SEARS & ZEMANSKY

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΗ ΦΥΣΙΚΗ με Σύγχρονη Φυσική

3η ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΕΚΔΟΣΗ

Τόμος Β

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΣΜΟΣ ΟΠΤΙΚΗ - ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΦΥΣΙΚΗ

YOUNG ΚΑΙ FREEDMAN

Θ.Η. Αλεξόπουλος, ΕΜΠ
Ι.Α. Αρβανιτίδης, ΑΠΘ
Α.Α. Αργυρίου, Π. Πατρών
Ε.Α. Δρης, ΕΜΠ
Η.Σ. Ζουμπούλης, ΕΜΠ
Η.Κ. Κατσούφης, ΕΜΠ
Γ.Α. Κουρούκλης, ΑΠΘ
Κ.Ε. Παρασκευαΐδης, ΕΜΠ
Μ.Ν. Πιζάνιας, Π. Πατρών
Ι.Π. Ρίζος, Π. Ιωαννίνων
Θ.Ν. Τομαράς, Π. Κρήτης
Κ. Χριστοδουλίδης, ΕΜΠ

ΔΙΑΦΑΝΕΙΕΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ

1. ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΗ

ΕΠΙΛΟΓΗ, ΣΥΝΘΕΣΗ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΚΑΙ ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:
Ηλίας Κατσούφης

ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΚΟ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗΣ:
Τζένη Πάλμου

Απόδοση βιβλίου στην Ελληνική γλώσσα και Επιμέλεια (αλφαβητικά):

Θ.Η. Αλεξόπουλος, *Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

Ι.Α. Αρβανιτίδης, *Αναπλ. Καθηγητής Φυσικής του Τμήματος Φυσικής του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης*

Α.Α. Αργυρίου, *Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Πατρών*

Ε.Α. Δρης, *Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επστημών, του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

Η.Σ. Ζουμπούλης, *Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

Η.Κ. Κατσούφης, *Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

Γ.Α. Κουρούκλης, *Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής του Τμήματος Χημικών Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης*

Κ.Ε. Παρασκευαΐδης, *τ. Αναπλ. Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

Μ.Ν. Πιζάνιας, *Ομότιμος Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Πατρών*

Ι.Π. Ρίζος, *Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων*

Θ.Ν. Τομαράς, *Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Κρήτης*

Κ. Χριστοδουλίδης, *Ομότιμος Καθηγητής Φυσικής της Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών του Ε.Μ. Πολυτεχνείου*

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 32.1 ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΚΑΙ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΑΚΤΙΝΑΣ ΛΕΙΖΕΡ

Ένα λέιζερ διοξειδίου του άνθρακα εκπέμπει ημιτονοειδές ηλεκτρομαγνητικό κύμα, που οδεύει στο κενό στην αρνητική κατεύθυνση x. Το μήκος κύματος είναι 10,6 μm (στο υπέρυθρο· δείτε Σχ. 32.4) και το πεδίο $\boldsymbol{E}$ είναι παράλληλο προς τον άξονα z με $E_{\max} = 1{,}5$ MV/m. Γράψτε διανυσματικές εξισώσεις για τα $\boldsymbol{E}$ και $\boldsymbol{B}$ ως συναρτήσεις του χρόνου και της θέσης.

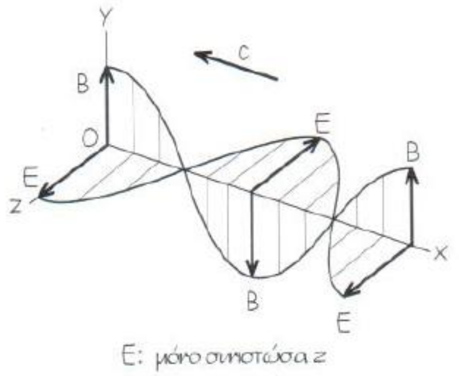
ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Οι Εξ. (32.19) περιγράφουν ένα κύμα που διαδίδεται προς την αρνητική κατεύθυνση x με το πεδίο $\boldsymbol{E}$ κατά μήκος του άξονα y – δηλαδή ένα γραμμικά πολωμένο κύμα κατά μήκος του άξονα y. Αντίθετα, το κύμα σε αυτό το παράδειγμα είναι γραμμικά πολωμένο κατά μήκος του άξονα z. Σε σημεία όπου το $\boldsymbol{E}$ είναι στη θετική κατεύθυνση z, το $\boldsymbol{B}$ πρέπει να είναι στη θετική κατεύθυνση y, ώστε το διανυσματικό γινόμενο $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$ να είναι στην αρνητική κατεύθυνση x (την κατεύθυνση διάδοσης). Το **Σχ. 32.15** δείχνει ένα κύμα που ικανοποιεί αυτές τις απαιτήσεις.

ΕΠΙΛΥΣΗ: Ένα επιτρεπτό ζεύγος κυματοσυναρτήσεων που περιγράφουν το κύμα, το οποίο δείχνει το Σχ. 32.15, είναι

$$\boldsymbol{E}(x, t) = \boldsymbol{k}E_{\max}\cos(kx + \omega t)$$
$$\boldsymbol{B}(x, t) = \boldsymbol{j}B_{\max}\cos(kx + \omega t)$$

32.15 Το σκαρίφημά μας γι' αυτό το πρόβλημα.



Το πρόσημο συν στα ορίσματα των συνημιτόνων δείχνει ότι το κύμα διαδίδεται στην αρνητική κατεύθυνση x, όπως και θα έπρεπε. Ο νόμος του Faraday απαιτεί ότι $E_{\max} = cB_{\max}$ [Εξ. (32.18)], άρα

$$B_{\max} = \frac{E_{\max}}{c} = \frac{1{,}5 \times 10^6 \text{ V/m}}{3{,}0 \times 10^8 \text{ m/s}} = 5{,}0 \times 10^{-3} \text{ T}$$

(Θυμηθείτε ότι 1 V = 1 Wb/s και 1 Wb/m² = 1 T.)

Έχουμε ότι $\lambda = 10{,}6 \times 10^{-6}$ m, οπότε ο κυματαριθμός και η γωνιακή συχνότητα είναι

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi \text{ rad}}{10{,}6 \times 10^{-6} \text{ m}} = 5{,}93 \times 10^5 \text{ rad/m}$$
$$\omega = ck = (3{,}00 \times 10^8 \text{ m/s})(5{,}93 \times 10^5 \text{ rad/m})$$
$$= 1{,}78 \times 10^{14} \text{ rad/s}$$

Αντικαθιστώντας αυτές τις τιμές στις πιο πάνω κυματοσυναρτήσεις παίρνουμε

$$\boldsymbol{E}(x, t) = \boldsymbol{k}(1{,}5 \times 10^6 \text{ V/m}) \times \cos[(5{,}93 \times 10^5 \text{ rad/m})x + (1{,}78 \times 10^{14} \text{ rad/s})t]$$
$$\boldsymbol{B}(x, t) = \boldsymbol{j}(5{,}0 \times 10^{-3} \text{ T}) \times \cos[(5{,}93 \times 10^5 \text{ rad/m})x + (1{,}78 \times 10^{14} \text{ rad/s})t]$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Όπως περιμένουμε, το μέγεθος $B_{\max}$ σε τέσλα είναι πολύ μικρότερο από το μέγεθος $E_{\max}$ σε βολτ ανά μέτρο. Για να ελέγξουμε τις κατευθύνσεις των $\boldsymbol{E}$ και $\boldsymbol{B}$, σημειώστε ότι το $\boldsymbol{E} \times \boldsymbol{B}$ είναι στην κατεύθυνση του $\boldsymbol{k} \times \boldsymbol{j} = -\boldsymbol{i}$, όπως ακριβώς έπρεπε να είναι, για ένα κύμα που διαδίδεται στην αρνητική κατεύθυνση x.

Οι εκφράσεις αυτές για τα $\boldsymbol{E}$ και $\boldsymbol{B}$ δεν είναι οι μόνες δυνατές λύσεις. Θα μπορούσαμε πάντα να προσθέσουμε μια φάση ϕ στα ορίσματα των συνημιτόνων, ώστε τα $kx + \omega t$ να γίνουν $kx + \omega t + \phi$. Για τον προσδιορισμό της τιμής του ϕ, θα χρειαζόταν να ξέρουμε τα $\boldsymbol{E}$ και $\boldsymbol{B}$ είτε συναρτήσει του x σε μια δεδομένη χρονική στιγμή t είτε ως συναρτήσεις του t σε μια δεδομένη θέση x. Ωστόσο, η εκφώνηση του προβλήματος δεν περιέχει τέτοια πληροφορία.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 32.2 ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ ΣΕ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΥΛΙΚΑ

(a) Κατά την επίσκεψή σας το βράδυ σε ένα κοσμηματοπωλείο, κοιτάζετε ένα διαμάντι στο φως μιας λυχνίας ατμών-νατρίου του δρόμου. Οι θερμαινόμενοι ατμοί νατρίου εκπέμπουν κίτρινο φως με συχνότητα $5{,}09 \times 10^{14}$ Hz. Βρείτε το μήκος κύματος στο κενό και την ταχύτητα του κύματος και το μήκος κύματος στο διαμάντι, για το οποίο $K = 5{,}84$ και $K_m = 1{,}00$ σε αυτήν τη συχνότητα. (b) Ένα ραδιοφωνικό κύμα συχνότητας 90,0 MHz (στη ζώνη των FM) περνάει από το κενό σε έναν μονωτικό φερρίτη (σιδηρομαγνητικό υλικό που χρησιμοποιείται σε καλώδια υπολογιστών για να καταστέλλει την παρεμβολή των ραδιοκυμάτων). Βρείτε το μήκος κύματος στο κενό και την ταχύτητα του κύματος και το μήκος κύματος στον φερρίτη, για τον οποίο $K = 10{,}0$ και $K_m = 1000$ σε αυτήν τη συχνότητα.

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Και στις δύο περιπτώσεις βρίσκουμε το μήκος κύματος στο κενό χρησιμοποιώντας τη σχέση $c = \lambda f$. Για να χρησιμοποιήσουμε την αντίστοιχη εξίσωση $\upsilon = \lambda f$ ώστε να βρούμε το μήκος κύματος στο υλικό μέσο, υπολογίζουμε την ταχύτητα υ των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων στο μέσο από την Εξ. (32.21), που συσχετίζει το υ με τις τιμές της διηλεκτρικής σταθεράς K και της σχετικής διαπερατότητας K_m του μέσου.

ΕΠΙΛΥΣΗ: (a) Το μήκος κύματος του φωτός της λάμπας νατρίου στο κενό είναι

$$\lambda_{\text{κενό}} = \frac{c}{f} = \frac{3{,}00 \times 10^8 \text{ m/s}}{5{,}09 \times 10^{14} \text{ Hz}} = 5{,}89 \times 10^{-7} \text{ m} = 589 \text{ nm}$$

Η ταχύτητα του κύματος και το μήκος κύματος στο διαμάντι είναι

$$\upsilon_{\text{διαμ}} = \frac{c}{\sqrt{KK_m}} = \frac{3{,}00 \times 10^8 \text{ m/s}}{\sqrt{(5{,}84)(1{,}00)}} = 1{,}24 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{\text{διαμ}} = \frac{\upsilon_{\text{διαμ}}}{f} = \frac{1{,}24 \times 10^8 \text{ m/s}}{5{,}09 \times 10^{14} \text{ Hz}} = 2{,}44 \times 10^{-7} \text{ m} = 244 \text{ nm}$$

συνεχίζεται

(b) Ακολουθώντας τα ίδια βήματα με το μέρος (a) βρίσκουμε

$$\lambda_{\text{κενό}} = \frac{c}{f} = \frac{3{,}00 \times 10^8 \text{ m/s}}{90{,}0 \times 10^6 \text{ Hz}} = 3{,}33 \text{ m}$$

$$\upsilon_{\text{φερ}} = \frac{c}{\sqrt{KK_m}} = \frac{3{,}00 \times 10^8 \text{ m/s}}{\sqrt{(10{,}0)(1000)}} = 3{,}00 \times 10^6 \text{ m/s}$$

$$\lambda_{\text{φερ}} = \frac{\upsilon_{\text{φερ}}}{f} = \frac{3{,}00 \times 10^6 \text{ m/s}}{90{,}0 \times 10^6 \text{ Hz}} = 3{,}33 \times 10^{-2} \text{ m} = 3{,}33 \text{ cm}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Η ταχύτητα του φωτός σε διαφανή υλικά κυμαίνεται συνήθως από $0{,}2c$ μέχρι c· το αποτέλεσμα στο μέρος (a) δείχνει ότι $\upsilon_{\text{διαμ}} = 0{,}414c$. Όπως δείχνουν τα αποτελέσματά μας στο (b), η ταχύτητα των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων σε πυκνά υλικά όπως οι φερρίτες (για τα οποία $\upsilon_{\text{φερ}} = 0{,}010c$) μπορεί να είναι *πολύ* μικρότερη απ' ό,τι στο κενό.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 32.3 ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΕ ΕΝΑ ΜΗ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΕΣ ΚΥΜΑ

Για το μη ημιτονοειδές κύμα, που περιγράψαμε στο Εδ. 32.2, υποθέστε ότι $E = 100$ V/m $= 100$ N/C. Βρείτε την τιμή του B, την ενεργειακή πυκνότητα u και τη ροή ενέργειας ανά μονάδα επιφάνειας S.

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Σε αυτό το κύμα, τα $\boldsymbol{E}$ και $\boldsymbol{B}$ είναι ομοιόμορφα πίσω από το μέτωπο του κύματος (και μηδέν μπροστά από αυτό). Επομένως, οι ζητούμενες μεταβλητές B, u και S πρέπει επίσης να είναι ομοιόμορφες πίσω από το μέτωπο του κύματος. Με δεδομένο το μέγεθος E, χρησιμοποιούμε την Εξ. (32.4) για να βρούμε το B, την Εξ. (32.25) για να βρούμε το u και την Εξ. (32.27) για να βρούμε το S. [(Δεν μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την Εξ. (32.29), η οποία ισχύει μόνο για ημιτονοειδή κύματα.]

ΕΠΙΛΥΣΗ: Από την Εξ. (32.4),

$$B = \frac{E}{c} = \frac{100 \text{ V/m}}{3{,}00 \times 10^8 \text{ m/s}} = 3{,}33 \times 10^{-7} \text{ T}$$

Από την Εξ. (32.25),

$$u = \epsilon_0 E^2 = (8{,}85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(100 \text{ N/C})^2$$
$$= 8{,}85 \times 10^{-8} \text{ N/m}^2 = 8{,}85 \times 10^{-8} \text{ J/m}^3$$

Το μέτρο του διανύσματος Poynting είναι

$$S = \frac{EB}{\mu_0} = \frac{(100 \text{ V/m})(3{,}33 \times 10^{-7} \text{ T})}{4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A}}$$
$$= 26{,}5 \text{ V} \cdot \text{A/m}^2 = 26{,}5 \text{ W/m}^2$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Μπορούμε να ελέγξουμε το αποτέλεσμά μας για το S χρησιμοποιώντας την Εξ. (32.26):

$$S = \epsilon_0 c E^2 = (8{,}85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(3{,}00 \times 10^8 \text{ m/s})$$
$$\times (100 \text{ N/C})^2 = 26{,}5 \text{ W/m}^2$$

Εφόσον τα $\boldsymbol{E}$ και $\boldsymbol{B}$ έχουν τις ίδιες τιμές σε όλα τα σημεία πίσω από το μέτωπο του κύματος, τα u και S ομοίως έχουν την ίδια τιμή παντού πίσω από το μέτωπο του κύματος. Μπροστά από το μέτωπο του κύματος, $\boldsymbol{E} = 0$ και $\boldsymbol{B} = 0$ και, επομένως, $u = 0$ και $S = 0$· όπου δεν υπάρχουν πεδία, δεν υπάρχει ενέργεια πεδίου.

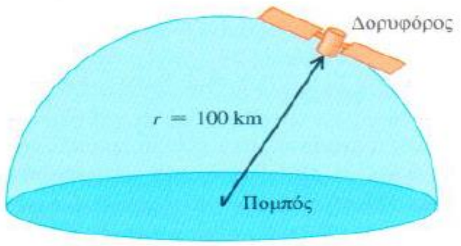
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 32.4 ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΕ ΕΝΑ ΗΜΙΤΟΝΟΕΙΔΕΣ ΚΥΜΑ

Ένας ραδιοφωνικός σταθμός (πομπός) στην επιφάνεια της Γης εκπέμπει ένα ημιτονοειδές κύμα με ολική ισχύ 50 kW (**Σχ. 32.19**). Υποθέτοντας ότι ο πομπός ακτινοβολεί ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις πάνω από το έδαφος (πράγμα απίθανο σε πραγματικές καταστάσεις), βρείτε τα πλάτη του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου E_{max} και B_{max}, που ανιχνεύει ένας δορυφόρος 100 km μακριά από την κεραία.

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Μας δίνεται η μέση ολική ισχύς P του πομπού. Η ένταση I είναι η μέση ισχύς ανά μονάδα επιφάνειας· για να βρούμε το I στα 100 km από τον πομπό, διαιρούμε το P διά του εμβαδού της επιφάνειας του ημισφαιρίου του Σχ. 32.19. Για ένα ημιτονοειδές κύμα, το I ισούται επίσης με το μέτρο της μέσης τιμής S_{av} του διανύσματος Poynting, οπότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την Εξ. (32.29) για να βρούμε το E_{max}· η Εξ. (32.4) δίνει το B_{max}.

32.19 Ένας ραδιοφωνικός σταθμός ακτινοβολεί κύματα στο εικονιζόμενο ημισφαίριο.



ΕΠΙΛΥΣΗ: Το εμβαδόν της ημισφαιρικής επιφάνειας με ακτίνα $r = 100$ km $= 1{,}00 \times 10^5$ m είναι

$$A = 2\pi R^2 = 2\pi(1{,}00 \times 10^5 \text{ m})^2 = 6{,}28 \times 10^{10} \text{ m}^2$$

Όλη η ακτινοβολούμενη ισχύς περνάει διαμέσου αυτής της επιφάνειας και επομένως η μέση ισχύς ανά μονάδα επιφάνειας (δηλαδή η ένταση) είναι

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{2\pi R^2} = \frac{5{,}00 \times 10^4 \text{ W}}{6{,}28 \times 10^{10} \text{ m}^2} = 7{,}96 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2$$

Από την Εξ. (32.29), $I = S_{av} = E_{max}{}^2/2\mu_0 c$, οπότε

$$\begin{aligned} E_{max} &= \sqrt{2\mu_0 c S_{av}} \\ &= \sqrt{2(4\pi \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A})(3{,}00 \times 10^8 \text{ m/s})(7{,}96 \times 10^{-7} \text{ W/m}^2)} \\ &= 2{,}45 \times 10^{-2} \text{ V/m} \end{aligned}$$

Τέλος, από την Εξ. (32.4)

$$B_{max} = \frac{E_{max}}{c} = 8{,}17 \times 10^{-11} \text{ T}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Σημειώστε ότι το E_{max} είναι συγκρίσιμο με πεδία που βλέπουμε συνήθως στο εργαστήριο, αλλά το B_{max} είναι εξαιρετικά μικρό σε σύγκριση με πεδία B που είδαμε σε προηγούμενα κεφάλαια. Γι' αυτόν τον λόγο, οι πιο πολλοί ανιχνευτές ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας αποκρίνονται στην επίδραση του ηλεκτρικού πεδίου και όχι του μαγνητικού. Οι ραδιοφωνικές κεραίες βρόχου είναι μια εξαίρεση (δείτε το Πρόβλημα Γεφύρωσης στο τέλος αυτού του κεφαλαίου).

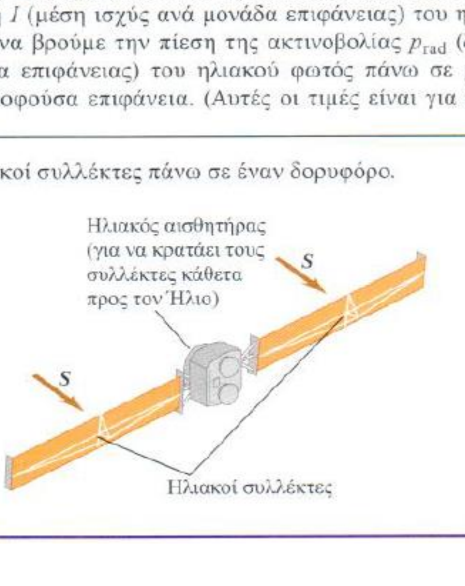
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 32.5 ΙΣΧΥΣ ΚΑΙ ΠΙΕΣΗ ΑΠΟ ΤΟ ΗΛΙΑΚΟ ΦΩΣ

Ένας δορυφόρος, που περιφέρεται γύρω από τη Γη, έχει συλλέκτες ηλιακής ενέργειας με συνολικό εμβαδόν 4,0 m² (**Σχ. 32.21**). Αν η ακτινοβολία του Ήλιου πέφτει κάθετα στους συλλέκτες και απορροφάται πλήρως, βρείτε τη μέση απορροφούμενη ηλιακή ισχύ και τη μέση δύναμη από την πίεση της ακτινοβολίας.

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Αυτό το πρόβλημα χρησιμοποιεί τις σχέσεις ανάμεσα σε ένταση, ισχύ, πίεση ακτινοβολίας και δύναμη. Στη συζήτηση που προηγήθηκε, χρησιμοποιήσαμε την ένταση I (μέση ισχύς ανά μονάδα επιφάνειας) του ηλιακού φωτός για να βρούμε την πίεση της ακτινοβολίας p_{rad} (δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας) του ηλιακού φωτός πάνω σε μια τέλεια απορροφούσα επιφάνεια. (Αυτές οι τιμές είναι για σημεία πάνω από την ατμόσφαιρα, εκεί που περιφέρεται ο δορυφόρος.) Πολλαπλασιάζοντας κάθε τιμή επί το εμβαδόν των συλλεκτών παίρνουμε τη μέση ισχύ, που απορροφάται από τους συλλέκτες, και την ολική δύναμη ακτινοβολίας πάνω στους συλλέκτες.

32.21 Ηλιακοί συλλέκτες πάνω σε έναν δορυφόρο.



ΕΠΙΛΥΣΗ: Η ένταση I (ισχύς ανά μονάδα επιφάνειας) είναι $1{,}4 \times 10^3$ W/m². Αν και το φως από τον Ήλιο δεν είναι ένα απλό ημιτονοειδές κύμα, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη σχέση ότι η μέση ισχύς P ισούται με την ένταση επί το εμβαδόν A:

$$\begin{aligned} P &= IA = (1{,}4 \times 10^3 \text{ W/m}^2)(4{,}0 \text{ m}^2) \\ &= 5{,}6 \times 10^3 \text{ W} = 5{,}6 \text{ kW} \end{aligned}$$

Η πίεση της ακτινοβολίας του ηλιακού φωτός πάνω σε μια απορροφούσα επιφάνεια είναι $p_{rad} = 4{,}7 \times 10^{-6}$ Pa $= 4{,}7 \times 10^{-6}$ N/m². Η ολική δύναμη F είναι η πίεση p_{rad} επί το εμβαδόν A:

$$F = p_{rad}A = (4{,}7 \times 10^{-6} \text{ N/m}^2)(4{,}0 \text{ m}^2) = 1{,}9 \times 10^{-5} \text{ N}$$

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Η απορροφούμενη ισχύς είναι αρκετά σημαντική. Μέρος της μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τις ενεργειακές ανάγκες λειτουργίας του εξοπλισμού του δορυφόρου· το υπόλοιπο μετατρέπεται σε θερμοδυναμική (θερμική) ενέργεια στους συλλέκτες είτε απευθείας είτε λόγω μη καλής αποδοτικότητας των φωτοστοιχείων στους συλλέκτες.

Η ολική δύναμη ακτινοβολίας είναι συγκρίσιμη με το βάρος (στη Γη) ενός κόκκου αλατιού. Ωστόσο, δρώντας για μεγάλο χρονικό διάστημα, αυτή η μικρή δύναμη μπορεί να επηρεάσει αισθητά την τροχιά ενός δορυφόρου, όπως αυτού στο Σχ. 32.21 και επομένως η πίεση της ακτινοβολίας πρέπει να λαμβάνεται υπόψη.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 32.6 ΕΝΤΑΣΗ ΣΕ ΣΤΑΣΙΜΟ ΚΥΜΑ

Υπολογίστε την ένταση του στάσιμου κύματος που αναπαριστούν οι Εξ. (32.34) και (32.35).

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Η ένταση I του κύματος είναι η χρονική μέση τιμή S_{av} του μέτρου του διανύσματος Poynting $\boldsymbol{S}$. Για να βρούμε το S_{av}, πρώτα χρησιμοποιούμε την Εξ. (32.28) για να υπολογίσουμε τη στιγμιαία τιμή του $\boldsymbol{S}$ και μετά παίρνουμε τη χρονική μέση τιμή πάνω σε έναν ακέραιο αριθμό κύκλων του κύματος.

ΕΠΙΛΥΣΗ: Χρησιμοποιώντας τις κυματοσυναρτήσεις των Εξ. (32.34) και (32.35) στην Εξ. (32.28) για το διάνυσμα Poynting $\boldsymbol{S}$ βρίσκουμε

$$\begin{aligned}\boldsymbol{S}(x,t) &= \frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{E}(x,t)\times\boldsymbol{B}(x,t)\\ &= \frac{1}{\mu_0}\left[-2\boldsymbol{j}E_{\max}\sin kx\sin\omega t\right]\times\left[-2\,\boldsymbol{k}B_{\max}\cos kx\cos\omega t\right]\\ &= \boldsymbol{i}\frac{E_{\max}B_{\max}}{\mu_0}(2\sin kx\cos kx)(2\sin\omega t\cos\omega t) = \boldsymbol{i}S_x(x,t)\end{aligned}$$

Κάνοντας χρήση της ταυτότητας $\sin 2A = 2\sin A\cos A$ μπορούμε να γράψουμε το $S_x(x, t)$ στη μορφή

$$S_x(x,t) = \frac{E_{\max}B_{\max}\sin 2kx\sin 2\omega t}{\mu_0}$$

Η μέση τιμή της ημιτονικής συνάρτησης σε οποιονδήποτε ακέραιο αριθμό κύκλων είναι μηδέν. Συνεπώς, *η χρονική μέση τιμή του $\boldsymbol{S}$ σε κάθε σημείο είναι μηδέν*· $I = S_{av} = 0$.

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Αυτό είναι το αποτέλεσμα που θα έπρεπε να περιμένουμε. Το στάσιμο κύμα είναι επαλληλία δύο κυμάτων με ίδια συχνότητα και πλάτος, που οδεύουν σε αντίθετες κατευθύνσεις. Όλη η ενέργεια που μεταφέρεται από το ένα κύμα εξουδετερώνεται από ένα ίσο ποσό ενέργειας, το οποίο μεταφέρεται προς την αντίθετη κατεύθυνση από το άλλο κύμα. Όταν χρησιμοποιούμε ηλεκτρομαγνητικά κύματα για να μεταβιβάσουμε ισχύ, είναι σημαντικό να αποφεύγουμε ανακλάσεις, που οδηγούν στη δημιουργία στάσιμων κυμάτων.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 32.7 ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ ΣΕ ΜΙΑ ΚΟΙΛΟΤΗΤΑ

Στάσιμα ηλεκτρομαγνητικά κύματα δημιουργούνται σε μια κοιλότητα με δύο παράλληλους τοίχους υψηλής αγωγιμότητας σε απόσταση 1,50 cm. (a) Υπολογίστε το μέγιστο μήκος κύματος λ και τη μικρότερη συχνότητα f αυτών των στάσιμων κυμάτων. (b) Για ένα στάσιμο κύμα αυτού του μήκους κύματος, σε ποιο σημείο της κοιλότητας έχει το $\boldsymbol{E}$ το μέγιστο μέτρο; Πού είναι το $\boldsymbol{E}$ μηδέν; Πού έχει το $\boldsymbol{B}$ μέγιστο μέτρο; Πού είναι το $\boldsymbol{B}$ μηδέν;

ΛΥΣΗ

ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ και ΚΑΤΑΣΤΡΩΣΗ: Μόνο μερικοί κανονικοί τρόποι ταλάντωσης είναι επιτρεπτοί για ηλεκτρομαγνητικά κύματα σε μια κοιλότητα, όπως και μόνο μερικοί κανονικοί τρόποι ταλάντωσης είναι δυνατοί για στάσιμα κύματα σε μια χορδή. Το πιο μεγάλο μήκος κύματος και η μικρότερη συχνότητα αντιστοιχούν στον κανονικό τρόπο ταλάντωσης με $n = 1$ στις Εξ. (32.38) και (32.39)· χρησιμοποιούμε αυτές τις σχέσεις για να βρούμε τα λ και f. Στη συνέχεια, οι Εξ. (32.36) και (32.37) δίνουν τις θέσεις των επιπέδων κόμβων των $\boldsymbol{E}$ και $\boldsymbol{B}$. Τα επίπεδα κοιλιών του κάθε πεδίου βρίσκονται στη μέση ανάμεσα σε γειτονικά επίπεδα κόμβων.

ΕΠΙΛΥΣΗ: (a) Από τις Εξ. (32.38) και (32.39), το μήκος κύματος και η συχνότητα για $n = 1$ είναι

$$\lambda_1 = 2L = 2(1{,}50\text{ cm}) = 3{,}00\text{ cm}$$

$$f_1 = \frac{c}{2L} = \frac{3{,}00\times10^8\text{ m/s}}{2(1{,}50\times10^{-2}\text{ m})} = 1{,}00\times10^{10}\text{ Hz} = 10\text{ GHz}$$

(b) Με $n = 1$ υπάρχει μόνο μισό μήκος κύματος ανάμεσα στους τοίχους. Το ηλεκτρικό πεδίο έχει επίπεδα κόμβων ($\boldsymbol{E} = 0$) στους τοίχους και ένα επίπεδο κοιλιών (όπου το $\boldsymbol{E}$ έχει το μέγιστο μέτρο του) στη μέση της απόστασης μεταξύ τους. Το μαγνητικό πεδίο έχει επίπεδα *κοιλιών* στους τοίχους και ένα επίπεδο κόμβων στη μέση της απόστασης μεταξύ τους.

ΔΙΕΡΕΥΝΗΣΗ: Μία εφαρμογή τέτοιων στάσιμων κυμάτων είναι η παραγωγή ενός ταλαντούμενου πεδίου $\boldsymbol{E}$ συγκεκριμένης συχνότητας, το οποίο χρησιμοποιείται για τη διερεύνηση της συμπεριφοράς ενός μικρού δείγματος κάποιου υλικού τοποθετημένου μέσα στην κοιλότητα. Για να εκτεθεί το δείγμα στο ισχυρότερο δυνατό πεδίο, πρέπει να τοποθετηθεί κοντά στο μέσο της κοιλότητας, σε κοιλία του $\boldsymbol{E}$.