SEARS & ZEMANSKY

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΗ ΦΥΣΙΚΗ με Σύγχρονη Φυσική

3η ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΚΔΟΣΗ

Τόμος Β

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ ΟΠΤΙΚΗ - ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΦΥΣΙΚΗ

YOUNG ΚΑΙ FREEDMAN

Θ.Η. Αλεξόπουλος, ΕΜΠ
Ι.Α. Αρβανιτίδης, ΑΠΘ
Α.Α. Αργυρίου, Π. Πατρών
Ε.Α. Δρης, ΕΜΠ
Η.Σ. Ζουμπούλης, ΕΜΠ
Η.Κ. Κατσούφης, ΕΜΠ
Γ.Α. Κουρούκλης, ΑΠΘ
Κ.Ε. Παρασκευαΐδης, ΕΜΠ
Μ.Ν. Πιζάνιας, Π. Πατρών
Ι.Π. Ρίζος, Π. Ιωαννίνων
Θ.Ν. Τομαράς, Π. Κρήτης
Κ. Χριστοδουλίδης, ΕΜΠ

ΔΙΑΦΑΝΕΙΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

1. ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

ΕΠΙΛΟΓΗ, ΣΥΝΘΕΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΚΑΙ ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:
Ηλίας Κατσούφης

ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΚΟ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗΣ:
Τζένη Πάλμου

Απόδοση βιβλίου στην Ελληνική γλώσσα και Επιμέλεια (αλφαβητικά):

Θ.Η. Αλεξόπουλος, *Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

Ι.Α. Αρβανιτίδης, *Αναπλ. Καθηγητής Φυσικής του Τμήματος Φυσικής του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης*

Α.Α. Αργυρίου, *Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Πατρών*

Ε.Α. Δρης, *Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επστημών, του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

Η.Σ. Ζουμπούλης, *Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

Η.Κ. Κατσούφης, *Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

Γ.Α. Κουρούκλης, *Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής του Τμήματος Χημικών Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης*

Κ.Ε. Παρασκευαΐδης, *τ. Αναπλ. Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

Μ.Ν. Πιζάνιας, *Ομότιμος Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Πατρών*

Ι.Π. Ρίζος, *Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων*

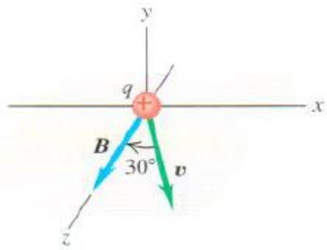
Θ.Ν. Τομαράς, *Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Κρήτης*

Κ. Χριστοδουλίδης, *Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 27.1 Η ΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΠΑΝΩ ΣΕ ΕΝΑ ΠΡΩΤΟΝΙΟ

Μια δέσμη πρωτονίων ($q = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C) κινείται με ταχύτητα $3{,}0 \times 10^5$ m/s μέσα σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο 2,0 T που έχει την κατεύθυνση του θετικού άξονα των z (**Σχ. 27.10**). Η ταχύτητα καθενός από τα πρωτόνια βρίσκεται στο επίπεδο xz και σχηματίζει γωνία 30° με τον άξονα $+z$. Βρείτε τη δύναμη που ασκείται πάνω σε ένα πρωτόνιο.

27.10 Οι κατευθύνσεις των $\boldsymbol{v}$ και $\boldsymbol{B}$ για ένα πρωτόνιο μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο.



ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Αυτό το πρόβλημα κάνει χρήση της εξίσωσης $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$. Η ζητούμενη μεταβλητή είναι η $\boldsymbol{F}$.

ΕΠΙΛΥΣΗ: Το φορτίο είναι θετικό, οπότε η δύναμη έχει την ίδια κατεύθυνση με το διανυσματικό γινόμενο $\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$. Από τον κανόνα της δεξιάς χειρός, αυτή η κατεύθυνση είναι κατά μήκος του άξονα των αρνητικών y. Το μέτρο της δύναμης, από την Εξ. (27.1), είναι

$$\begin{aligned} F &= qvB\sin\phi \\ &= (1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C})(3{,}0 \times 10^{5}\,\mathrm{m/s})(2{,}0\,\mathrm{T})(\sin 30°) \\ &= 4{,}8 \times 10^{-14}\,\mathrm{N} \end{aligned}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Για να ελέγξουμε το αποτέλεσμά μας, υπολογίζουμε τη δύναμη κάνοντας χρήση της γλώσσας των διανυσμάτων και της Εξ. (27.2). Έχουμε

$$\boldsymbol{v} = (3{,}0 \times 10^{5}\,\mathrm{m/s})(\sin 30°)\boldsymbol{i} + (3{,}0 \times 10^{5}\,\mathrm{m/s})(\cos 30°)\boldsymbol{k}$$

$$\boldsymbol{B} = (2{,}0\,\mathrm{T})\boldsymbol{k}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{F} &= q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} \\ &= (1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C})(3{,}0 \times 10^{5}\,\mathrm{m/s})(2{,}0\,\mathrm{T}) \\ &\quad \times (\sin 30°\boldsymbol{i} + \cos 30°\boldsymbol{k}) \times \boldsymbol{k} \\ &= (-4{,}8 \times 10^{-14}\,\mathrm{N})\boldsymbol{j} \end{aligned}$$

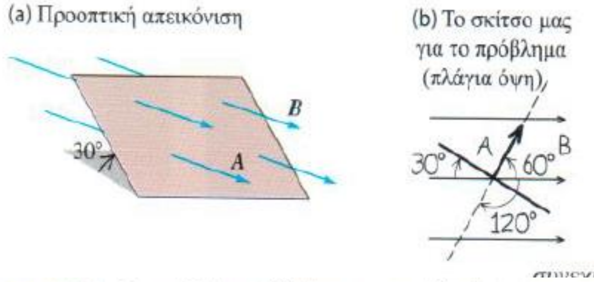
(Θυμηθείτε ότι $\boldsymbol{i} \times \boldsymbol{k} = -\boldsymbol{j}$ και $\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{k} = \boldsymbol{0}$.) Και πάλι βρίσκουμε ότι η δύναμη δρα στην κατεύθυνση των αρνητικών y και έχει μέτρο $4{,}8 \times 10^{-14}$ N.

Αν η δέσμη αποτελείται από *ηλεκτρόνια* και όχι πρωτόνια, το φορτίο είναι αρνητικό ($q = -1{,}6 \times 10^{-19}$ C) και η κατεύθυνση της δύναμης αντιστρέφεται. Η δύναμη δρα τώρα στην κατεύθυνση των *θετικών* y αλλά έχει το ίδιο μέτρο με πριν, $F = 4{,}8 \times 10^{-14}$ N.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 27.2 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ ΜΑΓΝΗΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ

Το **Σχ. 27.16a** είναι μια προοπτική απεικόνιση μιας επίπεδης επιφάνειας A με εμβαδόν 3,0 cm² μέσα σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο $\boldsymbol{B}$. Η μαγνητική ροή μέσα από αυτήν την επιφάνεια είναι +0,90 mWb. Βρείτε το μέτρο του μαγνητικού πεδίου και την κατεύθυνση του διανύσματος της επιφάνειας $\boldsymbol{A}$.

27.16 (a) Μια επίπεδη επιφάνεια A μέσα σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο $\boldsymbol{B}$. (b) Το διάνυσμα της επιφάνειας $\boldsymbol{A}$ σχηματίζει μια γωνία $\phi = 60°$ με το $\boldsymbol{B}$. (Αν είχαμε επιλέξει το $\boldsymbol{A}$ προς την αντίθετη κατεύθυνση, η ϕ θα ήταν 120° και η μαγνητική ροή θα ήταν αρνητική.)



συνεχίζεται

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Οι ζητούμενες μεταβλητές είναι το μέτρο B του πεδίου και η κατεύθυνση του διανύσματος της επιφάνειας. Επειδή το $\boldsymbol{B}$ είναι ομογενές, τα B και ϕ έχουν τις ίδιες τιμές σε όλα τα σημεία της επιφάνειας. Μπορούμε, επομένως, να χρησιμοποιήσουμε την Εξ. (27.7), $\Phi_B = BA\cos\phi$.

ΕΠΙΛΥΣΗ: Το εμβαδόν A είναι ίσο με $3{,}0 \times 10^{-4}$ m²· η κατεύθυνση της $\boldsymbol{A}$ είναι κάθετη στην επιφάνεια, οπότε η ϕ θα μπορούσε να είναι είτε 60° είτε 120°. Όμως, τα Φ_B, B και A είναι όλα θετικά, και έτσι και το $\cos\phi$ πρέπει να είναι θετικό. Αυτό αποκλείει την τιμή 120° και επομένως $\phi = 60°$ (Σχ. 27.16b). Βρίσκουμε έτσι

$$B = \frac{\Phi_B}{A\cos\phi} = \frac{0{,}90 \times 10^{-3}\,\mathrm{Wb}}{(3{,}0 \times 10^{-4}\,\mathrm{m}^2)(\cos 60°)} = 6{,}0\,\mathrm{T}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Σε πολλά προβλήματα μας ζητείται να υπολογίσουμε τη ροή ενός δεδομένου μαγνητικού πεδίου μέσα από μια επιφάνεια. Αυτό το παράδειγμα είναι κάπως διαφορετικό: Ελέγχει την κατανόησή μας του ορισμού της μαγνητικής ροής.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 27.3 ΚΙΝΗΣΗ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΩΝ ΣΕ ΕΝΑ ΜΑΓΝΗΤΡΟΝ

Ένα μάγνητρο σε έναν φούρνο μικροκυμάτων εκπέμπει ηλεκτρομαγνητικά κύματα με συχνότητα $f = 2450$ MHz. Ποιας έντασης μαγνητικό πεδίο απαιτείται για να κινούνται τα ηλεκτρόνια σε κυκλικές τροχιές με αυτήν τη συχνότητα;

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Το πρόβλημα αναφέρεται σε κυκλική κίνηση όπως φαίνεται στο Σχ. 27.17a. Χρησιμοποιούμε την Εξ. (27.12) για να λύσουμε ως προς το μέτρο B του πεδίου.

ΕΠΙΛΥΣΗ: Η γωνιακή συχνότητα που αντιστοιχεί στη συχνότητα f είναι $\omega = 2\pi f = (2\pi)(2450 \times 10^6\ \mathrm{s^{-1}}) = 1{,}54 \times 10^{10}\ \mathrm{s^{-1}}$. Τότε από την Εξ. (27.12),

$$B = \frac{m\omega}{|q|} = \frac{(9{,}11 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg})(1{,}54 \times 10^{10}\ \mathrm{s^{-1}})}{1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}} = 0{,}0877\ \mathrm{T}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Αυτό είναι ένα μέτριας έντασης μαγνητικό πεδίο, που παράγεται εύκολα με έναν μόνιμο μαγνήτη. Επί τη ευκαιρία, τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα με συχνότητα 2450 MHz απορροφώνται έντονα από τα μόρια του νερού, και είναι ιδιαιτέρως χρήσιμα στο ζέσταμα και ψήσιμο φαγητών.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 27.4 ΕΛΙΚΟΕΙΔΗΣ ΚΙΝΗΣΗ ΣΩΜΑΤΙΟΥ ΜΕΣΑ ΣΕ ΕΝΑ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Σε μια κατάσταση όμοια με αυτήν του Σχ. 27.18, το φορτισμένο σωματίδιο είναι ένα πρωτόνιο ($q = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C, $m = 1{,}67 \times 10^{-27}$ kg) και το ομοιογενές μαγνητικό πεδίο έχει κατεύθυνση κατά μήκος του άξονα των x και μέτρο 0,500 T. Τη στιγμή $t = 0$ η ταχύτητα του πρωτονίου έχει συνιστώσες $v_x = 1{,}50 \times 10^5$ m/s, $v_y = 0$ και $v_z = 2{,}00 \times 10^5$ m/s. Μόνο η μαγνητική δύναμη δρα πάνω στο πρωτόνιο. (a) Βρείτε τη δύναμη που ασκείται πάνω στο πρωτόνιο και την επιτάχυνσή του τη χρονική στιγμή $t = 0$. (b) Βρείτε την ακτίνα της προκύπτουσας ελικοειδούς τροχιάς, τη γωνιακή ταχύτητα του πρωτονίου και το *βήμα* της έλικας (την απόσταση κατά την οποία μετατοπίζεται το πρωτόνιο κατά μήκος του άξονα της έλικας ανά περιφορά).

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Η μαγνητική δύναμη είναι $\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$· ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα δίνει την επιτάχυνση. Επειδή η $\boldsymbol{F}$ είναι κάθετη στη $\boldsymbol{v}$, η ταχύτητα του πρωτονίου δεν μεταβάλλεται. Επομένως, η ακτίνα της ελικοειδούς τροχιάς είναι ακριβώς όπως δίνεται από την Εξ. (27.11) για την κυκλική κίνηση, αν αντικαταστήσουμε τη v με τη συνιστώσα της ταχύτητας που είναι κάθετη στο $\boldsymbol{B}$. Η Εξ. (27.12) δίνει τη γωνιακή ταχύτητα ω, η οποία με τη σειρά της δίνει τον χρόνο T που απαιτείται για μια πλήρη τροχιά (την *περίοδο*). Με δεδομένη τη συνιστώσα της ταχύτητας παράλληλα προς το μαγνητικό πεδίο, μπορούμε να βρούμε το βήμα της έλικας.

ΕΠΙΛΥΣΗ: (a) Με $\boldsymbol{B} = B\boldsymbol{i}$ και $\boldsymbol{v} = v_x\boldsymbol{i} + v_z\boldsymbol{k}$, η Εξ. (27.2) δίνει

$$\begin{aligned}\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B} &= q(v_x\boldsymbol{i} + v_z\boldsymbol{k}) \times B\boldsymbol{i} = qv_zB\boldsymbol{j} \\ &= (1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C})(2{,}00 \times 10^5\ \mathrm{m/s})(0{,}500\ \mathrm{T})\boldsymbol{j} \\ &= (1{,}60 \times 10^{-14}\ \mathrm{N})\boldsymbol{j}\end{aligned}$$

(Θυμηθείτε ότι $\boldsymbol{i} \times \boldsymbol{i} = \boldsymbol{0}$ και $\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{i} = \boldsymbol{j}$.) Η προκύπτουσα επιτάχυνση είναι

$$\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{F}}{m} = \frac{1{,}60 \times 10^{-14}\ \mathrm{N}}{1{,}67 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}}\boldsymbol{j} = (9{,}58 \times 10^{12}\ \mathrm{m/s^2})\boldsymbol{j}$$

(b) Επειδή $v_y = 0$, η συνιστώσα της ταχύτητας που είναι κάθετη στο $\boldsymbol{B}$ είναι η v_z και έτσι από την Εξ. (27.11),

$$\begin{aligned}R = \frac{mv_z}{|q|B} &= \frac{(1{,}67 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg})(2{,}00 \times 10^5\ \mathrm{m/s})}{(1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C})(0{,}500\ \mathrm{T})} \\ &= 4{,}18 \times 10^{-3}\ \mathrm{m} = 4{,}18\ \mathrm{mm}\end{aligned}$$

Από την Εξ. (27.12) η γωνιακή ταχύτητα είναι

$$\omega = \frac{|q|B}{m} = \frac{(1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C})(0{,}500\ \mathrm{T})}{1{,}67 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}} = 4{,}79 \times 10^7\ \mathrm{rad/s}$$

Η περίοδος είναι $T = 2\pi/\omega = 2\pi/(4{,}79 \times 10^7\ \mathrm{s^{-1}}) = 1{,}31 \times 10^{-7}$ s. Το βήμα είναι η απόσταση που διανύεται κατά μήκος του άξονα των x στον χρόνο αυτό, ή

$$\begin{aligned}v_xT &= (1{,}50 \times 10^5\ \mathrm{m/s})(1{,}31 \times 10^{-7}\ \mathrm{s}) \\ &= 0{,}0197\ \mathrm{m} = 19{,}7\ \mathrm{mm}\end{aligned}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Παρόλο που η μαγνητική δύναμη είναι μικροσκοπική σε μέγεθος, προκαλεί τεράστια επιτάχυνση επειδή η μάζα του πρωτονίου είναι τόσο μικρή. Προσέξτε ότι το βήμα της έλικας είναι σχεδόν πενταπλάσιο της ακτίνας της R, και αυτή η έλικα είναι πολύ πιο «τεντωμένη» από αυτήν που φαίνεται στο Σχ. 27.18.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 27.5 ΕΝΑ ΠΕΙΡΑΜΑ ΕΠΙΔΕΙΞΗΣ *e/m*

Επαναλαμβάνετε το πείραμα του Thomson για τον προσδιορισμό του λόγου e/m των ηλεκτρονίων, με ένα δυναμικό επιτάχυνσης 150 V και ηλεκτρικό πεδίο απόκλισης $6{,}0 \times 10^6$ N/C. (a) Με ποια ταχύτητα κινούνται τα ηλεκτρόνια; (b) Ποιο μέτρο του μαγνητικού πεδίου θα προκαλέσει μηδενική εκτροπή; (c) Με αυτό το μαγνητικό πεδίο, τι θα συμβεί στη δέσμη ηλεκτρονίων αν κάνετε το δυναμικό επιτάχυνσης μεγαλύτερο από 150 V;

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Αυτή είναι η κατάσταση που απεικονίζεται στο Σχ. 27.23. Χρησιμοποιούμε την Εξ. (27.14) για να βρούμε την ταχύτητα των ηλεκτρονίων και την Εξ. (27.13) για τον προσδιορισμό του απαιτούμενου μαγνητικού πεδίου B.

ΕΠΙΛΥΣΗ: (a) Από την Εξ. (27.14), η ταχύτητα των ηλεκτρονίων είναι

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{2(e/m)V} = \sqrt{2(1{,}76 \times 10^{11}\ \text{C/kg})(150\ \text{V})} \\ &= 7{,}27 \times 10^6\ \text{m/s} = 0{,}024c \end{aligned}$$

(b) Από την Εξ. (27.13), το ζητούμενο μέτρο του πεδίου είναι

$$B = \frac{E}{v} = \frac{6{,}0 \times 10^6\ \text{N/C}}{7{,}27 \times 10^6\ \text{m/s}} = 0{,}83\ \text{T}$$

(c) Αυξάνοντας το επιταχύνον δυναμικό V αυξάνεται η ταχύτητα των ηλεκτρονίων v. Στο Σχ. 27.23 αυτό δεν μεταβάλλει την προς τα πάνω δύναμη eE, αλλά αυξάνει την προς τα κάτω μαγνητική δύναμη evB. Η δέσμη των ηλεκτρονίων θα στραφεί επομένως *προς τα κάτω* και θα χτυπήσει το τέλος του σωλήνα χαμηλότερα από το σημείο μηδενικής εκτροπής.

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Το απαιτούμενο μαγνητικό πεδίο είναι σχετικά μεγάλο επειδή η ταχύτητα των ηλεκτρονίων είναι σχετικά μεγάλη (2,4 % της ταχύτητας του φωτός στο κενό). Αν το μέγιστο διαθέσιμο μαγνητικό πεδίο είναι μικρότερο από 0,83 T, η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου E θα πρέπει να μειωθεί για να διατηρηθεί η επιθυμητή τιμή του λόγου E/B στην Εξ. (27.15).

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 27.6 ΕΝΤΟΠΙΖΟΝΤΑΣ ΔΙΑΡΡΟΕΣ ΣΕ ΕΝΑ ΣΥΣΤΗΜΑ ΚΕΝΟΥ

Στον ατμοσφαιρικό αέρα υπάρχει ελάχιστο ήλιο, και έτσι, αν ψεκάσουμε ήλιο κοντά σε ένα σημείο διαρροής ενός συστήματος κενού [Σ.τ.Μ.: από όπου ουσιαστικά αέρας *εισρέει* στον εκκενωμένο θάλαμο], αυτό θα φανεί αμέσως στην έξοδο μιας αντλίας κενού που είναι συνδεδεμένη στο σύστημα. Υποθέστε ότι σχεδιάζετε έναν ανιχνευτή διαρροών σε συστήματα κενού, η λειτουργία του οποίου βασίζεται στην ανίχνευση, από ένα φασματόμετρο μάζας, ιόντων He^+ (φορτίο $+e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C, μάζα $6{,}65 \times 10^{-27}$ kg). Τα ιόντα βγαίνουν από τον επιλογέα ταχύτητας με ταχύτητα $1{,}00 \times 10^5$ m/s. Κινούνται σε ημικυκλική τροχιά μέσα στο πεδίο B' και ανιχνεύονται σε απόσταση 10,16 cm από τη σχισμή S_3 του Σχ. 27.24. Υπολογίστε την ένταση του μαγνητικού πεδίου B'.

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Αφού περάσει μέσα από τη σχισμή, το ιόν ακολουθεί κυκλική τροχιά όπως περιγράφεται στο Εδ. 27.4 (δείτε Σχ. 27.17). Λύνουμε την Εξ. (27.11) ως προς B'.

ΕΠΙΛΥΣΗ: Η απόσταση που δίνεται είναι η *διάμετρος* της ημικυκλικής τροχιάς που φαίνεται στο Σχ. 27.24, οπότε η ακτίνα είναι $R = 5{,}08 \times 10^{-2}$ m. Από την Εξ. (27.11), $R = mv/qB'$, παίρνουμε

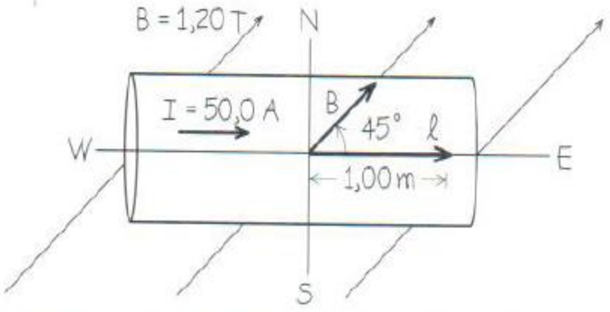
$$\begin{aligned} B' = \frac{mv}{qR} &= \frac{(6{,}65 \times 10^{-27}\ \text{kg})(1{,}00 \times 10^5\ \text{m/s})}{(1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C})(5{,}08 \times 10^{-2}\ \text{m})} \\ &= 0{,}0818\ \text{T} \end{aligned}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Οι ανιχνευτές διαρροών κενού με χρήση ηλίου χρησιμοποιούνται ευρέως με συστήματα υψηλού κενού. Το αποτέλεσμά μας δείχνει ότι απαιτείται μόνο ένα ασθενές μαγνητικό πεδίο, πράγμα που κάνει δυνατή την κατασκευή συνεπτυγμένων συσκευών ανίχνευσης διαρροής κενού.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 27.7 ΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΠΑΝΩ ΣΕ ΕΝΑΝ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟ ΡΕΥΜΑΤΟΦΟΡΟ ΑΓΩΓΟ

Μια ευθύγραμμη οριζόντια ράβδος χαλκού διαρρέεται από ρεύμα 50,0 A με κατεύθυνση από τη δύση προς την ανατολή, σε μια περιοχή ανάμεσα στους πόλους ενός μεγάλου ηλεκτρομαγνήτη. Στην περιοχή αυτή υπάρχει ένα οριζόντιο μαγνητικό πεδίο προς τα βορειοανατολικά (δηλαδή 45° βόρεια της ανατολής) με μέτρο 1,20 T. (a) Βρείτε το μέτρο και την κατεύθυνση της δύναμης που ασκείται πάνω σε ένα τμήμα της ράβδου με μήκος 1,00 m. (b) Διατηρώντας τη ράβδο οριζόντια, πώς πρέπει να προσανατολιστεί για να μεγιστοποιηθεί η δύναμη; Ποιο είναι το μέτρο της δύναμης στην περίπτωση αυτή;

27.29 Το σκίτσο μας του χάλκινου αγωγού όπως φαίνεται από πάνω.



ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Το **Σχ. 27.29** δείχνει την κατάσταση. Πρόκειται για ένα τμήμα ευθύγραμμου αγωγού μέσα σε ένα ομοιογενές μαγνητικό πεδίο, όπως στο Σχ. 27.26. Η άγνωστη μεταβλητή είναι η δύναμη $\boldsymbol{F}$ πάνω στο τμήμα του αγωγού και η γωνία ϕ για την οποία το μέτρο της δύναμης F είναι μέγιστο. Βρίσκουμε το μέτρο της μαγνητικής δύναμης από την Εξ. (27.18) και την κατεύθυνση από τον κανόνα της δεξιάς χειρός.

ΕΠΙΛΥΣΗ: (a) Η γωνία ϕ ανάμεσα στις κατευθύνσεις του ρεύματος και του πεδίου είναι 45°. Από την Εξ. (27.18) βρίσκουμε

$$F = IlB\sin\phi = (50{,}0\ \mathrm{A})(1{,}00\ \mathrm{m})(1{,}20\ \mathrm{T})(\sin 45^\circ) = 42{,}4\ \mathrm{N}$$

Η κατεύθυνση της δύναμης είναι κάθετη στο επίπεδο που ορίζεται από το ρεύμα και το πεδίο, που και τα δύο βρίσκονται στο οριζόντιο επίπεδο. Η δύναμη πρέπει επομένως να είναι κατακόρυφη· ο κανόνας της δεξιάς χειρός δείχνει ότι είναι κατακόρυφη *προς τα πάνω* (κάθετη στο σχήμα και προς τα έξω).

(b) Από την $F = IlB\sin\phi$, η F είναι μέγιστη για $\phi = 90^\circ$, και έτσι τα $\boldsymbol{l}$ και $\boldsymbol{B}$ είναι κάθετα μεταξύ τους. Για να διατηρήσουμε την $\boldsymbol{F} = I\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}$ προς τα πάνω, περιστρέφουμε τη ράβδο κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού κατά 45° ως προς τον προσανατολισμό της στο Σχ. 27.29, έτσι ώστε το ρεύμα να κινείται προς τα νοτιοανατολικά. Τότε $F = IlB = (50{,}0\ \mathrm{A})(1{,}00\ \mathrm{m})(1{,}20\ \mathrm{T}) = 60{,}0\ \mathrm{N}$.

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Ελέγχουμε το αποτέλεσμα στο μέρος (a) κάνοντας χρήση της Εξ. (27.19) για να υπολογίσουμε το διάνυσμα της δύναμης. Αν χρησιμοποιήσουμε ένα σύστημα συντεταγμένων με τον άξονα των x προς ανατολάς, τον άξονα των y προς βορρά και τον άξονα των z προς τα πάνω, έχουμε $\boldsymbol{l} = (1{,}00\ \mathrm{m})\boldsymbol{i}$, $\boldsymbol{B} = (1{,}20\ \mathrm{T})[(\cos 45^\circ)\boldsymbol{i} + (\sin 45^\circ)\boldsymbol{j}]$, και

$$\begin{aligned}\boldsymbol{F} &= I\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}\\ &= (50{,}0\ \mathrm{A})(1{,}00\ \mathrm{m})\boldsymbol{i} \times (1{,}20\ \mathrm{T})[(\cos 45^\circ)\boldsymbol{i} + (\sin 45^\circ)\boldsymbol{j}]\\ &= (42{,}4\ \mathrm{N})\boldsymbol{k}\end{aligned}$$

Προσέξτε ότι η μέγιστη προς τα πάνω δύναμη των 60,0 N μπορεί να κρατήσει τον αγωγό στον αέρα ενάντια στη δύναμη της βαρύτητας –δηλαδή να *μετεωρίσει μαγνητικά* τον αγωγό– αν το βάρος του είναι 60,0 N και η μάζα του είναι $m = w/g = (60{,}0\ \mathrm{N})/(9{,}8\ \mathrm{m/s^2}) = 6{,}12\ \mathrm{kg}$. Η μαγνητική μετεώριση χρησιμοποιείται σε κάποια τρένα μεγάλων ταχυτήτων για τη μετεώριση του τρένου πάνω από τις γραμμές. Εκμηδένιση της τριβής κυλίσεως επιτρέπει στο τρένο να φθάσει ταχύτητες που ξεπερνούν τα 400 km/h.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 27.8 ΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΠΑΝΩ ΣΕ ΕΝΑΝ ΚΑΜΠΥΛΟ ΡΕΥΜΑΤΟΦΟΡΟ ΑΓΩΓΟ

Στο **Σχ. 27.30** το μαγνητικό πεδίο $\boldsymbol{B}$ είναι ομοιογενές και κάθετο στο επίπεδο του σχήματος, με κατεύθυνση προς τα έξω. Ο αγωγός, που διαρρέεται από ρεύμα I προς τα αριστερά, αποτελείται από τρία τμήματα: (1) ένα ευθύγραμμο τμήμα μήκους L κάθετο στο επίπεδο του σχήματος, (2) ένα ημικύκλιο ακτίνας R, και (3) ακόμη ένα ευθύγραμμο τμήμα μήκους L, παράλληλο προς τον άξονα των x. Βρείτε την ολική μαγνητική δύναμη πάνω στον αγωγό.

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Το μαγνητικό πεδίο $\boldsymbol{B} = B\boldsymbol{k}$ είναι ομοιογενές, και έτσι βρίσκουμε τις δυνάμεις $\boldsymbol{F}_1$ και $\boldsymbol{F}_3$ πάνω στα ευθύγραμμα τμήματα (1) και (3) από την Εξ. (27.19). Διαιρούμε το καμπύλο τμήμα (2) σε απειροστά ευθύγραμμα τμήματα και βρίσκουμε την αντίστοιχη δύναμη $d\boldsymbol{F}_2$ σε κάθε τμήμα από την Εξ. (27.20). Ολοκληρώνουμε τότε για να βρούμε την $\boldsymbol{F}_2$. Η ολική δύναμη πάνω στον αγωγό είναι $\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3$.

ΕΠΙΛΥΣΗ: Για το τμήμα (1), $\boldsymbol{L} = -L\boldsymbol{k}$. Έτσι, από την Εξ. (27.19) $\boldsymbol{F}_1 = I\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B} = \boldsymbol{0}$. Για το τμήμα (3), $\boldsymbol{L} = -L\boldsymbol{i}$, και έτσι $\boldsymbol{F}_3 = I\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B} = I(-L\boldsymbol{i}) \times (B\boldsymbol{k}) = ILB\boldsymbol{j}$.

Για το καμπύλο τμήμα (2), το Σχ. 27.30 δείχνει ένα τμήμα $d\boldsymbol{l}$ με μήκος $dl = Rd\theta$, στη γωνία θ. Ο κανόνας της δεξιάς χειρός δείχνει ότι η κατεύθυνση του $d\boldsymbol{l} \times \boldsymbol{B}$ είναι ακτινικά προς τα έξω από το κέντρο· βεβαιωθείτε ότι μπορείτε να το επιβεβαιώσετε αυτό. Επειδή τα $d\boldsymbol{l}$ και $\boldsymbol{B}$ είναι κάθετα μεταξύ τους, το μέτρο dF_2 της δύναμης πάνω στο τμήμα $d\boldsymbol{l}$ είναι $dF_2 = I\,dl\,B = I(R\,d\theta)B$. Οι συνιστώσες της δύναμης πάνω σε αυτό το τμήμα είναι

$$dF_{2x} = IR\,d\theta\,B\cos\theta \qquad dF_{2y} = IR\,d\theta\,B\sin\theta$$

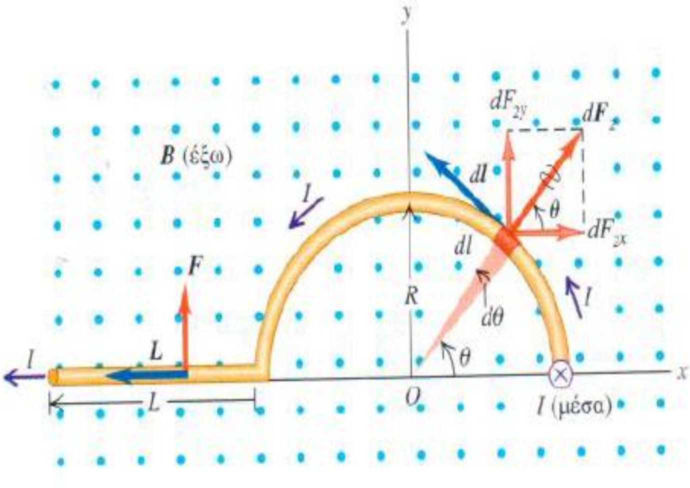
Για να βρούμε τις συνιστώσες της ολικής δύναμης, ολοκληρώνουμε αυτές τις παραστάσεις ως προς θ από $\theta = 0$ έως $\theta = \pi$ για να καλύψουμε ολόκληρο το ημικύκλιο. Τα αποτελέσματα είναι

$$F_{2x} = IRB\int_0^{\pi}\cos\theta\,d\theta = 0$$

$$F_{2y} = IRB\int_0^{\pi}\sin\theta\,d\theta = 2IRB$$

συνεχίζεται

27.30 Ποια είναι η ολική μαγνητική δύναμη πάνω στον αγωγό;



Επομένως, $\boldsymbol{F}_2 = 2IRB\boldsymbol{j}$. Τέλος, προσθέτοντας τις δυνάμεις πάνω στα τρία τμήματα, βρίσκουμε ότι η ολική δύναμη έχει κατεύθυνση προς τα θετικά y:

$$\boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 = 0 + 2IRB\boldsymbol{j} + ILB\boldsymbol{j} = IB(2R + L)\boldsymbol{j}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Θα μπορούσαμε να είχαμε προβλέψει, από τη συμμετρία, ότι η συνιστώσα x της δύναμης $\boldsymbol{F}_2$ θα ήταν ίση με μηδέν. Στο δεξί μισό του ημικυκλίου η συνιστώσα x της δύναμης είναι θετική (προς τα δεξιά) και στο αριστερό μισό είναι αρνητική (προς τα αριστερά)· οι θετικές και οι αρνητικές συνεισφορές στο ολοκλήρωμα αλληλοαναιρούνται. Το αποτέλεσμα είναι ότι η $\boldsymbol{F}_2$ είναι η δύναμη που θα είχαμε αν αντικαθιστούσαμε το ημικύκλιο με ένα *ευθύγραμμο* τμήμα μήκους $2R$ κατά μήκος του άξονα των x. Βλέπετε γιατί;

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 27.9 ΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΡΟΠΗ ΠΑΝΩ ΣΕ ΕΝΑ ΚΥΚΛΙΚΟ ΠΗΝΙΟ

Ένα κυκλικό πηνίο με ακτίνα 0,0500 m, με 30 σπείρες, βρίσκεται στο οριζόντιο επίπεδο. Διαρρέεται από ρεύμα 5,00 A σε κατεύθυνση αντίθετη των δεικτών του ρολογιού όπως φαίνεται από πάνω. Το πηνίο βρίσκεται μέσα σε ένα ομοιογενές μαγνητικό πεδίο που έχει κατεύθυνση προς τα δεξιά, και μέτρο 1,20 T. Βρείτε τα μέτρα της μαγνητικής ροπής του πηνίου και της ροπής που ασκείται πάνω σε αυτό.

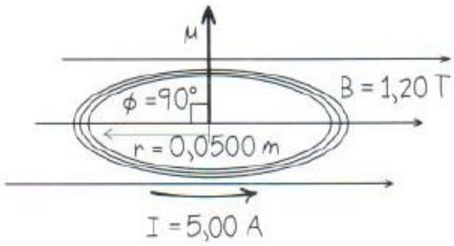
ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Το πρόβλημα χρησιμοποιεί τον ορισμό της μαγνητικής ροπής και την έκφραση για τη ροπή πάνω στο μαγνητικό δίπολο μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο. Το **Σχ. 27.35** δείχνει την κατάσταση. Η Εξ. (27.24) δίνει το μέτρο μ της μαγνητικής ροπής μιας μοναδικής σπείρας σύρματος· για N σπείρες, η μαγνητική ροπή είναι N φορές μεγαλύτερη. Το μέτρο τ της ροπής βρίσκεται από την Εξ. (27.25).

ΕΠΙΛΥΣΗ: Το εμβαδόν του πηνίου είναι $A = \pi r^2$. Από την Εξ. (27.24), η ολική μαγνητική ροπή όλων των 30 σπειρών είναι

$$\mu_{\text{total}} = NIA = 30(5{,}00\ \text{A})\pi(0{,}0500\ \text{m})^2 = 1{,}18\ \text{A}\cdot\text{m}^2$$

27.35 Το σκίτσο μας για το πρόβλημα.



Η γωνία ανάμεσα στην κατεύθυνση του $\boldsymbol{B}$ και την κατεύθυνση της $\boldsymbol{\mu}$ (η οποία είναι κατά μήκος της κάθετης στο επίπεδο του πηνίου) είναι 90°. Από την Εξ. (27.25), η ροπή πάνω στο πηνίο είναι

$$\begin{aligned}\tau &= \mu_{\text{total}} B \sin\phi = (1{,}18\ \text{A}\cdot\text{m}^2)(1{,}20\ \text{T})(\sin 90^\circ)\\ &= 1{,}41\ \text{N}\cdot\text{m}\end{aligned}$$

ΔΙΕΥΡΕΥΝΗΣΗ: Η ροπή τείνει να περιστρέψει το δεξί μέρος του πηνίου προς τα κάτω και το αριστερό προς τα πάνω, προς τη θέση όπου η κάθετη στο επίπεδο του πηνίου είναι παράλληλη και ομόρροπη προς το $\boldsymbol{B}$.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 27.10 ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΓΙΑ ΠΗΝΙΟ ΜΕΣΑ ΣΕ ΕΝΑ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Αν το πηνίο του Παραδ. 27.9 περιστραφεί από την αρχική του θέση στη θέση στην οποία η μαγνητική του ροπή $\boldsymbol{\mu}$ είναι παράλληλη με το $\boldsymbol{B}$, ποια είναι η μεταβολή στη δυναμική ενέργεια;

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Η Εξ. (27.27) δίνει τη δυναμική ενέργεια για οποιονδήποτε προσανατολισμό. Η αρχική κατάσταση είναι αυτή που φαίνεται στο Σχ. 27.35, με $\phi_1 = 90°$. Στον τελικό προσανατολισμό το πηνίο έχει περιστραφεί κατά 90° προς την κατεύθυνση των δεικτών του ρολογιού έτσι ώστε τα $\boldsymbol{\mu}$ και $\boldsymbol{B}$ να είναι παράλληλα, και η γωνία μεταξύ τους να είναι $\phi_2 = 0$.

ΕΠΙΛΥΣΗ: Από την Εξ. (27.27), η μεταβολή στη δυναμική ενέργεια είναι

$$\begin{aligned}\Delta U = U_2 - U_1 &= -\mu B\cos\phi_2 - (-\mu B\cos\phi_1)\\ &= -\mu B(\cos\phi_2 - \cos\phi_1)\\ &= -(1{,}18\ \text{A}\cdot\text{m}^2)(1{,}20\ \text{T})(\cos 0^\circ - \cos 90^\circ) = -1{,}41\ \text{J}\end{aligned}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Η δυναμική ενέργεια μειώνεται γιατί η περιστροφή είναι προς την κατεύθυνση της μαγνητικής ροπής που βρήκαμε στο Παράδ. 27.9.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 27.11 ΕΝΑΣ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΣ ΚΙΝΗΤΗΡΑΣ ΣΥΝΕΧΟΥΣ ΡΕΥΜΑΤΟΣ, ΣΕΙΡΙΑΚΗΣ ΣΥΝΔΕΣΗΣ

Ένας κινητήρας συνεχούς ρεύματος, με τον ρότορα και τα πηνία του πεδίου σε σειρά, έχει εσωτερική αντίσταση 2,00 Ω. Όταν λειτουργεί με πλήρες φορτίο και με τροφοδοσία 120 V, τραβάει ρεύμα 4,00 A. (a) Ποια είναι η ΗΕΔ στον κινητήρα; (b) Ποια είναι η ισχύς που παρέχεται στον κινητήρα; (c) Ποιος είναι ο ρυθμός απώλειας ενέργειας στην εσωτερική αντίσταση του κινητήρα; (d) Ποια είναι η παραγόμενη από τον κινητήρα μηχανική ισχύς; (e) Ποια είναι η απόδοση του κινητήρα; (f) Τι θα συμβεί αν η μηχανή την οποία κινεί ο κινητήρας πάθει εμπλοκή και ο ρότορας ξαφνικά σταματήσει να περιστρέφεται;

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Το πρόβλημα αυτό χρησιμοποιεί τις ιδέες της ισχύος και της πτώσης δυναμικού σε έναν σειριακό κινητήρα συνεχούς ρεύματος. Μας δίνονται η εσωτερική αντίσταση $r = 2{,}00\ \Omega$, η τάση $V_{ab} = 120$ V στα άκρα του κινητήρα και το ρεύμα $I = 4{,}00$ A που διαρρέει τον κινητήρα. Χρησιμοποιούμε την Εξ. (27.29) για να βρούμε την ΗΕΔ $\mathcal{E}$ από αυτά τα μεγέθη. Η ισχύς που παρέχεται στον κινητήρα είναι $V_{ab}I$, ο ρυθμός απώλειας ενέργειας I^2r και η παραγόμενη από τον κινητήρα μηχανική ισχύς είναι η διαφορά μεταξύ της παρεχόμενης σε αυτόν ισχύος και του ρυθμού απώλειας ενέργειας στην εσωτερική του αντίσταση. Η απόδοση e είναι ο λόγος της παραγόμενης από τον κινητήρα μηχανικής ισχύος προς την εισερχόμενη ηλεκτρική ισχύ.

ΕΠΙΛΥΣΗ: (a) Από την Εξ. (27.29), $V_{ab} = \mathcal{E} + Ir$, έχουμε

$$120\ \text{V} = \mathcal{E} + (4{,}00\ \text{A})(2{,}00\ \Omega) \qquad \text{και έτσι} \qquad \mathcal{E} = 112\ \text{V}$$

(b) Η παρεχόμενη από την πηγή στον κινητήρα ισχύς είναι

$$P_{\text{είσοδος}} = V_{ab}I = (120\ \text{V})(4{,}00\ \text{A}) = 480\ \text{W}$$

(c) Ο ρυθμός απώλειας ενέργειας στην αντίσταση r είναι

$$P_{\text{απώλειες}} = I^2r = (4{,}00\ \text{A})^2\,(2{,}00\ \Omega) = 32\ \text{W}$$

(d) Η εξερχόμενη μηχανική ισχύς είναι ίση με την εισερχόμενη ηλεκτρική ισχύ μείον τον ρυθμό απώλειας ενέργειας στην ηλεκτρική αντίσταση του κινητήρα (υποθέτοντας ότι δεν υπάρχουν άλλες απώλειες ισχύος):

$$P_{\text{έξοδος}} = P_{\text{είσοδος}} - P_{\text{απώλειες}} = 480\ \text{W} - 32\ \text{W} = 448\ \text{W}$$

(e) Η απόδοση e είναι ο λόγος της εξερχόμενης μηχανικής ισχύος προς την εισερχόμενη ηλεκτρική ισχύ:

$$e = \frac{P_{\text{έξοδος}}}{P_{\text{είσοδος}}} = \frac{448\ \text{W}}{480\ \text{W}} = 0{,}93 = 93\%$$

(f) Αν η μηχανή την οποία κινεί ο κινητήρας πάθει εμπλοκή και ο ρότορας ξαφνικά σταματήσει να περιστρέφεται, η αντηλεκτρεγερτική δύναμη $\mathcal{E}$ (η οποία είναι ανάλογη της γωνιακής ταχύτητας του ρότορα) μηδενίζεται. Από την Εξ. (27.29), το ρεύμα γίνεται

$$I = \frac{V_{ab}}{r} = \frac{120\ \text{V}}{2{,}00\ \Omega} = 60\ \text{A}$$

και ο ρυθμός απώλειας ενέργειας στην αντίσταση r γίνεται

$$P_{\text{απώλειες}} = I^2r = (60{,}0\ \text{A})^2\,(2{,}00\ \Omega) = 7200\ \text{W}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Αν αυτή η τεράστια υπερφόρτωση δεν κάψει κάποια ασφάλεια ή ενεργοποιήσει κάποιον διακόπτη του κυκλώματος, τα πηνία θα καούν. Μόλις ο κινητήρας τεθεί σε λειτουργία, υπάρχει μια στιγμιαία μεγάλη ροή ρεύματος, μέχρι να αποκτήσει ταχύτητα ο ρότορας. Αυτή η στιγμιαία μεγάλη ροή ρεύματος προκαλεί μια μεγαλύτερη του συνήθους πτώση τάσης ($V = IR$) στις γραμμές παροχής που τροφοδοτούν τον κινητήρα. Σε παρόμοια φαινόμενα οφείλεται η στιγμιαία πτώση στην ένταση του φωτισμού σε ένα σπίτι, τη στιγμή που τίθεται σε λειτουργία μια συσκευή κλιματιστικού ή ένα πλυντήριο πιάτων.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 27.12 ΜΙΑ ΜΕΤΡΗΣΗ ΤΟΥ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟΥ HALL

Τοποθετείτε μια λωρίδα χαλκού, με πάχος 2,0 mm και πλάτος 1,50 cm, μέσα σε ένα ομοιογενές μαγνητικό πεδίο μεγέθους 0,40 T, όπως φαίνεται στο Σχ. 27.41a. Όταν περνάτε ρεύμα 75 A μέσα από τη λωρίδα προς την κατεύθυνση $+x$, βρίσκετε με μετρήσεις ακριβείας ότι το δυναμικό του κάτω μέρους της λωρίδας είναι κατά 0,81 μV θετικότερο από αυτό του άνω μέρους. Από αυτήν τη μέτρηση προσδιορίστε τη συγκέντρωση των ηλεκτρονίων αγωγιμότητας στον χαλκό.

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Το πρόβλημα περιγράφει ένα πείραμα φαινομένου Hall. Χρησιμοποιούμε την Εξ. (27.30) για να προσδιορίσουμε τη συγκέντρωση n των κινούμενων ηλεκτρονίων.

ΕΠΙΛΥΣΗ: Βρίσκουμε πρώτα την πυκνότητα ρεύματος J_x και το ηλεκτρικό πεδίο E_z:

$$J_x = \frac{I}{A} = \frac{75\ \text{A}}{(2{,}0 \times 10^{-3}\ \text{m})(1{,}50 \times 10^{-2}\ \text{m})} = 2{,}5 \times 10^6\ \text{A/m}^2$$

$$E_z = \frac{V}{d} = \frac{0{,}81 \times 10^{-6}\ \text{V}}{1{,}5 \times 10^{-2}\ \text{m}} = 5{,}4 \times 10^{-5}\ \text{V/m}$$

Τότε, από την Εξ. (27.30),

$$n = \frac{-J_xB_y}{qE_z} = \frac{-(2{,}5 \times 10^6\ \text{A/m}^2)(0{,}40\ \text{T})}{(-1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C})(5{,}4 \times 10^{-5}\ \text{V/m})}$$
$$= 11{,}6 \times 10^{28}\ \text{m}^{-3}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Η ακριβής τιμή του n για τον χαλκό είναι $8{,}5 \times 10^{28}\ \text{m}^{-3}$. Η διαφορά δείχνει ότι το απλό μοντέλο του φαινομένου Hall που παρουσιάστηκε στο εδάφιο αυτό, αγνοώντας τα κβαντικά φαινόμενα και την αλληλεπίδραση των ηλεκτρονίων με τα ιόντα, πρέπει να χρησιμοποιείται με προσοχή. Το παράδειγμα αυτό δείχνει επίσης ότι σε καλούς αγωγούς η ΗΕΔ Hall είναι πολύ μικρή, ακόμη και για μεγάλες πυκνότητες ρεύματος. Στην πράξη, συσκευές που αξιοποιούν το φαινόμενο Hall για τη μέτρηση μαγνητικών πεδίων και για άλλους σκοπούς, χρησιμοποιούν ημιαγώγιμα υλικά, για τα οποία μικρές πυκνότητες ρεύματος δίνουν πολύ μεγαλύτερες ΗΕΔ Hall.