

SEARS & ZEMANSKY

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΗ ΦΥΣΙΚΗ με Σύγχρονη Φυσική

3Η ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΚΔΟΣΗ

Τόμος Β

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ ΟΠΤΙΚΗ - ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΦΥΣΙΚΗ

YOUNG ΚΑΙ FREEDMAN

ΔΙΑΦΑΝΕΙΕΣ
ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ
1. ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

ΕΠΙΛΟΓΗ,
ΣΥΝΘΕΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ
ΚΑΙ ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:
Ηλίας Κατσούφης

ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΚΟ
ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗΣ:
Τζένη Πάλμου

Θ.Η. Αλεξόπουλος, ΕΜΠ
Ι.Α. Αρβανιτίδης, ΑΠΘ
Α.Α. Αργυρίου, Π. Πατρών
Ε.Α. Δρης, ΕΜΠ
Η.Σ. Ζουμπούλης, ΕΜΠ
Η.Κ. Κατσούφης, ΕΜΠ
Γ.Α. Κουρούκλης, ΑΠΘ
Κ.Ε. Παρασκευαΐδης, ΕΜΠ
Μ.Ν. Πιζάνιας, Π. Πατρών
Ι.Π. Ρίζος, Π. Ιωαννίνων
Θ.Ν. Τομαράς, Π. Κρήτης
Κ. Χριστοδουλίδης, ΕΜΠ

Απόδοση βιβλίου στην Ελληνική γλώσσα και Επιμέλεια (αλφαβητικά):

Θ.Η. Αλεξόπουλος, Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου

Ι.Α. Αρβανιτίδης, Αναπλ. Καθηγητής Φυσικής του Τμήματος Φυσικής του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης

Α.Α. Αργυρίου, Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Πατρών

Ε.Α. Δρης, Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών, του Ε.Μ. Πολυτεχνείου

Η.Σ. Ζουμπούλης, Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου

Η.Κ. Κατσούφης, Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου

Γ.Α. Κουρούκλης, Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής του Τμήματος Χημικών Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης

Κ.Ε. Παρασκευαΐδης, τ. Αναπλ. Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου

Μ.Ν. Πιζάνιας, Ομότιμος Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Πατρών

Ι.Π. Ρίζος, Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων

Θ.Ν. Τομαράς, Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Κρήτης

Κ. Χριστοδουλίδης, Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου



Δύο πρωτόνια κινούνται παράλληλα προς τον άξονα x σε αντίθετες κατευθύνσεις (Σχ. 28.2) με ίδια ταχύτητα v (μικρή σε σύγκριση με την ταχύτητα του φωτός c). Τη στιγμή ακριβώς που απεικονίζεται στο σχήμα, βρείτε την ηλεκτρική και τη μαγνητική δύναμη στο πάνω πρωτόνιο και συγκρίνετε τα μεγέθη των δύο αυτών δυνάμεων.

28.2 Ηλεκτρικές και μαγνητικές δυνάμεις μεταξύ δύο κινούμενων πρωτονίων.

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Ο νόμος του Coulomb [Εξ. (21.2)] δίνει την ηλεκτρική δύναμη F_E στο πάνω πρωτόνιο. Ο νόμος της μαγνητικής δύναμης [Εξ. (27.2)] δίνει τη μαγνητική δύναμη στο πάνω πρωτόνιο· για να τη χρησιμοποιήσουμε, πρώτα επωφελούμαστε από την Εξ. (28.2) για τον προσδιορισμό του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από το κάτω πρωτόνιο στη θέση του πάνω πρωτονίου. Το μοναδιαίο διάνυσμα από το κάτω πρωτόνιο (την πηγή) ως προς τη θέση του πάνω πρωτονίου είναι $\hat{r} = \mathbf{j}$.

ΕΠΙΛΥΣΗ: Από τον νόμο του Coulomb, το μέτρο της δύναμης του ηλεκτρικού πεδίου στο πάνω πρωτόνιο είναι

$$F_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2}$$

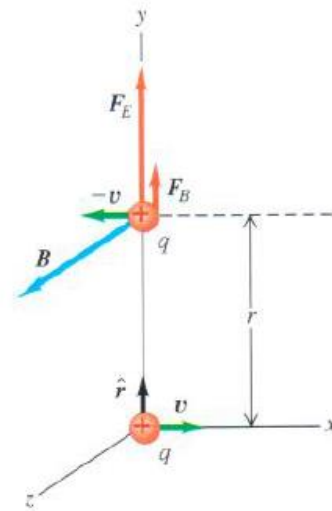
Οι δυνάμεις είναι απωστικές και η δύναμη στο πάνω πρωτόνιο είναι κατακόρυφη προς τα πάνω (στην κατεύθυνση $+y$).

Η ταχύτητα του κάτω πρωτονίου είναι $\mathbf{v} = v\mathbf{i}$. Με τον κανόνα της δεξιάς χειρός για το εξωτερικό γινόμενο $\mathbf{v} \times \hat{r}$ στην Εξ. (28.2), το πεδίο \mathbf{B} στη θέση του πάνω πρωτονίου που οφείλεται στο κάτω πρωτόνιο είναι στην κατεύθυνση $+z$ (δείτε Σχ. 28.2). Από την Εξ. (28.2), το πεδίο είναι

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 q(v\mathbf{i}) \times \mathbf{j}}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 qv}{4\pi r^2} \mathbf{k}$$

Η ταχύτητα του πάνω πρωτονίου είναι $-\mathbf{v} = -v\mathbf{i}$, επομένως η μαγνητική δύναμη επ' αυτού είναι

$$\mathbf{F}_B = q(-\mathbf{v}) \times \mathbf{B} = q(-v\mathbf{i}) \times \frac{\mu_0 qv}{4\pi r^2} \mathbf{k} = \frac{\mu_0 q^2 v^2}{4\pi r^2} \mathbf{j}$$



Η μαγνητική αλληλεπίδραση σε αυτήν την περίπτωση είναι επίσης απωστική. Ο λόγος των μέτρων των δύο δυνάμεων είναι

$$\frac{F_B}{F_E} = \frac{\mu_0 q^2 v^2 / 4\pi r^2}{q^2 / 4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\mu_0 v^2}{1/\epsilon_0} = \epsilon_0 \mu_0 v^2$$

Χρησιμοποιώντας τη σχέση $\epsilon_0 \mu_0 = 1/c^2$, που είναι η Εξ. (28.4), ο λόγος αυτός γράφεται

$$\frac{F_B}{F_E} = \frac{v^2}{c^2}$$

Όταν η v είναι μικρή σε σύγκριση με την ταχύτητα του φωτός στο κενό, η μαγνητική δύναμη είναι πολύ μικρότερη από την ηλεκτρική δύναμη.

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Έχουμε περιγράψει τις ταχύτητες, τα πεδία και τις δυνάμεις όπως μετρούνται από παρατηρητή ο οποίος είναι ακίνητος στο σύστημα συντεταγμένων του Σχ. 28.2. Σε ένα σύστημα αναφοράς που κινείται μαζί με το ένα από τα φορτία, η μία από τις ταχύτητες θα είναι μηδενική, οπότε δεν θα υπάρχει μαγνητική δύναμη. Η εξήγηση αυτού του φαινομενικά παράδοξου αποτέλεσε μία από τις διεξόδους που οδήγησαν στην Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 28.2 ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΤΜΗΜΑΤΟΣ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

Ένα χάλκινο σύρμα φέρει σταθερό ρεύμα 125 A που τροφοδοτεί δεξαμενή γαλβανοπλαστικής (επιμετάλλωσης μέσω ηλεκτρόλυσης) (Σχ. 28.4). Υπολογίστε το μαγνητικό πεδίο που δημιουργείται από τμήμα αυτού του σύρματος μήκους 1,0 cm σε ένα σημείο που απέχει από αυτό 1,2 m, αν το σημείο είναι (α) το σημείο P_1 , που βρίσκεται στο επίπεδο xy επί ευθείας κάθετης στο τμήμα· (β) το σημείο P_2 , που βρίσκεται στο επίπεδο xy επί ευθείας που σχηματίζει γωνία 30° με το τμήμα.

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Παρόλο που οι Εξ. (28.5) και (28.6) χρησιμοποιούνται αποκλειστικά μόνο για απειροστά στοιχεία ρεύματος, μπορούν αμφότερες να χρησιμοποιηθούν εδώ αφού το τμήμα έχει μήκος 1,0 cm, δηλαδή είναι πολύ μικρότερο από την απόσταση έως το σημείο πεδίου. Το στοιχείο ρεύματος δείχνεται με ερυθρό χρώμα στο Σχ. 28.4 και έχει την κατεύθυνση $-x$ (που είναι η κατεύθυνση του ρεύματος), επομένως $d\mathbf{l} = dl(-\mathbf{i})$. Το μοναδιαίο διάνυσμα $\hat{\mathbf{r}}$ για κάθε σημείο πεδίου κατευθύνεται από το στοιχείο ρεύματος προς αυτό το σημείο: Το $\hat{\mathbf{r}}$ είναι στην κατεύθυνση $+y$ για το σημείο P_1 και σε γωνία 30° πάνω από την κατεύθυνση $-x$ για το σημείο P_2 .

ΕΠΙΛΥΣΗ: (α) Στο σημείο P_1 , $\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{j}$ επομένως

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \frac{\mu_0 I dl \times \hat{\mathbf{r}}}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 I dl(-\mathbf{i}) \times \mathbf{j}}{4\pi r^2} = -\frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2} \mathbf{k} \\ &= -(10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) \frac{(125 \text{ A})(1,0 \times 10^{-2} \text{ m})}{(1,2 \text{ m})^2} \mathbf{k} \\ &= -(8,7 \times 10^{-8} \text{ T}) \mathbf{k} \end{aligned}$$

Η κατεύθυνση του \mathbf{B} στο σημείο P_1 είναι κάθετη προς το επίπεδο xy του Σχ. 28.4 και δείχνει προς τα μέσα (κάτω από τη σελίδα).

(β) Στο σημείο P_2 το μοναδιαίο διάνυσμα είναι $\hat{\mathbf{r}} = (-\cos 30^\circ)\mathbf{i} + (\sin 30^\circ)\mathbf{j}$. Από την Εξ. (28.6),

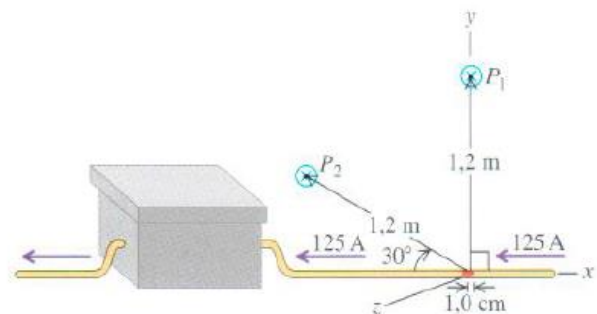
$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I dl \times \hat{\mathbf{r}}}{4\pi r^2} = \frac{\mu_0 I dl(-\mathbf{i}) \times (-\cos 30^\circ \mathbf{i} + \sin 30^\circ \mathbf{j})}{4\pi r^2}$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{\mu_0 I dl \sin 30^\circ}{4\pi r^2} \mathbf{k} \\ &= -(10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}) \frac{(125 \text{ A})(1,0 \times 10^{-2} \text{ m})(\sin 30^\circ)}{(1,2 \text{ m})^2} \mathbf{k} \\ &= -(4,3 \times 10^{-8} \text{ T}) \mathbf{k} \end{aligned}$$

Η κατεύθυνση του \mathbf{B} στο σημείο P_2 είναι επίσης κάθετη προς το επίπεδο xy του Σχ. 28.4 και δείχνει προς τα μέσα (κάτω από τη σελίδα).

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Μπορούμε να ελέγξουμε τα αποτελέσματά μας για την κατεύθυνση του \mathbf{B} συγκρίνοντάς τα με το Σχ. 28.3. Το επίπεδο xy στο Σχ. 28.4 αντιστοιχεί στο φαιόχρωμο-μπεζ επίπεδο στο Σχ. 28.3. Όμως, στο παρόν παράδειγμα η κατεύθυνση του ρεύματος, επομένως και του $d\mathbf{l}$, είναι η αντίθετη από την κατεύθυνση που φαίνεται στο Σχ. 28.3. Ως εκ τούτου, η κατεύθυνση του μαγνητικού πεδίου έχει επίσης αναστραφεί. Επομένως, το πεδίο σε σημεία του επιπέδου xy στο Σχ. 28.4 πρέπει να κατευθύνεται προς τα μέσα σε αυτό το επίπεδο και όχι προς τα έξω από το επίπεδο αυτό. Σε αυτό ακριβώς το συμπέρασμα καταλήξαμε προηγουμένως.

28.4 Εύρεση μαγνητικού πεδίου παραγόμενου από τμήμα ρευματοφόρου σύρματος μήκους 1,0 cm σε δύο συγκεκριμένα σημεία του πεδίου. (Το αγωγίμο τμήμα δεν έχει σχεδιαστεί υπό κλίμακα.)



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 28.3 ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΕΝΟΣ ΜΟΝΟΥ ΣΥΡΜΑΤΟΣ

Ευθύγραμμος αγωγός μεγάλου μήκους φέρει ρεύμα 1,0 A. Σε ποια απόσταση από τον άξονα του αγωγού το παραγόμενο μαγνητικό πεδίο έχει μέγεθος $0,5 \times 10^{-4} \text{ T}$ (δηλαδή είναι ίσο κατά μέτρο με το γήινο μαγνητικό πεδίο στην πόλη Πίτσμπουργκ των ΗΠΑ);

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Το «μεγάλο» μήκος του αγωγού αυτού είναι πολύ μεγαλύτερο από την απόσταση που χωρίζει τον αγωγό από το σημείο πεδίου. Ως εκ τούτου, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τα συμπεράσματα του παρόντος εδαφίου. Η γεωμετρία είναι ίδια με την απεικονιζόμενη στο Σχ. 28.6, άρα χρησιμοποιούμε την Εξ. (28.9). Όλες οι ποσότητες σε αυτήν την εξίσωση είναι γνωστές εκτός από τη ζητούμενη μεταβλητή, που είναι η απόσταση r .

ΕΠΙΛΥΣΗ: Λύνουμε την Εξ. (28.9) ως προς r :

$$\begin{aligned} r &= \frac{\mu_0 I}{2\pi B} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(1,0 \text{ A})}{(2\pi)(0,5 \times 10^{-4} \text{ T})} \\ &= 4 \times 10^{-3} \text{ m} = 4 \text{ mm} \end{aligned}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Όπως είδαμε στο Παράδ. 26.14, ρεύματα της τάξης του αμπερ (ή και κατά τι μεγαλύτερου μεγέθους σε μερικές περιπτώσεις) είναι συνήθη στις ηλεκτρολογικές καλωδιώσεις και τα ηλεκτρικά κυκλώματα των αγωγών των οικιακών συσκευών. Το παράδειγμα αυτό δείχνει ότι τα μαγνητικά πεδία που δημιουργούν αυτές οι συσκευές είναι πολύ ασθενή ακόμη και σε σημεία πολύ κοντά στον αγωγό: Τα μεγέθη των πεδίων είναι ανάλογα του αντιστρόφου της απόστασης, δηλαδή της ποσότητας $1/r$, επομένως το πεδίο γίνεται ακόμη ασθενέστερο σε μεγαλύτερες αποστάσεις.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 28.4 ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΔΥΟ ΣΥΡΜΑΤΩΝ



Το Σχ. 28.7a είναι μια τερματική κάτοψη που απεικονίζει τις εγκάρσιες διατομές δύο ευθύγραμμων, παράλληλων αγωγών μεγάλου μήκους, κάθετων προς το επίπεδο xy . Το καθένα φέρει ρεύμα I , αλλά οι φορές των ρευμάτων τους είναι αντίθετες. (α) Βρείτε το \mathbf{B} στα σημεία P_1 , P_2 και P_3 . (β) Βρείτε μια έκφραση για το \mathbf{B} σε κάθε σημείο επί του άξονα x στη δεξιά πλευρά του σύρματος 2, συναρτήσει της συντεταγμένης x του σημείου.

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Μπορούμε να βρούμε τα μαγνητικά πεδία \mathbf{B}_1 και \mathbf{B}_2 που οφείλονται στα σύρματα 1 και 2 σε κάθε σημείο χρησιμοποιώντας τις ιδέες αυτού του εδαφίου. Από την αρχή της επαλληλίας, το πεδίο σε κάθε σημείο θα είναι τότε $\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2$. Χρησιμοποιούμε την Εξ. (28.9) για να βρούμε τα μέτρα B_1 και B_2 των πεδίων αυτών και τον κανόνα της δεξιάς χειρός για να ορίσουμε τις αντίστοιχες κατευθύνσεις. Το Σχ. 28.7a δείχνει τα \mathbf{B}_1 , \mathbf{B}_2 και $\mathbf{B} = \mathbf{B}_{\text{total}}$ σε κάθε σημείο· πρέπει να επιβεβαιώσετε ότι οι κατευθύνσεις και τα σχετικά μεγέθη των πεδίων που απεικονίζονται είναι σωστά. Μερικές μαγνητικές γραμμές από το παραγόμενο από το παρόν σύστημα δύο σύρματων μαγνητικό πεδίο παρουσιάζονται στο Σχ. 28.7b.

ΕΠΙΛΥΣΗ: (α) Αφού το σημείο P_1 βρίσκεται σε απόσταση $2d$ από το σύρμα 1 και σε απόσταση $4d$ από το σύρμα 2, $B_1 = \mu_0 I / 2\pi(2d) = \mu_0 I / 4\pi d$ και $B_2 = \mu_0 I / 2\pi(4d) = \mu_0 I / 8\pi d$. Ο κανόνας της δεξιάς χειρός δείχνει ότι το \mathbf{B}_1 έχει φορά στην αρνητική κατεύθυνση y και ότι το \mathbf{B}_2 έχει φορά στη θετική κατεύθυνση y , επομένως

$$\mathbf{B}_{\text{total}} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 = -\frac{\mu_0 I}{4\pi d} \mathbf{j} + \frac{\mu_0 I}{8\pi d} \mathbf{j} = -\frac{\mu_0 I}{8\pi d} \mathbf{j} \quad (\text{σημείο } P_1)$$

Στο σημείο P_2 , το οποίο βρίσκεται σε απόσταση d και από τα δύο σύρματα, αμφότερα τα \mathbf{B}_1 και \mathbf{B}_2 έχουν φορά στη θετική κατεύθυνση y , ενώ αμφότερα έχουν και το ίδιο μέτρο $B_1 = B_2 = \mu_0 I / 2\pi d$. Επομένως

$$\mathbf{B}_{\text{total}} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \mathbf{j} + \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \mathbf{j} = \frac{\mu_0 I}{\pi d} \mathbf{j} \quad (\text{σημείο } P_2)$$

Τέλος, στο σημείο P_3 ο κανόνας της δεξιάς χειρός δείχνει ότι το \mathbf{B}_1 έχει φορά στη θετική κατεύθυνση y και το \mathbf{B}_2 στην αρνητική κατεύθυνση y . Αυτό το σημείο βρίσκεται σε απόσταση $3d$ από το

Η ίδια τεχνική μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να βρεθεί το $\mathbf{B}_{\text{total}}$ σε οποιοδήποτε σημείο για σημεία εκτός του άξονα x πρέπει να ανατρέξουμε με προσοχή στη διανυσματική πρόσθεση, διότι τα \mathbf{B}_1 και \mathbf{B}_2 μπορεί να μην κείνται στον ίδιο φορέα με συμπίπτουσες διευθύνσεις. Αυτό σημαίνει ότι στην περίπτωση αυτή τα \mathbf{B}_1 και \mathbf{B}_2 δεν επιβάλλεται πλέον να είναι απλώς παράλληλα ή αντιπαράλληλα.

(β) Για κάθε σημείο επί του άξονα x στη δεξιά πλευρά του σύρματος 2 (δηλαδή για $x > d$) τα \mathbf{B}_1 και \mathbf{B}_2 έχουν την ίδια κατεύθυνση που είχαν και στο σημείο P_3 . Η απόσταση κάθε τέτοιου σημείου από το σύρμα 1 είναι $x + d$, ενώ η απόστασή του από το σύρμα 2 είναι $x - d$, επομένως το συνολικό πεδίο είναι

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_{\text{total}} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 &= \frac{\mu_0 I}{2\pi(x + d)} \mathbf{j} - \frac{\mu_0 I}{2\pi(x - d)} \mathbf{j} \\ &= -\frac{\mu_0 I d}{\pi(x^2 - d^2)} \mathbf{j} \end{aligned}$$

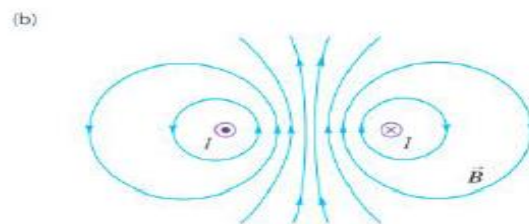
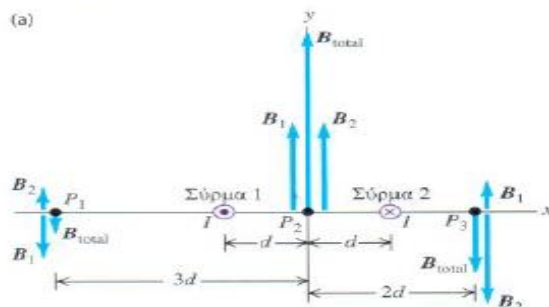
όπου αθροίσαμε τα δύο επιμέρους πεδία εξασφαλίζοντας κοινό παρονομαστή στις εκφράσεις για τα \mathbf{B}_1 και \mathbf{B}_2 .

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Θεωρήστε το αποτέλεσμά μας στο (β) μέρος σε σημείο πολύ απομακρυσμένο από τα σύρματα, έτσι ώστε το x να είναι πολύ μεγαλύτερο από το d . Στην περίπτωση αυτή ο όρος d^2 στον παρονομαστή μπορεί να παραλειφθεί, οπότε το μέτρο του συνολικού πεδίου είναι προσεγγιστικά $B_{\text{total}} = \mu_0 I d / \pi x^2$. Για ένα σύρμα η Εξ. (28.9) δείχνει ότι το μέτρο του μαγνητικού πεδίου μειώνεται με την απόσταση αναλόγως προς τον παράγοντα $1/x$ για δύο σύρματα φέροντα αντίθετα ρεύματα, τα \mathbf{B}_1 και \mathbf{B}_2 αλληλοαναφύονται εν μέρει, με αποτέλεσμα το $\mathbf{B}_{\text{total}}$ να μειώνεται ταχύτερα με την απόσταση αναλόγως προς τον παράγοντα $1/x^2$. Αυτό το φαινόμενο χρησιμοποιείται στα συστήματα τηλεπικοινωνιών,

σύρμα 1, και σε απόσταση d από το σύρμα 2, άρα $B_1 = \mu_0 I / 2\pi(3d) = \mu_0 I / 6\pi d$ και $B_2 = \mu_0 I / 2\pi d$. Το συνολικό πεδίο στο σημείο P_3 είναι:

$$\mathbf{B}_{\text{total}} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{6\pi d} \mathbf{j} - \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \mathbf{j} = -\frac{\mu_0 I}{3\pi d} \mathbf{j} \quad (\text{σημείο } P_3)$$

28.7 (α) Δύο ευθύγραμμοι αγωγοί μεγάλου μήκους που φέρουν ίσα ρεύματα με αντίθετες φορές. Οι αγωγοί φαίνονται μέσω των εγκάρσιων διατομών τους σε τερματική κάτοψη. (β) Απεικόνιση του μαγνητικού πεδίου που δημιουργείται από τους δύο αγωγούς. Οι μαγνητικές γραμμές είναι πυκνότερες, «συνωστίζομενες» μεταξύ τους στον χώρο μεταξύ των αγωγών, όπου το πεδίο είναι ισχυρότερο.



συνεχίζεται

όπως είναι τα δίκτυα τηλεφωνίας και υπολογιστών. Τα κυκλώματα και η καλωδίωσή τους είναι διατεταγμένα με τέτοιο τρόπο ώστε ο αγωγός που μεταφέρει το σήμα σε μία κατεύθυνση και ο αγωγός που μεταφέρει το σήμα επιστροφής να έχουν τοποθετηθεί ο ένας δίπλα στον άλλο, όπως στο Σχ. 28.7a, ή να έχουν συστραφεί ο ένας με τον άλλο (Σχ. 28.8). Οι κατασκευαστικές αυτές τεχνικές οδηγούν στο αποτέλεσμα το δημιουργούμενο από τα σήματα αυτά μαγνητικό πεδίο έξω από τους φέροντες αγωγούς να είναι πολύ εξασθενημένο. Με τον τρόπο αυτό μειώνεται η πιθανότητα εξάσθησης ανεπιθύμητων δυνάμεων σε άλλα γειτονικά κυκλώματα ή ρεύματα μεταφοράς πληροφορίας.

28.8 Καλώδια υπολογιστή ή καλώδια για συστήματα ήχου-εικόνας δημιουργούν λίγο ή καθόλου μαγνητικό πεδίο στον χώρο εκτός των περιεχόμενων αγωγών τους. Αυτό συμβαίνει διότι μέσα σε κάθε καλώδιο υπάρχουν εγγύτητα γειτνιαζόμενα σύρματα που φέρουν ρεύματα με αντίθετες φορές σε κάθε σημείο τους κατά μήκος του καλωδίου. Τα μαγνητικά πεδία από αυτά τα αντίθετα ρεύματα αλληλοαναιρούνται σχεδόν εξ ολοκλήρου.



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 28.5 ΔΥΝΑΜΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΠΑΡΑΛΛΗΛΩΝ ΣΥΡΜΑΤΩΝ



Δύο ευθύγραμμα και παράλληλα υπεραγωγίμα σύρματα απέχουν μεταξύ τους 4,5 mm και διαρρέονται από ίσα και αντίθετα ρεύματα 15 000 A. Πόση δύναμη ανά μονάδα μήκους ασκεί το ένα σύρμα στο άλλο;

ΛΥΣΗ

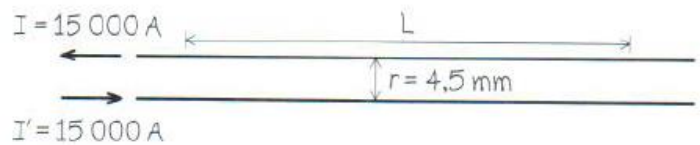
ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Το Σχ. 28.10 δείχνει την κατάσταση. Βρίσκουμε το μέγεθος F/L , τη μαγνητική δύναμη ανά μονάδα μήκους του σύρματος, από την Εξ. (28.11).

ΕΠΙΛΥΣΗ: Οι αγωγοί απωθούν ο ένας τον άλλο, αφού τα ρεύματα έχουν αντίθετες κατευθύνσεις. Από την Εξ. (28.11) η δύναμη ανά μονάδα μήκους είναι

$$\begin{aligned} \frac{F}{L} &= \frac{\mu_0 I I'}{2\pi r} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(15\,000 \text{ A})^2}{(2\pi)(4,5 \times 10^{-3} \text{ m})} \\ &= 1,0 \times 10^4 \text{ N/m} \end{aligned}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Η προκύπτουσα δύναμη είναι μεγάλου μεγέθους, αφού υπερβαίνει τον έναν τόνο δύναμης ανά μέτρο. Ρεύματα και διαχωριστικές αποστάσεις αυτού του επιπέδου ανευρίσκονται στους υπεραγωγίμους ηλεκτρομαγνήτες των επιταχυντών σωματιδίων, η ανάλυση των μηχανικών τάσεων των οποίων καταλαμβάνει ένα σημαντικό μέρος της διαδικασίας σχεδιασμού τους.

28.10 Το σκίτσο μας γι' αυτό το πρόβλημα.



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 28.6 ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΠΗΝΙΟΥ



Πηνίο αποτελείται από 100 κυκλικές σπείρες, ακτίνας 0,60 m, και διαρρέεται από ρεύμα 5,0 A. (α) Υπολογίστε το μαγνητικό πεδίο στο σημείο του άξονα που απέχει 0,80 m από το κέντρο του πηνίου. (β) Σε ποια απόσταση από το κέντρο, πάνω στον άξονα, γίνεται το μέτρο του πεδίου ίσο με το $\frac{1}{8}$ του μέτρου του πεδίου στο κέντρο;

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Αυτό το πρόβλημα αναφέρεται στο μέτρο του μαγνητικού πεδίου B κατά μήκος του άξονα ενός ρευματοφόρου βρόχου, επομένως μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την Εξ. (28.16). Μας δίνεται ότι $N = 100$, $I = 5,0 \text{ A}$ και $a = 0,60 \text{ m}$. Στο (α) μέρος η ζητούμενη μεταβλητή είναι το B_x για δεδομένη τιμή του x . Στο (β) μέρος η ζητούμενη μεταβλητή είναι η τιμή του x στην οποία το πεδίο έχει μέτρο το $\frac{1}{8}$ του μέτρου που έχει στην αρχή (δηλαδή στο σημείο $x = 0$).

$$x = \pm \sqrt{3}a = \pm 1,04 \text{ m}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Μπορούμε να ελέγξουμε την απάντησή μας στο (α) μέρος βρίσκοντας πρώτα τη μαγνητική ροπή του πηνίου, τιμή την οποία συνεχίζοντας αντικαθιστούμε στην Εξ. (28.18), ως εξής:

$$\begin{aligned} \mu &= NI\pi a^2 = (100)(5,0 \text{ A})\pi(0,60 \text{ m})^2 = 5,7 \times 10^2 \text{ A} \cdot \text{m}^2 \\ B_x &= \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(5,7 \times 10^2 \text{ A} \cdot \text{m}^2)}{2\pi [(0,80 \text{ m})^2 + (0,60 \text{ m})^2]^{3/2}} = 1,1 \times 10^{-4} \text{ T} \end{aligned}$$

ΕΠΙΛΥΣΗ: (α) Θέτοντας $x = 0,80 \text{ m}$ στην Εξ. (28.16) βρίσκουμε

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(100)(5,0 \text{ A})(0,60 \text{ m})^2}{2[(0,80 \text{ m})^2 + (0,60 \text{ m})^2]^{3/2}} \\ &= 1,1 \times 10^{-4} \text{ T} \end{aligned}$$

(β) Λαμβάνοντας υπόψη την Εξ. (28.16), αναζητούμε την τιμή του x για την οποία ισχύει

$$\frac{1}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{1}{8} \frac{1}{(0^2 + a^2)^{3/2}}$$

Για να λύσουμε αυτήν τη σχέση ως προς τη μεταβλητή x , αντιστρέφουμε και τα δύο μέλη και στη συνέχεια ανυψώνουμε και τα δύο μέλη της προκύπτουσας εξίσωσης στη δύναμη $2/3$. το αποτέλεσμα είναι

συνεχίζεται

Η μαγνητική ροπή μ είναι σχετικά μεγάλη, εντούτοις παράγει ένα πεδίο μικρού σχετικά μεγέθους, που είναι συγκρίσιμο με το μαγνητικό πεδίο της Γης. Αυτό το παράδειγμα αποσαφηνίζει πόσο επίπονη είναι η παραγωγή ισχυρών πεδίων μεγέθους 1 T και άνω.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 28.7 ΠΕΔΙΟ ΕΝΟΣ ΕΥΘΥΓΡΑΜΜΟΥ ΡΕΥΜΑΤΟΦΟΡΟΥ ΑΓΩΓΟΥ ΜΕΓΑΛΟΥ ΜΗΚΟΥΣ

Στο Εδ. 28.6 καταλήξαμε στον νόμο του Ampere ορμώμενοι από την Εξ. (28.9) για το πεδίο ενός ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού μεγάλου μήκους. Αντιστρέψτε αυτήν τη διαδικασία και χρησιμοποιήστε τον νόμο του Ampere για να βρείτε το μέτρο και την κατεύθυνση του B στην περίπτωση αυτή.

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Η περίπτωση ανατρέχει σε κυλινδρική συμμετρία, οπότε στον νόμο του Ampere επιλέγουμε ως δρόμο ολοκλήρωσης μια περιφέρεια κύκλου σε επίπεδο κάθετο στον αγωγό, όπως στο Σχ. 28.16α. Σε κάθε της σημείο, το B εφάπτεται στην περιφέρεια, και διατηρεί καθ' όλο το μήκος της το ίδιο μέτρο B .

ΕΠΙΛΥΣΗ: Με τη συγκεκριμένη επιλογή του δρόμου ολοκλήρωσης, ο νόμος του Ampere [Εξ. (28.20)] γράφεται

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \oint B_{\parallel} dl = B(2\pi r) = \mu_0 I$$

Επομένως, προκύπτει αμέσως η Εξ. (28.9), $B = \mu_0 I / 2\pi r$.

Ο νόμος του Ampere καθορίζει την κατεύθυνση του B όπως και το μέτρο του. Αφού κινούμαστε κατά μήκος του δρόμου ολοκλήρωσης κατά την αντίθετη φορά των δεικτών του ρολογιού (αντιωρολογιακά), η θετική φορά για το ρεύμα είναι από το επίπεδο του σχήματος προς τα έξω (προς τον αναγνώστη) στο Σχ. 28.16α· αυτή είναι ίδια με την πραγματική φορά του ρεύματος στο σχήμα, επομένως το I είναι θετικό και το ολοκλήρωμα $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ είναι επίσης θετικό. Επειδή τα στοιχειώδη τμήματα $d\mathbf{l}$ κατευθύνονται αντίθετα προς τους δείκτες του ρολογιού (αντιωρολογιακά), η κατεύθυνση του B πρέπει επίσης να είναι αντίθετη από τους δείκτες του ρολογιού (αντιωρολογιακή), όπως δείχνει το Σχ. 28.16α.

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Τα αποτελέσματά μας είναι συνεπή με την ανάληψη του Εδ. 28.6 που προηγήθηκε.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 28.8 ΠΕΔΙΟ ΕΝΤΟΣ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΟΥ ΑΓΩΓΟΥ ΜΕΓΑΛΟΥ ΜΗΚΟΥΣ

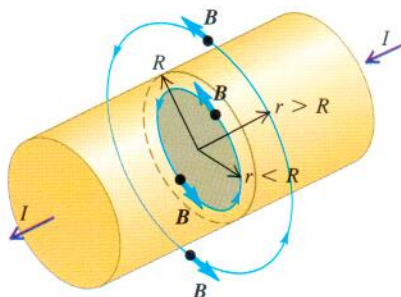
Κυλινδρικός αγωγός ακτίνας R φέρει ρεύμα I (Σχ. 28.20). Το ρεύμα είναι ομοιόμορφα κατανεμημένο σε όλη την επιφάνεια της εγκάρσιας διατομής του αγωγού. Βρείτε το μαγνητικό πεδίο συναρτήσει της απόστασης r από τον άξονα του κυλίνδρου για σημεία τόσο εντός ($r < R$) όσο και εκτός ($r > R$) του αγωγού.

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Η κατανομή του ρεύματος έχει κυλινδρική συμμετρία, όπως στο Παράδ. 28.7, ενώ οι μαγνητικές δυναμικές γραμμές πρέπει να είναι περιφέρειες κύκλων, των οποίων τα κέντρα κείνται επί του άξονα του αγωγού. Για να βρούμε το μαγνητικό πεδίο εντός και εκτός του αγωγού, επιλέγουμε κυκλικούς δρόμους ολοκλήρωσης με ακτίνες $r < R$ και $r > R$ αντίστοιχα (δείτε Σχ. 28.20).

ΕΠΙΛΥΣΗ: Και στις δύο περιπτώσεις (τόσο εντός όσο και εκτός του αγωγού) το πεδίο B έχει το ίδιο μέτρο σε κάθε σημείο του κυκλικού δρόμου ολοκλήρωσης και εφάπτεται του δρόμου αυτού. Επομένως, το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα είναι απλώς ίσο με $B(2\pi r)$. Για να βρούμε το ρεύμα I_{encl} που περικλείεται από τον δρόμο εντός του αγωγού ($r < R$), σημειώστε ότι η πυκνότητα ρεύματος (ρεύμα ανά μονάδα επιφάνειας) είναι $J = I/\pi R^2$, επομένως $I_{\text{encl}} = J(\pi r^2) = Ir^2/R^2$. Τελικά, ο νόμος του Ampere δίνει $B(2\pi r) = \mu_0 Ir^2/R^2$ ή

28.20 Για να βρεθεί το μαγνητικό πεδίο σε ακτίνα $r < R$, εφαρμόζουμε τον νόμο του Ampere στην περιφέρεια που περικλείει την γκριζα επιφάνεια. Το ρεύμα που διαρρέει την γκριζα επιφάνεια είναι $(r^2/R^2)I$. Για να βρεθεί το μαγνητικό πεδίο σε ακτίνα $r > R$, εφαρμόζουμε τον νόμο του Ampere σε περιφέρεια κύκλου που περικλείει ολόκληρο τον αγωγό.



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{r}{R^2} \quad (\text{εντός του αγωγού } r < R) \quad (28.21)$$

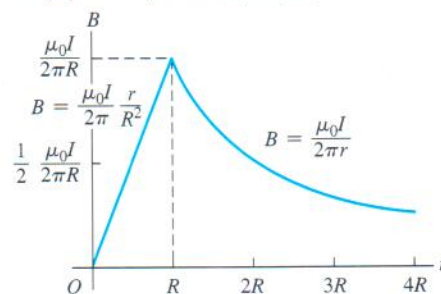
Ο κυκλικός δρόμος ολοκλήρωσης εκτός του αγωγού περικλείει το συνολικό ρεύμα του αγωγού, άρα $I_{\text{encl}} = I$. Εφαρμόζοντας τον νόμο του Ampere βρίσκουμε την ίδια εξίσωση όπως στο Παράδ. 28.7, οπότε καταλήγουμε στο ίδιο αποτέλεσμα για το B :

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (\text{εκτός του αγωγού } r > R) \quad (28.22)$$

Έξω από τον αγωγό, το μαγνητικό πεδίο είναι ίδιο με το μαγνητικό πεδίο ευθύγραμμου αγωγού μεγάλου μήκους που φέρει ρεύμα I , ανεξάρτητα από την ακτίνα R της κυκλικής διατομής του αγωγού εντός του οποίου είναι κατανεμημένο το ρεύμα. Πράγματι, το μαγνητικό πεδίο έξω από οποιαδήποτε κυλινδρική συμμετρική κατανομή ρεύματος είναι το ίδιο με το μαγνητικό πεδίο που θα είχαμε αν όλο το ρεύμα ήταν συγκεντρωμένο κατά μήκος του άξονα της κατανομής. Αυτό είναι ανάλογο με τα αποτελέσματα των Παραδ. 22.5 και 22.9 (Εδ. 22.4), στα οποία βρήκαμε ότι το ηλεκτρικό πεδίο έξω από ένα σφαιρικά συμμετρικό φορτισμένο σώμα είναι ίδιο με το ηλεκτρικό πεδίο που θα είχαμε αν το συνολικό φορτίο του σώματος ήταν συγκεντρωμένο στο κέντρο του.

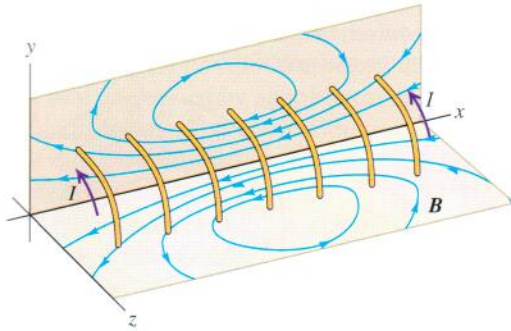
ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Σημειώστε ότι στην επιφάνεια του αγωγού ($r = R$), η Εξ. (28.21) για $r < R$ και η Εξ. (28.22) για $r > R$ δίνουν το ίδιο αποτέλεσμα, όπως πρέπει να συμβαίνει. Το Σχ. 28.21 δείχνει ένα γράφημα του B συναρτήσει του r .

28.21 Μέτρο του μαγνητικού πεδίου εντός και εκτός ενός ευθύγραμμου κυλινδρικού ρευματοφόρου αγωγού μεγάλου μήκους που έχει διατομή ακτίνας R και φέρει ρεύμα I .



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 28.9 ΠΕΔΙΟ ΣΩΛΗΝΟΕΙΔΟΥΣ

28.22 Μαγνητικές γραμμές παραγόμενες από το ρεύμα σε σωληνοειδές. Για σαφήνεια, παρουσιάζονται μόνο μερικές σπείρες.



Ένα σωληνοειδές αποτελείται από μια ελικοειδή περιέλιξη σύρματος γύρω από κυλινδρική επιφάνεια με συνήθως κυκλική διατομή. Μπορεί να υπάρχουν εκατοντάδες ή χιλιάδες πυκνά τοποθετημένες ή «στοιβαγμένες» σπείρες, η καθεμία από τις οποίες μπορεί να θεωρηθεί ως τέλειος κυκλικός βρόχος. Μπορεί να υπάρχουν πολλά στρώματα περιελίξεων. Για απλοποίηση, το Σχ. 28.22 δείχνει ένα σωληνοειδές με λίγες μόνο σπείρες. Όλες διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα I και το συνολικό πεδίο B σε κάθε σημείο είναι το διανυσματικό άθροισμα των πεδίων που δημιουργούνται από τις επιμέρους σπείρες. Το σχήμα δείχνει μαγνητικές γραμμές στα επίπεδα xy και xz . Σχεδιάζουμε ένα σύστημα από μαγνητικές γραμμές που είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες στο κέντρο του σωληνοειδούς. Λεπτομερείς υπολογισμοί δείχνουν ότι σε ένα πυκνά τυλιγμένο σωληνοειδές μεγάλου μήκους οι μισές από αυτές τις μαγνητικές γραμμές εξέρχονται από τα άκρα, ενώ οι άλλες μισές «διαφεύγουν» μέσα από τις σπείρες μεταξύ του μέσου και των άκρων, όπως υποδηλώνει το σχήμα.

Αν το μήκος του σωληνοειδούς είναι μεγάλο σε σύγκριση με τη διάμετρο της διατομής του και οι σπείρες έχουν πυκνή διάταξη, το πεδίο εντός του σωληνοειδούς και πλησίον του μέσου του είναι σχεδόν ομογενές σε όλη την έκταση της διατομής του σωληνοειδούς και παράλληλο προς τον άξονά του, ενώ το εξωτερικό πεδίο κοντά στο μέσο του σωληνοειδούς είναι πολύ μικρό. Χρησιμοποιήστε τον νόμο του Ampere για να βρείτε το πεδίο στο μέσο ή στη γειτονία του μέσου ενός τέτοιου σωληνοειδούς μεγάλου μήκους. Το σωληνοειδές έχει n σπείρες ανά μονάδα μήκους και φέρει ρεύμα I .

ΛΥΣΗ

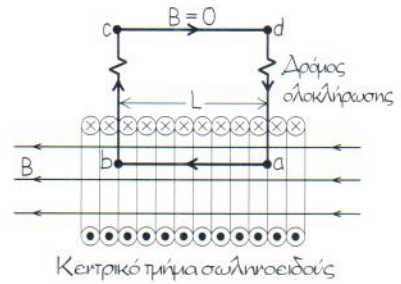
ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Υποθέτουμε ότι το B είναι ομογενές εντός του σωληνοειδούς και μηδενικό εκτός. Το Σχ. 28.23 δείχνει την περίπτωση, καθώς και τον δρόμο ολοκλήρωσης της επιλογής μας, το ορθογώνιο $abcd$. Η πλευρά ab , μήκους L , είναι παράλληλη προς τον άξονα του σωληνοειδούς. Οι πλευρές bc και da επιλέγονται να είναι πολύ μεγάλου μήκους, έτσι ώστε η πλευρά cd να απέχει πολύ από το σωληνοειδές· κατά συνέπεια, το πεδίο κατά μήκος της πλευράς cd μπορεί να θεωρηθεί αμελητέο.

ΕΠΙΛΥΣΗ: Ένεκα συμμετρίας, το πεδίο B κατά μήκος της πλευράς ab είναι παράλληλο προς τον δρόμο και είναι σταθερό. Κατά την ολοκλήρωσή μας σύμφωνα με τον νόμο του Ampere, κινούμαστε κατά μήκος της πλευράς ab κατά τη φορά του B , επομένως εδώ $B_{\parallel} = +B$ και

$$\int_a^b \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = BL$$

Κατά μήκος των πλευρών bc και da , το B είναι κάθετο προς τον δρόμο, επομένως $B_{\parallel} = 0$, ενώ κατά μήκος της πλευράς cd , $B = 0$,

Το σκίτσο μας γι' αυτό το πρόβλημα.



άρα $B_{\parallel} = 0$. Ως εκ τούτου, επί του συνόλου του κλειστού δρόμου έχουμε $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = BL$.

Σε μήκος L υπάρχουν nL σπείρες, η καθεμία από τις οποίες διαπερνά μία φορά το ορθογώνιο $abcd$ φέροντας ρεύμα I . Το ολικό ρεύμα που περικλείεται από το ορθογώνιο είναι επομένως $I_{\text{encl}} = nLI$. Το ολοκλήρωμα $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ είναι θετικό, επομένως, από τον νόμο του Ampere, το I_{encl} πρέπει να είναι επίσης θετικό· άρα το ρεύμα που διαπερνά την οριοθετούμενη από τον δρόμο ολοκλήρωσης επιφάνεια πρέπει να έχει τη φορά που φαίνεται στο Σχ. 28.23. Τότε λοιπόν ο νόμος του Ampere δίνει $BL = \mu_0 nLI$, ή:

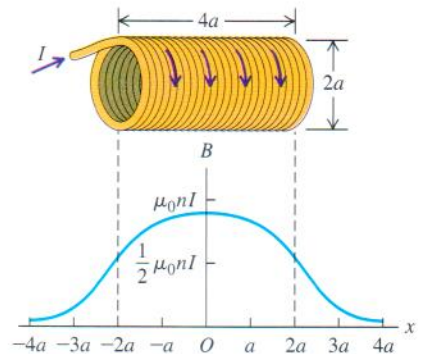
$$B = \mu_0 nI \quad (\text{σωληνοειδές}) \quad (28.23)$$

Η πλευρά ab δεν είναι αναγκαίο να βρίσκεται επί του άξονα του σωληνοειδούς, επομένως το αποτέλεσμα αυτό δείχνει επίσης ότι το πεδίο είναι ομογενές σε όλη την έκταση της εγκάρσιας διατομής στο μέσο της διαμήκους διάστασης του σωληνοειδούς.

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Σημειώστε ότι η κατεύθυνση του B εντός του σωληνοειδούς έχει την ίδια κατεύθυνση με τη (διανυσματική) μαγνητική ροπή μ του σωληνοειδούς, σε συμφωνία με την ανάλυση του Εδ. 28.5 για τη μαγνητική ροπή ενός μόνου ρευματοφόρου βρόχου.

Για σημεία επί του άξονα, το πεδίο είναι μέγιστο στο κέντρο του σωληνοειδούς και μειώνεται κοντά στα άκρα. Για σωληνοειδές πολύ μεγάλου μήκους, συγκριτικά με τη διάμετρό του, το μέγεθος του πεδίου στο κάθε άκρο του είναι ακριβώς το μισό του μεγέθους του πεδίου στο κέντρο του. Αυτό συμβαίνει κατά προσέγγιση ακόμα και στην περίπτωση ενός σωληνοειδούς σχετικά μικρού μήκους, όπως δείχνει το Σχ. 28.24.

28.24 Το μέτρο του μαγνητικού πεδίου σε σημεία κατά μήκος του άξονα σωληνοειδούς μήκους $4a$, τετραπλάσιου της ακτίνας του a . Το μέτρο του πεδίου του σωληνοειδούς σε κάθε του άκρο είναι περίπου ίσο με το μισό του πεδίου του στο κέντρο. (Συγκρίνετε με το γράφημα του Σχ. 28.14 που αναφέρεται στο πεδίο κατά μήκος του κοινού άξονα N κυκλικών σπειρών.)



Το Σχ. 28.25α δείχνει ένα δακτυλιοειδές, **τοροειδές σωληνοειδές**, καλούμενο επίσης απλώς **τοροειδές**, σχήματος λουκουμά τύπου «αντόνα», που αποτελείται από N σπείρες σύρματος, τυλιγμένες σε πυκνή διάταξη, και διαρρέεται από ρεύμα I . (Σε ένα ρεαλιστικό τοροειδές οι σπείρες είναι στην πράξη πιο πυκνά τυλιγμένες απ' ό,τι στο σχήμα.) Βρείτε το μαγνητικό πεδίο σε όλα τα σημεία.

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Αγνοώντας το μικρό βήμα των ελικοειδών σπειρών, μπορούμε να θεωρήσουμε κάθε πλήρη στροφή ενός πυκνά τυλιγμένου τοροειδούς σωληνοειδούς σαν έναν βρόχο κείμενο επί επιπέδου κάθετου προς τον μεγάλο κυκλικό άξονα του τοροειδούς. Σε αυτήν την εξιδανικευμένη προσέγγιση η κυκλική συμμετρία της περίπτωσης μας δηλώνει ότι οι μαγνητικές γραμμές πρέπει να είναι κύκλοι ομόκεντροι με τον άξονα του τοροειδούς. Ως εκ τούτου, επιλέγουμε κυκλικούς δρόμους ολοκλήρωσης (τρεις από τους οποίους δείχνει το Σχ. 28.25b) για να εφαρμόσουμε τον νόμο του Ampere, έτσι ώστε το πεδίο \mathbf{B} (αν υπάρχει) να εφάπτεται στην αντίστοιχη περιφέρεια του κύκλου, σε κάθε σημείο κατά μήκος του κάθε επιλεγέντος δρόμου.

ΕΠΙΛΥΣΗ: Κατά μήκος κάθε δρόμου, το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ ισούται με το γινόμενο του B επί τον δρόμο ολοκλήρωσης, ο οποίος εδώ συμπίπτει με το μήκος της περιφέρειας, $l = 2\pi r$. Όμως το ολικό ρεύμα που περικλείεται από τον δρόμο l είναι μηδέν, άρα σύμφωνα με τον νόμο του Ampere $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ οπουδήποτε πάνω σε αυτόν τον δρόμο.

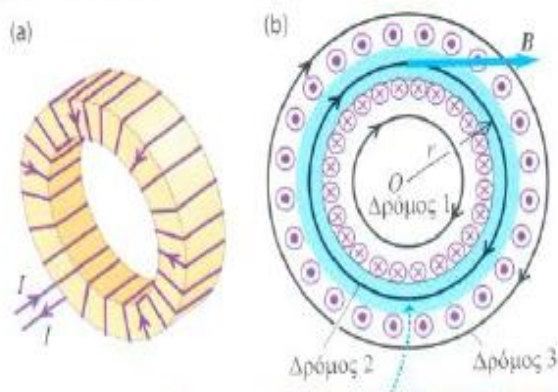
Κάθε σπείρα της περιέλιξης περνά **δύο φορές** από την επιφάνεια που οριοθετείται από τον δρόμο 3, φέροντας ίσα ρεύματα με αντίθετες φορές. Το **συνολικό** ρεύμα που περικλείεται μέσα σε αυτήν την επιφάνεια είναι επομένως μηδέν, ως εκ τούτου $\mathbf{B} = \mathbf{0}$ σε όλα τα σημεία και αυτού του δρόμου. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι το πεδίο ενός ιδανικού τοροειδούς σωληνοειδούς είναι εντοπισμένο μέσα στον χώρο που περικλείεται από την περιέλιξη. Μπορούμε να φανταστούμε ότι ένα τέτοιο ιδανικό τοροειδές σωληνοειδές είναι ένα πυκνά τυλιγμένο ευθύγραμμο σωληνοειδές το οποίο έχει καμφθεί ώστε να σχηματίζει κύκλο.

Τέλος, για τη διαδρομή 2 έχουμε $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = 2\pi rB$. Η κάθε σπείρα της περιέλιξης περνά **μία φορά** μέσα από την επιφάνεια που έχει ως σύνορο τον δρόμο 2, έτσι $I_{\text{encl}} = NI$. Το I_{encl} είναι θετικό για φορά ολοκλήρωσης κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού (ωρολογιακή) στο Σχ. 28.25b, άρα το \mathbf{B} έχει τη φορά που φαίνεται. Στην περίπτωση αυτή ο νόμος του Ampere ορίζει ότι $2\pi rB = \mu_0 NI$, επομένως

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \quad (\text{τοροειδές σωληνοειδές}) \quad (28.24)$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Η Εξ. (28.24) φανερώνει ότι το μαγνητικό πεδίο δεν είναι ομογενές καθ' όλη την έκταση της διατομής ενός σωληνοειδούς, διότι διαφορετικά σημεία εντός του σωληνοειδούς

28.25 (a) Τοροειδές σωληνοειδές. Για να επιτευχθεί ευκρίνεια, στο σχήμα φαίνονται μόνο λίγες σπείρες της περιέλιξης. (b) Οι δρόμοι ολοκλήρωσης (μαύροι κύκλοι) χρησιμοποιούνται για τον υπολογισμό του μαγνητικού πεδίου \mathbf{B} που παράγεται από το ρεύμα, το οποίο φαίνεται ως κουκκίδες και σταυροί στην απεικονιζόμενη κάτοψη του σωληνοειδούς.



Το μαγνητικό πεδίο περιορίζεται σχεδόν εξ ολοκλήρου στον χώρο που περικλείεται από τις σπείρες της περιέλιξης (φαίνεται σε κυανή απόχρωση).

απέχουν διαφορετικές αποστάσεις από τον άξονα του τοροειδούς. Όμως, αν το ακτινικό εύρος του πυρήνα του σωληνοειδούς του είναι μικρό συγκρινόμενο με την ακτίνα r , τότε το πεδίο εμφανίζει μικρή διακύμανση σε όλη την επιφάνεια της διατομής του πυρήνα. Σε αυτήν την περίπτωση, θεωρώντας ότι το μήκος της περιφέρειας του τοροειδούς είναι $2\pi r$ και ότι $N/2\pi r$ είναι ο αριθμός των σπειρών του ανά μονάδα μήκους, τότε το πεδίο μπορεί να γραφεί ως $B = \mu_0 nI$, δηλαδή προκύπτει ακριβώς η ίδια έκφραση, όπως στην περίπτωση του πεδίου στο κέντρο **ευθύγραμμου σωληνοειδούς** μεγάλου μήκους.

Σε ένα πραγματικό τοροειδές σωληνοειδές, οι σπείρες δεν είναι ακριβώς κυκλικοί βρόχοι αλλά μάλλον τμήματα μιας λυγισμένης έλικας. Το δεδομένο αυτό καταλήγει στο αποτέλεσμα το πεδίο στον χώρο εκτός του τόρου να μην είναι ακριβώς μηδενικό. Για να υπολογίσουμε το μέτρο του, φανταζόμαστε το Σχ. 28.25a, επιχειρώντας την εξής **πολύ χονδροειδή** προσέγγιση: Θεωρούμε ότι ο τόρος είναι ισοδύναμος, για σημεία εκτός του πυρήνα του, με κυκλικό βρόχο με **μία μόνο σπείρα** και ακτίνα r . Στο κέντρο του βρόχου αυτού, η Εξ. (28.17) δίνει $B = \mu_0 I/2r$ το πεδίο αυτό είναι μικρότερο από το πεδίο εντός του πυρήνα του τόρου κατά τον παράγοντα N/π .

Οι εξισώσεις που βρήκαμε για το πεδίο για πυκνά τυλιγμένο ευθύγραμμο ή τοροειδές σωληνοειδές είναι σωστές μόνο για περιελίξεις στο κενό. Όμως, στις περισσότερες πραγματικές περιπτώσεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για περιελίξεις στον αέρα ή περί πυρήνα συνιστάμενο από οποιοδήποτε μη μαγνητικό, μη υπεραγωγίμο υλικό. Στο επόμενο εδάφιο θα δείξουμε πώς τροποποιούνται οι εξισώσεις αυτές αν ο πυρήνας είναι μαγνητικό υλικό.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 28.11

ΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΔΙΠΟΛΑ ΕΝΤΟΣ ΠΑΡΑΜΑΓΝΗΤΙΚΟΥ ΥΛΙΚΟΥ



Το μονοξείδιο του αζώτου (NO) είναι μια παραμαγνητική χημική ένωση. Τα μόριά του έχουν μαγνητική ροπή με μέγιστη συνιστώσα σε κάθε διεύθυνση ίση περίπου με μια μαγνητόνη του Bohr ανά μόριο. Εντός μαγνητικού πεδίου μέτρου $B = 1,5 \text{ T}$, συγκρίνετε την ενέργεια αλληλεπίδρασης μεταξύ της μαγνητικής ροπής του μορίου NO και του πεδίου με τη μέση κινητική ενέργεια του ίδιου μορίου λόγω μεταφορικής κίνησης σε θερμοκρασία 300 K .

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Το πρόβλημα αυτό περιλαμβάνει την ενέργεια μιας μαγνητικής διπολικής ροπής εντός μαγνητικού πεδίου και τη μέση θερμική κινητική ενέργεια. Έχουμε την Εξ. (27.27), $U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$ για την ενέργεια αλληλεπίδρασης της μαγνητικής ροπής $\boldsymbol{\mu}$ με το πεδίο \mathbf{B} , και την Εξ. (18.16), $K = \frac{3}{2}kT$, για τη μέση κινητική ενέργεια μεταφοράς ενός μορίου σε θερμοκρασία T , όπου k είναι η σταθερά του Boltzmann.

ΕΠΙΛΥΣΗ: Μπορούμε να γράψουμε για την ενέργεια αλληλεπίδρασης τη σχέση $U = -\mu_{\parallel}B$, όπου μ_{\parallel} είναι η συνιστώσα της μαγνητικής ροπής $\boldsymbol{\mu}$ στην κατεύθυνση του πεδίου B . Στην περίπτωση μας η μέγιστη συνιστώσα μ_{\parallel} είναι περίπου μ_B , άρα

$$|U|_{\max} \approx \mu_B B = (9,27 \times 10^{-24} \text{ J/T})(1,5 \text{ T}) \\ = 1,4 \times 10^{-23} \text{ J} = 8,7 \times 10^{-5} \text{ eV}$$

Η μέση κινητική ενέργεια μεταφοράς K είναι

$$K = \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}(1,38 \times 10^{-23} \text{ J/K})(300 \text{ K}) \\ = 6,2 \times 10^{-21} \text{ J} = 0,039 \text{ eV}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Σε θερμοκρασία 300 K , η ενέργεια μαγνητικής αλληλεπίδρασης είναι μόλις το $0,2 \%$ της θερμικής κινητικής ενέργειας, ως εκ τούτου περιμένουμε μόνον έναν μικρό βαθμό προσανατολισμού. Αυτή είναι η αιτία που οι μαγνητικές επιδεικτικότητες σε συνήθεις θερμοκρασίες είναι συχνά πολύ μικρές.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 28.12

ΕΝΑ ΣΙΔΗΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΥΛΙΚΟ

Ένας μαγνήτης είναι κατασκευασμένος από σιδηρομαγνητικό υλικό το οποίο έχει υποστεί μαγνήτιση M , που εκτιμάται περίπου σε $8 \times 10^5 \text{ A/m}$. Ο μαγνήτης έχει σχήμα κύβου πλευράς 2 cm . (a) Βρείτε τη μαγνητική διπολική ροπή του μαγνήτη. (b) Υπολογίστε το οφειλόμενο στον μαγνήτη αυτόν μαγνητικό πεδίο σε σημείο απέχον 10 cm από τον μαγνήτη και κείμενο επί του άξονά του.

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Το πρόβλημα αυτό χρησιμοποιεί τη σχέση μεταξύ της μαγνήτισης M και της μαγνητικής διπολικής ροπής μ_{total} , καθώς και την ιδέα ότι ένα μαγνητικό δίπολο παράγει μαγνητικό πεδίο. Βρίσκουμε τη μ_{total} από την Εξ. (28.28). Για τον υπολογισμό του μαγνητικού πεδίου θεωρούμε ότι ο μαγνήτης μπορεί προσεγγιστικά να αντικατασταθεί από έναν βρόχο ρεύματος που έχει τη μαγνητική ροπή του μαγνήτη, οπότε στη συνέχεια χρησιμοποιούμε την Εξ. (28.18).

ΕΠΙΛΥΣΗ: (a) Από την Εξ. (28.28),

$$\mu_{\text{total}} = MV = (8 \times 10^5 \text{ A/m})(2 \times 10^{-2} \text{ m})^3 = 6 \text{ A} \cdot \text{m}^2$$

(b) Από την Εξ. (28.18) το μαγνητικό πεδίο επί του άξονα ενός βρόχου ρεύματος με μαγνητική ροπή μ_{total} είναι

$$B = \frac{\mu_0 \mu_{\text{total}}}{2\pi(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

όπου x είναι η απόσταση από τον βρόχο και a είναι η ακτίνα του. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και εδώ αυτήν την ίδια έκφραση, εκτός του ότι το a αναφέρεται στο μέγεθος του μόνιμου μαγνήτη. Για την ακρίβεια, υπάρχουν περιπλοκές διότι ο μαγνήτης μας δεν έχει την ίδια γεωμετρία όπως ο ρευματοφόρος κυκλικός βρόχος. Όμως, επειδή η απόσταση $x = 10 \text{ cm}$ είναι αρκετά μεγάλη σε σχέση με το μέγεθος του μαγνήτη, που είναι διαστάσεων $2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$, ο όρος a^2 είναι αμελητέος συγκρινόμενος προς το x^2 και μπορεί να αγνοηθεί. Επομένως

$$B \approx \frac{\mu_0 \mu_{\text{total}}}{2\pi x^3} = \frac{(4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A})(6 \text{ A} \cdot \text{m}^2)}{2\pi(0,1 \text{ m})^3} \\ = 1 \times 10^{-3} \text{ T} = 10 \text{ G}$$

που είναι περίπου δέκα φορές ισχυρότερο από το μαγνητικό πεδίο της Γης. Ένας τέτοιος μαγνήτης μπορεί εύκολα να προκαλέσει απόκλιση μιας μαγνητικής πυξίδας.

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Εκτιμήσαμε το B σε σημείο εκτός του μαγνητικού υλικού, ως εκ τούτου χρησιμοποιήσαμε στον υπολογισμό μας τη μ_0 αντί της διαπερατότητας μ του υλικού αυτού. Θα έπρεπε να τοποθετήσετε στη θέση της μ_0 τη διαπερατότητα μ , αν ερόκειτο να υπολογίσετε το B εντός υλικού με σχετική διαπερατότητα K_m , αφού λάβετε υπόψη ότι ισχύει πάντα $\mu = K_m \mu_0$.