

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 23

ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ

ΗΛΕΚΤΡΙΚΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Έργο παραγόμενο από δύναμη. Από τη Μηχανική μάθαμε:

Όταν μια δύναμη F ενεργεί πάνω σε ένα σωματίο που κινείται από ένα σημείο a προς ένα σημείο b , το έργο $W_{a \rightarrow b}$ που παράγεται από τη δύναμη δίνεται από το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα:

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \int_a^b F \cos \phi \, dl \quad \begin{array}{l} \text{(έργο παραγόμενο)} \\ \text{από δύναμη)} \end{array} \quad (23.1)$$

όπου $d\mathbf{l}$ είναι μια απειροστή μετατόπιση πάνω στην τροχιά του σωματίου και ϕ είναι η γωνία μεταξύ της F και του $d\mathbf{l}$ σε κάθε σημείο κατά μήκος της τροχιάς. Εάν η δύναμη είναι διατηρητική, δηλαδή, το έργο της δύναμης δεν εξαρτάται από τη διαδρομή μεταξύ δύο σημείων, τότε το έργο το παραγόμενο από την F μπορεί να εκφραστεί πάντα συναρτήσει μιας δυναμικής ενέργειας U . Όταν το σωματίο κινείται από ένα σημείο όπου η δυναμική ενέργεια είναι U_a προς άλλο σημείο που είναι U_b , η μεταβολή στη δυναμική ενέργεια είναι $\Delta U = U_b - U_a$ και

$$W_{a \rightarrow b} = U_a - U_b = -(U_b - U_a) = -\Delta U \quad (23.2)$$

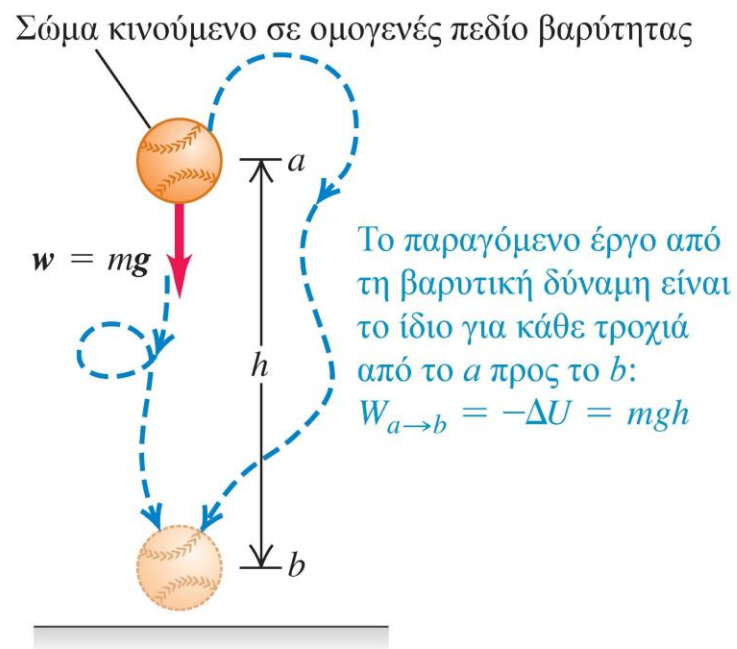
Αν η δύναμη είναι διατηρητική, τότε ισχύει η σχέση 23.3

$$K_a + U_a = K_b + U_b \quad (23.3)$$

Η ολική μηχανική ενέργεια (κινητική συν δυναμική) διατηρείται υπό αυτές τις συνθήκες.

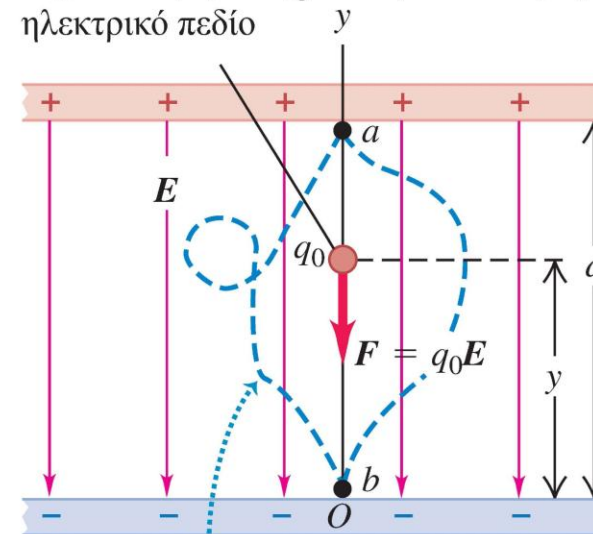
Ηλεκτρική δυναμική ενέργεια σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

23.1 Έργο παραγόμενο σε μπαλάκι του μπέιζμπολ που κινείται σε ομογενές πεδίο βαρύτητας.



23.2 Έργο παραγόμενο σε σημειακό φορτίο που κινείται σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο. Συγκρίνετε με το Σχ. 23.1.

Σημειακό φορτίο q_0 κινούμενο σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο



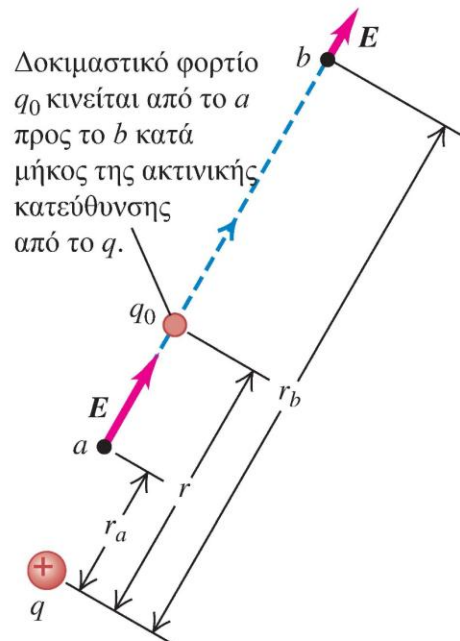
Το έργο που παράγεται από την ηλεκτρική δύναμη είναι το ίδιο για κάθε διαδρομή από το a προς το b :

$$W_{a \rightarrow b} = -\Delta U = q_0 E d$$

$$W_{a \rightarrow b} = F d = q_0 E d \quad (23.4)$$

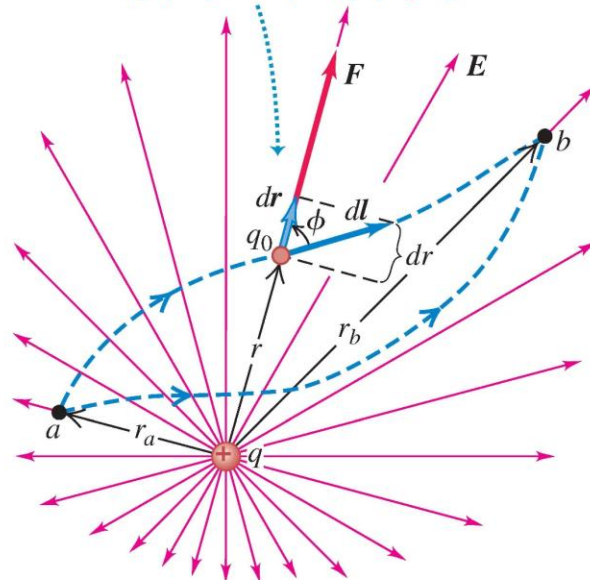
Ηλεκτρική δυναμική ενέργεια δύο σημειακών φορτίων

23.5 Δοκιμαστικό φορτίο q_0 κινείται κατά μήκος ευθείας γραμμής που εκτείνεται κατά την ακτινική κατεύθυνση από το φορτίο q . Καθώς κινείται από το a προς το b , η απόσταση μεταβάλλεται από r_a σε r_b .



23.6 Το έργο που παράγεται στο q_0 από το ηλεκτρικό πεδίο του φορτίου q δεν εξαρτάται από τη διαγραφόμενη τροχιά παρά μόνο από τις αποστάσεις r_a και r_b .

Δοκιμαστικό φορτίο q_0 κινείται από το a προς το b κατά μήκος αυθαίρετης τροχιάς.



$$W_{a \rightarrow b} = \int_{r_a}^{r_b} F_r dr = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} dr = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b} \right) \quad (23.8)$$

$$W_{a \rightarrow b} = \int_{r_a}^{r_b} F \cos \phi dl = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} \cos \phi dl$$

Ηλεκτρική δυναμική ενέργεια δύο σημειακών φορτίων

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r}$$

Τιμές των δύο φορτίων

Απόσταση μεταξύ των δύο φορτίων

Ηλεκτρική σταθερά

(23.9)

Ηλεκτρική δυναμική ενέργεια με περισσότερα φορτία

Ηλεκτρική δυναμική ενέργεια σημειακού φορτίου q_0 και μιας συλλογής φορτίων $q_1, q_2, q_3, \dots$

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \dots \right) = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i} \quad (23.10)$$

Ηλεκτρική σταθερά

Αποστάσεις από το q_0 προς $q_1, q_2, q_3, \dots$

Η Εξ. (23.10) δίνει τη δυναμική ενέργεια που συνδέεται με την παρουσία του δοκιμαστικού φορτίου q_0 στο πεδίο $\mathbf{E}$ που παράγεται από τα $q_1, q_2, q_3, \dots$. Όμως, υπάρχει επίσης δυναμική ενέργεια που προκύπτει από την τοποθέτηση αυτών των φορτίων στις θέσεις τους. Εάν αρχίσουμε με τα φορτία $q_1, q_2, q_3, \dots$, όλα διαχωρισμένα μεταξύ τους με άπειρες αποστάσεις και μετά τα φέρουμε σε θέσεις ώστε η απόσταση μεταξύ του q_i και του q_j να είναι r_{ij} , η ολική δυναμική ενέργεια U είναι το άθροισμα των δυναμικών ενεργειών αλληλεπίδρασης για κάθε ζεύγος φορτίων. Αυτό μπορούμε να το γράψουμε ως

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i < j} \frac{q_i q_j}{r_{ij}} \quad (23.11)$$

Αυτό το άθροισμα εκτείνεται σε όλα τα ζεύγη των φορτίων.

Ηλεκτρικό δυναμικό

Το **δυναμικό** είναι η *δυναμική ενέργεια ανά μονάδα φορτίου*. Ορίζουμε το δυναμικό V σε κάθε σημείο εντός ηλεκτρικού πεδίου ως τη δυναμική ενέργεια U ανά μονάδα φορτίου που συνδέεται με ένα δοκιμαστικό φορτίο q_0 σε αυτό το σημείο:

$$V = \frac{U}{q_0} \quad \text{ή} \quad U = q_0 V \quad (23.12)$$

$$1 \text{ V} = 1 \text{ volt} = 1 \text{ J/C} = 1 \text{ joule/coulomb}$$

$$\frac{W_{a \rightarrow b}}{q_0} = -\frac{\Delta U}{q_0} = -\left(\frac{U_b}{q_0} - \frac{U_a}{q_0}\right) = -(V_b - V_a) = V_a - V_b \quad (23.13)$$

όπου $V_a = U_a / q_0$ είναι η δυναμική ενέργεια ανά μονάδα φορτίου στο σημείο a και παρομοίως για το V_b . Ονομάζουμε τα V_a και V_b το *δυναμικό στο σημείο a* και το *δυναμικό στο σημείο b* , αντίστοιχα.

Η διαφορά $V_a - V_b$ ονομάζεται το *δυναμικό του a ως προς το b* . μερικές φορές το γράφουμε για συντομία ως $V_{ab} = V_a - V_b$ (σημειώστε την τάξη των δεικτών).

Το V_{ab} , το δυναμικό (σε V) του a ως προς το b , ισούται με το έργο (σε J) που παράγει η ηλεκτρική δύναμη όταν μία ΜΟΝΑΔΑ (1 C) φορτίου κινείται από το a στο b .

Υπολογισμός ηλεκτρικού δυναμικού

Για τον υπολογισμό του δυναμικού ενός φορτίου ή μιας συλλογής φορτίων διαιρούμε τη δυναμική ενέργεια δύο η περισσοτέρων φορτίων δια του δοκιμαστικού φορτίου q_0

Ηλεκτρικό δυναμικό
που οφείλεται σε
σημειακό φορτίο

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r} \quad (23.14)$$

Τιμή σημειακού φορτίου
Απόσταση από το σημειακό φορτίο q
στο σημείο που μετρείται το δυναμικό
Ηλεκτρική σταθερά

Ηλεκτρικό δυναμικό
που οφείλεται σε
συλλογή σημειακών
φορτίων

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i} \quad (23.15)$$

Τιμή του i -στού σημειακού φορτίου
Απόσταση από το i -στό σημειακό
φορτίο ως εκεί που μετρείται το
δυναμικό
Ηλεκτρική σταθερά

Όταν έχουμε μια συνεχή κατανομή φορτίου κατά μήκος μιας γραμμής, πάνω σε μια επιφάνεια ή μέσα σε έναν όγκο, διαιρούμε το φορτίο σε στοιχειώδη φορτία dq και το άθροισμα στην Εξ. (23.15) γίνεται ολοκλήρωμα:

Ηλεκτρικό δυναμικό
που οφείλεται σε συνεχή
κατανομή φορτίου

Ολοκλήρωμα πάνω σε όλη την κατανομή φορτίου

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} \quad (23.16)$$

Στοιχείο φορτίου
Απόσταση από το στοιχείο
φορτίου ως εκεί που μετρείται το δυναμικό
Ηλεκτρική σταθερά

Εύρεση του ηλεκτρικού δυναμικού από το ηλεκτρικό πεδίο

Το έργο που παράγεται από την ηλεκτρική δύναμη καθώς το δοκιμαστικό φορτίο κινείται από το a προς το b δίνεται από

$$W_{a \rightarrow b} = \int_a^b \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l} = \int_a^b q_0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

Ολοκλήρωση κατά μήκος της τροχιάς από το a στο b

Διαφορά ηλεκτρικού δυναμικού $V_a - V_b = \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_a^b E \cos \phi \, dl$ (23.17)

Εσωτερικό γινόμενο του ηλεκτρικού πεδίου και του διανύσματος μετατόπισης

Μέτρο ηλεκτρικού πεδίου

Μετατόπιση

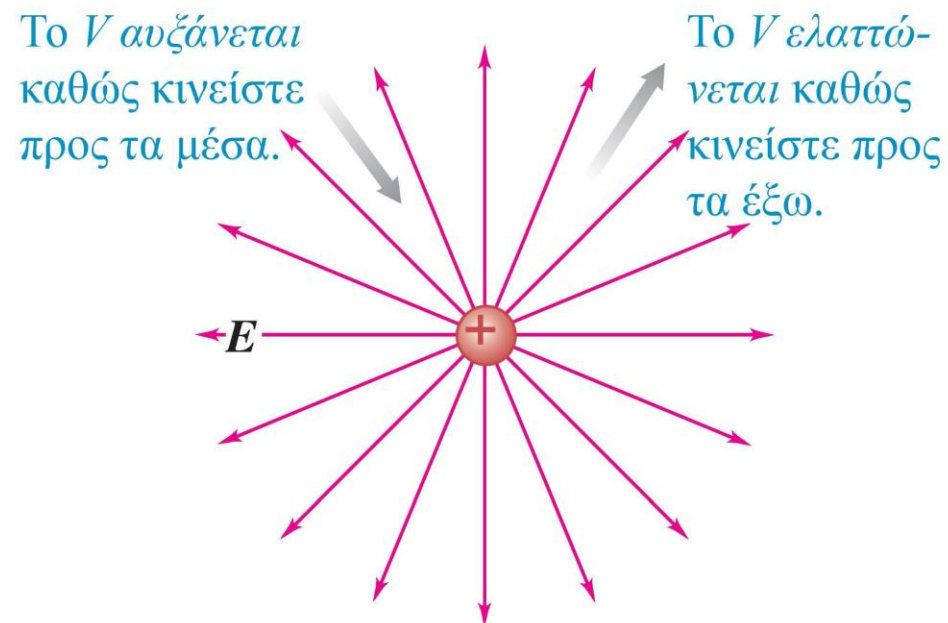
Γωνία μεταξύ $\mathbf{E}$ και $d\mathbf{l}$

$$V_a - V_b = - \int_b^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (23.18)$$

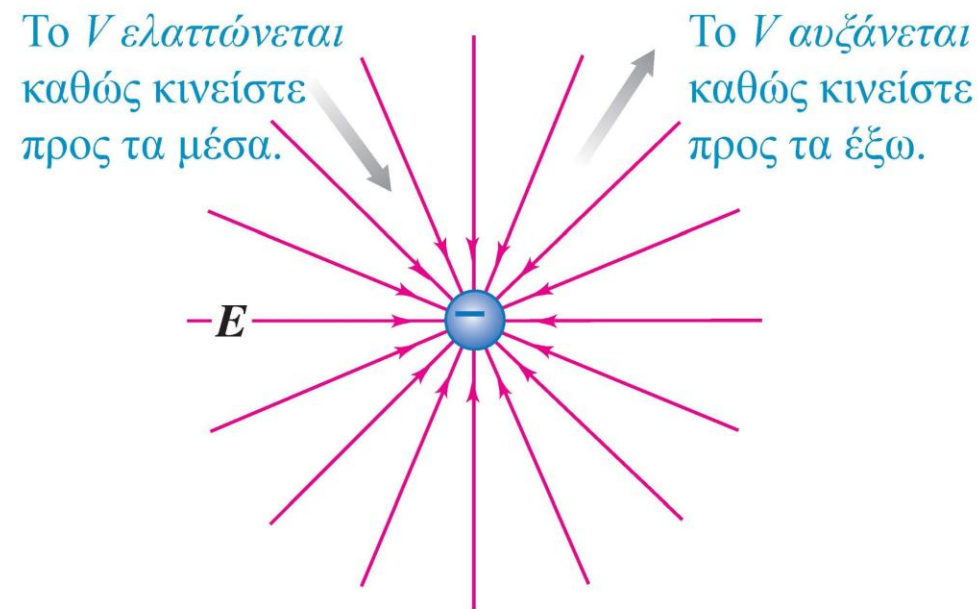
Εύρεση του ηλεκτρικού δυναμικού από το ηλεκτρικό πεδίο

23.12 Εάν κινηθείτε προς την κατεύθυνση του E , το ηλεκτρικό δυναμικό V ελαττώνεται· εάν κινηθείτε σε αντίθετη κατεύθυνση προς το E , το V αυξάνεται.

(a) Ένα θετικό σημειακό φορτίο



(b) Ένα αρνητικό σημειακό φορτίο



Ισοδυναμικές επιφάνειες

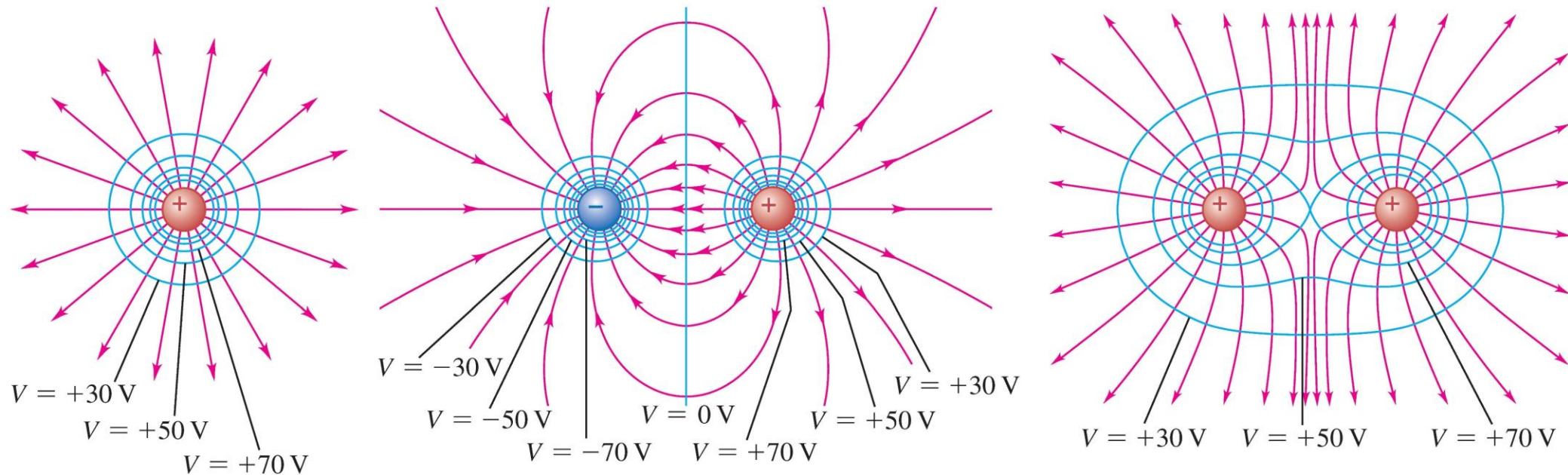
Κατά αναλογία με τις ισοϋψείς γραμμές σε τοπογραφικό χάρτη, μια **ισοδυναμική επιφάνεια** είναι μια τρισδιάστατη επιφάνεια πάνω στην οποία το **ηλεκτρικό δυναμικό V** είναι το ίδιο σε κάθε της σημείο.

23.23 Διατομές ισοδυναμικών επιφανειών (μπλε γραμμές) και ηλεκτρικών δυναμικών γραμμών (κόκκινες γραμμές) για συστήματα σημειακών φορτίων. Υπάρχουν ίσες διαφορές δυναμικού μεταξύ διαδοχικών επιφανειών. Συγκρίνετε αυτά τα διαγράμματα με αυτά του Σχ. 21.28, τα οποία έδειξαν μόνο τις ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές.

(a) Απλό θετικό φορτίο

(b) Ηλεκτρικό δίπολο

(c) Δύο ίσα θετικά φορτία

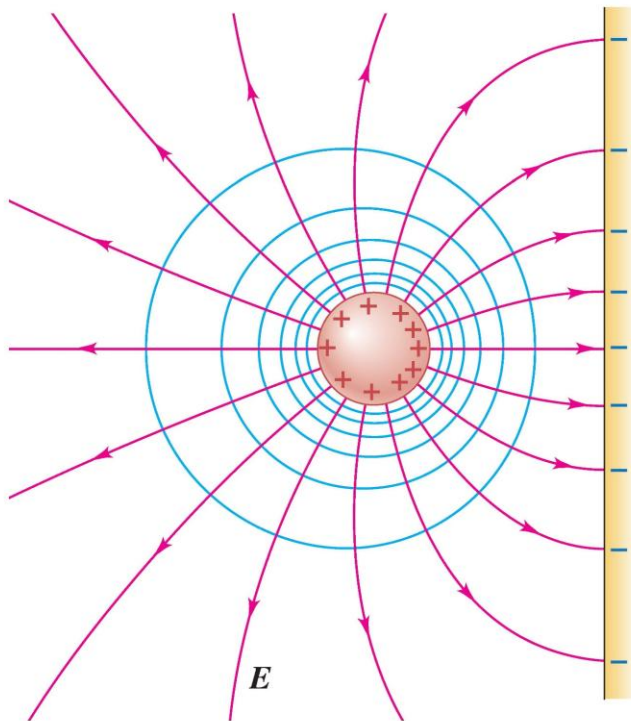


→ Ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές

— Διατομές των ισοδυναμικών επιφανειών

Ισοδυναμικές και αγωγοί

23.24 Όταν τα φορτία βρίσκονται σε ηρεμία, μια αγωγίμη επιφάνεια είναι πάντοτε μια ισοδυναμική επιφάνεια. Οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες στην αγωγίμη επιφάνεια.



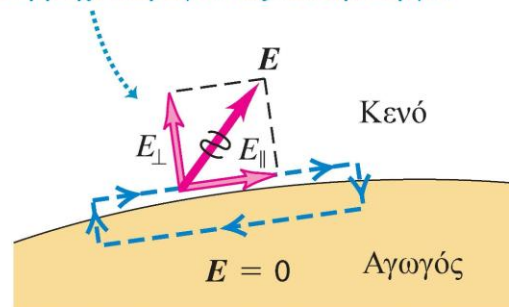
— Διατομές των ισοδυναμικών επιφανειών

→ Ηλεκτρικές δυναμικές γραμμές

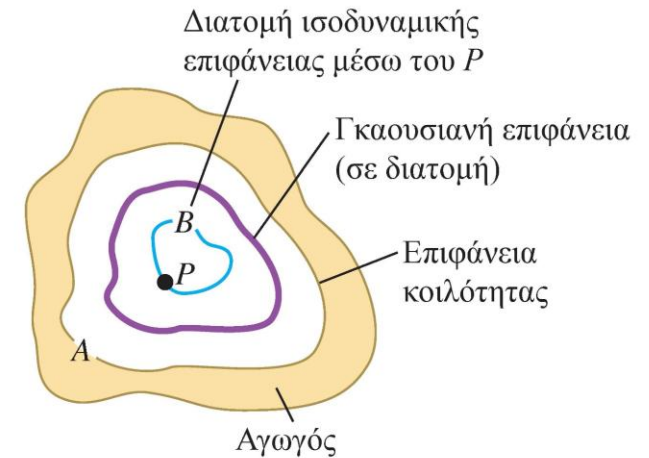
23.25 Σε όλα τα σημεία πάνω στην επιφάνεια ενός αγωγού το ηλεκτρικό πεδίο πρέπει να είναι κάθετο στην επιφάνεια. Εάν το E είχε εφαπτομενική συνιστώσα, μια καθαρή ποσότητα έργου θα παραγόταν σε δοκιμαστικό φορτίο κινώντας το κατά μήκος του βρόχου που φαίνεται εδώ – πράγμα που είναι αδύνατο επειδή η ηλεκτρική δύναμη είναι διατηρητική.

Ένα ανύπαρκτο ηλεκτρικό πεδίο

Εάν το ηλεκτρικό πεδίο ακριβώς έξω από τον αγωγό είχε εφαπτομενική συνιστώσα $E_{\parallel}$, ένα φορτίο θα μπορούσε να κινηθεί σε βρόχο παράγοντας καθαρό έργο.



23.26 Κοιλότητα σε αγωγό. Εάν η κοιλότητα δεν περιέχει καθόλου φορτίο, κάθε σημείο μέσα στην κοιλότητα έχει το ίδιο δυναμικό, το ηλεκτρικό πεδίο είναι μηδέν παντού και δεν υπάρχει φορτίο πουθενά στην επιφάνεια της κοιλότητας.



Βαθμίδα δυναμικού

Η ακόλουθη πράξη ονομάζεται **βαθμίδα** της συνάρτησης f :

$$\nabla f = \left(i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \right) f \quad (23.21)$$

Συνιστώσες ηλεκτρικού πεδίου υπολογισμένες από το δυναμικό:

Κάθε συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου...

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \quad (23.19)$$

... ισούται με το αρνητικό της αντίστοιχης μερικής παραγώγου της συνάρτησης του ηλεκτρικού δυναμικού V .

Διάνυσμα ηλεκτρικού πεδίου υπολογισμένο από το δυναμικό:

Ηλεκτρικό πεδίο

$$\mathbf{E} = \left(-i \frac{\partial V}{\partial x} + j \frac{\partial V}{\partial y} + k \frac{\partial V}{\partial z} \right) \quad (23.20)$$

Μερικές παράγωγοι της συνάρτησης του ηλεκτρικού δυναμικού V .

Ο τελεστής που παριστάνεται με το σύμβολο ∇ ονομάζεται «grad» ή «del» (ντελ) ή ανάδελτα. Έτσι σε διανυσματικό συμβολισμό,

$$\mathbf{E} = -\nabla V \quad (23.22)$$

Αυτή διαβάζεται ως «το $\mathbf{E}$ είναι το αρνητικό της βαθμίδας του V », ή «το $\mathbf{E}$ ισούται με το αρνητικό grad του V ». Η ποσότητα ∇V ονομάζεται *βαθμίδα δυναμικού*.

