}9\text{A} + 0{,}45\text{A} = 15\text{A}$$

Αυτό υπερβαίνει τα 10 A της δυνατότητας της γραμμής και έτσι η ασφάλεια θα «καεί».

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Θα μπορούσαμε επίσης να βρούμε το ολικό ρεύμα χρησιμοποιώντας τη σχέση $I = P/V$ και τις ολικές ισχείς που παρέχονται προς τις τρεις συσκευές:

$$I = (P_{\text{τοστιέρα}} + P_{\text{φριτιέρα}} + P_{\text{λάμπα}})/V$$
$$= (1800\text{W} + 1300\text{W} + 100\text{W})/220\text{V} = 15\text{A}$$

Ένας τρίτος τρόπος για να υπολογίσουμε το I είναι από τη σχέση $I = V/R_{eq}$, όπου R_{eq} είναι η ισοδύναμη αντίσταση των τριών συσκευών που είναι συνδεδεμένες παράλληλα:

$$1/R_{eq} = 1/R_{\text{τοστιέρα}} + 1/R_{\text{φριτέζα}} + 1/R_{\text{λάμπα}} =$$
$$= 1/27\Omega + 1/37\Omega + 1/484\Omega = 0{,}066\ \Omega$$

οπότε $I = V/R_{eq} = 220\ \text{V} \times 0{,}066\ \Omega \simeq 15\ \text{A}$

Συσκευές με τέτοιες απαιτήσεις ρεύματος είναι συνήθεις, γι' αυτό και στις σύγχρονες κουζίνες υπάρχουν κυκλώματα (γραμμές) για ρεύμα μεγαλύτερο από 15 A. Προκειμένου τα ρεύματα να διατηρηθούν με ασφάλεια κάτω από 15 A, η τοστιέρα και η φριτέζα πρέπει να συνδέονται σε διαφορετικές γραμμές.