

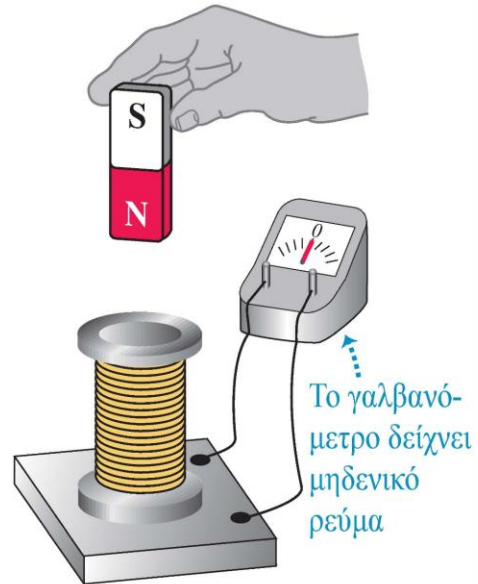
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 29

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗ ΕΠΑΓΩΓΗ

ΠΕΙΡΑΜΑΤΑ ΕΠΑΓΩΓΗΣ

29.1 Ανάδειξη του φαινομένου του επαγόμενου ρεύματος.

(a) Ένας ακίνητος μαγνήτης ΔΕΝ επάγει ρεύμα σε ένα πηνίο

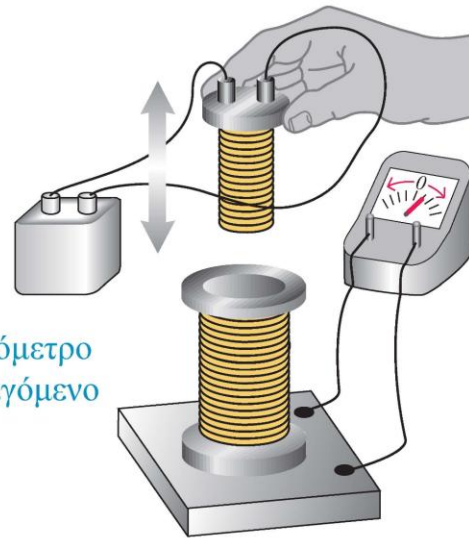


Όλες αυτές οι ενέργειες ΕΠΑΓΟΥΝ ρεύμα στο πηνίο. Τι έχουν κοινό;*

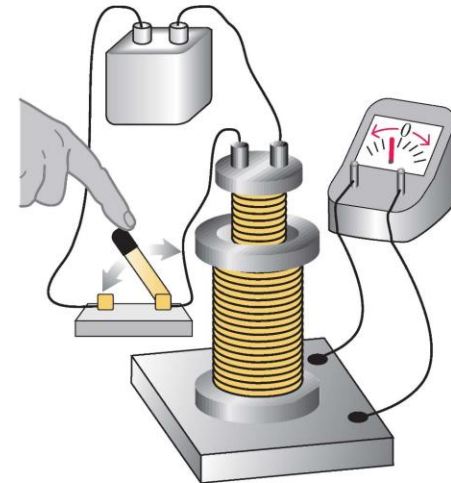
(b) Μετακίνηση του μαγνήτη είτε πλησιάζοντάς τον είτε απομακρύνοντάς τον από το πηνίο



(c) Μετακίνηση ενός δεύτερου πηνίου που διαρρέεται από ρεύμα, είτε πλησιάζοντάς το είτε απομακρύνοντάς το από το πηνίο



(d) Μεταβολή του ρεύματος στο δεύτερο πηνίο (κλείνοντας ή ανοίγοντας έναν διακόπτη)



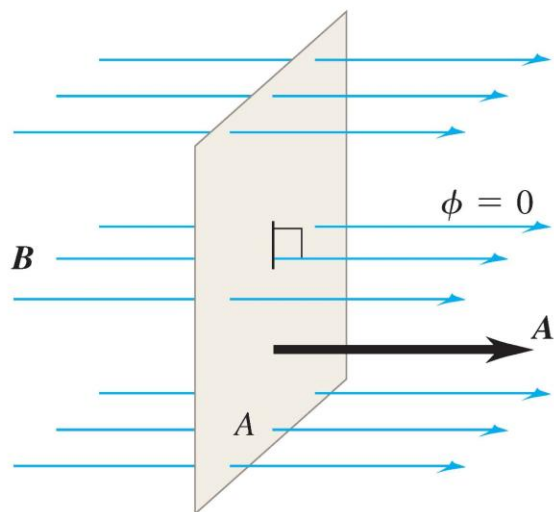
*Προκαλούν τη μεταβολή του μαγνητικού πεδίου που διέρχεται από το πηνίο.

Μαγνητική ροή ομογενούς μαγνητικού πεδίου

29.4 Υπολογισμός της ροής ενός ομογενούς μαγνητικού πεδίου μέσα από μια επίπεδη επιφάνεια. (Συγκρίνετε με το Σχ. 22.6, το οποίο δείχνει τους κανόνες υπολογισμού της ροής ενός ομοιόμορφου ηλεκτρικού πεδίου.)

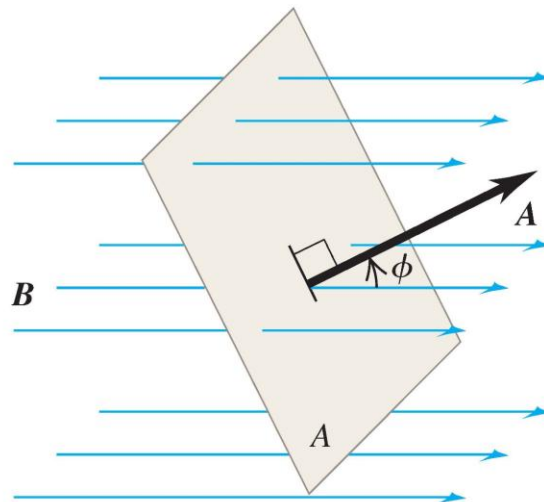
Η επιφάνεια είναι προσανατολισμένη κάθετα προς το μαγνητικό πεδίο:

- Τα $\mathbf{B}$ και $\mathbf{A}$ είναι παράλληλα (η γωνία μεταξύ των $\mathbf{B}$ και $\mathbf{A}$ είναι $\phi = 0$).
- Η μαγνητική ροή είναι $\Phi_B = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = BA$.



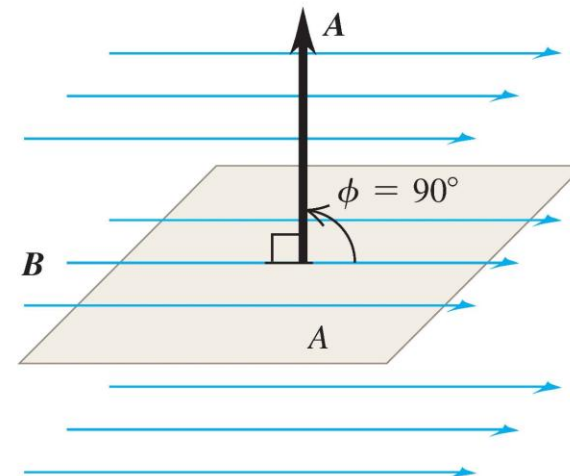
Η επιφάνεια είναι στραμμένη κατά μια γωνία ϕ ως προς την κάθετο στο μαγνητικό πεδίο:

- Η γωνία μεταξύ των $\mathbf{B}$ και $\mathbf{A}$ είναι ϕ .
- Η μαγνητική ροή είναι $\Phi_B = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = BA \cos \phi$.



Η επιφάνεια είναι προσανατολισμένη παράλληλα προς το μαγνητικό πεδίο:

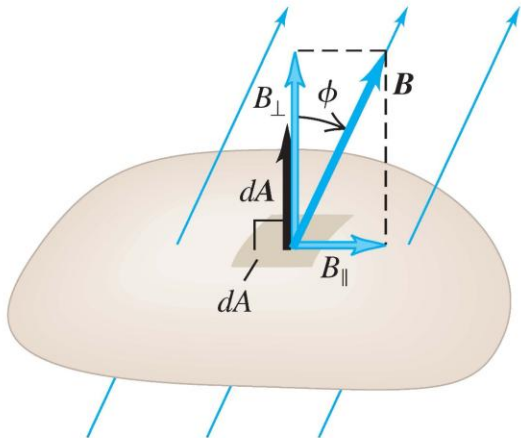
- Τα $\mathbf{B}$ και $\mathbf{A}$ είναι παράλληλα (η γωνία μεταξύ των $\mathbf{B}$ και $\mathbf{A}$ είναι $\phi = 90^\circ$).
- Η μαγνητική ροή είναι $\Phi_B = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = BA \cos 90^\circ = 0$.



ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ FARADAY

Το κοινό χαρακτηριστικό όλων των φαινομένων επαγωγής είναι η μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή μέσα από ένα κύκλωμα.

29.3 Υπολογισμός της μαγνητικής ροής που διέρχεται μέσα από μια στοιχειώδη επιφάνεια.



Μαγνητική ροή που διέρχεται μέσα από μια στοιχειώδη επιφάνεια dA :
 $d\Phi_B = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = B_{\perp} dA = B dA \cos \phi$

$$d\Phi_B = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = B_{\perp} dA = B dA \cos \phi$$

$$\Phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = \int B dA \cos \phi \quad (29.1)$$

Νόμος του Faraday:

Η επαγόμενη ΗΕΔ
σε έναν κλειστό βρόχο...

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

... ισούται με το αντίθετο του χρονικού
ρυθμού μεταβολής της μαγνητικής ροής
μέσα από τον βρόχο. (29.3)

Αν έχουμε ένα πηνίο με N πανομοιότυπες σπείρες και η ροή που διέρχεται από κάθε σπείρα μεταβάλλεται με τον ίδιο ρυθμό, τότε ο ολικός ρυθμός μεταβολής από όλες τις σπείρες είναι N φορές μεγαλύτερος από τον ρυθμό μεταβολής για τη μία σπείρα. Αν Φ_B είναι η ροή που διαπερνά κάθε σπείρα, η ολική ΗΕΔ σε ένα πηνίο με N σπείρες είναι

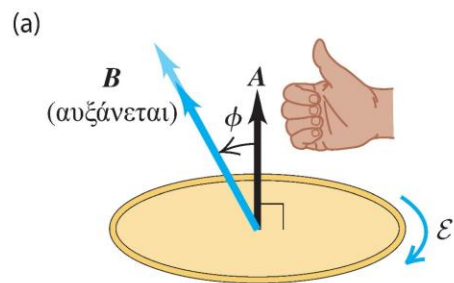
$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (29.4)$$

Φορά της επαγόμενης ΗΕΔ

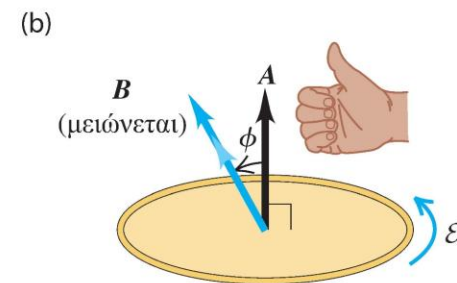
Μπορείτε να βρείτε τη φορά μιας επαγόμενης ΗΕΔ ή ενός επαγόμενου ρεύματος, χρησιμοποιώντας την Εξ. (29.3) μαζί με ορισμένους κανόνες προσήμου, με τον εξής τρόπο:

1. Ορίζετε μια θετική κατεύθυνση του διανύσματος επιφάνειας A .
2. Από τις κατευθύνσεις του A και του μαγνητικού πεδίου B καθορίζετε το πρόσημο της μαγνητικής ροής Φ_B και του ρυθμού μεταβολής της $d\Phi_B/dt$. Το **Σχ. 29.6** δείχνει μερικά παραδείγματα.

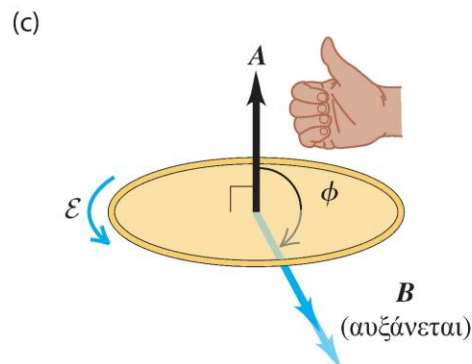
29.6 Η μαγνητική ροή είναι (a) θετική και αυξάνεται, (b) θετική και μειώνεται, (c) αρνητική και μειώνεται και (d) αρνητική και αυξάνεται. Συνεπώς, η Φ_B αυξάνεται στις περιπτώσεις (a) και (d), και μειώνεται στις (b) και (c). Στις (a) και (d) οι ΗΕΔ είναι αρνητικές (η φορά τους είναι αντίθετη από τη φορά των λυγισμένων δαχτύλων του δεξιού σας χεριού όταν ο αντίχειράς σας δείχνει στην κατεύθυνση του A). Στις (b) και (c) οι ΗΕΔ είναι θετικές (η φορά τους είναι η ίδια με τη φορά των λυγισμένων δαχτύλων).



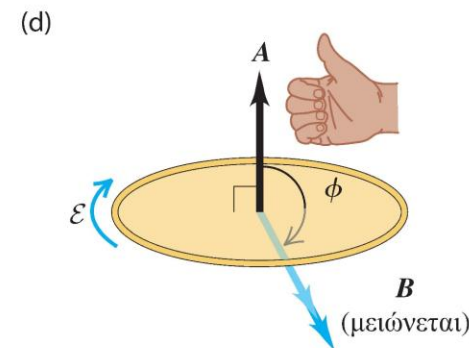
- Η ροή είναι θετική ($\Phi_B > 0$)...
- ... και γίνεται θετικότερη ($d\Phi_B/dt > 0$).
- Η επαγόμενη ΗΕΔ είναι αρνητική ($\mathcal{E} < 0$).



- Η ροή είναι θετική ($\Phi_B > 0$)...
- ... και γίνεται λιγότερο θετική ($d\Phi_B/dt < 0$).
- Η επαγόμενη ΗΕΔ είναι θετική ($\mathcal{E} > 0$).



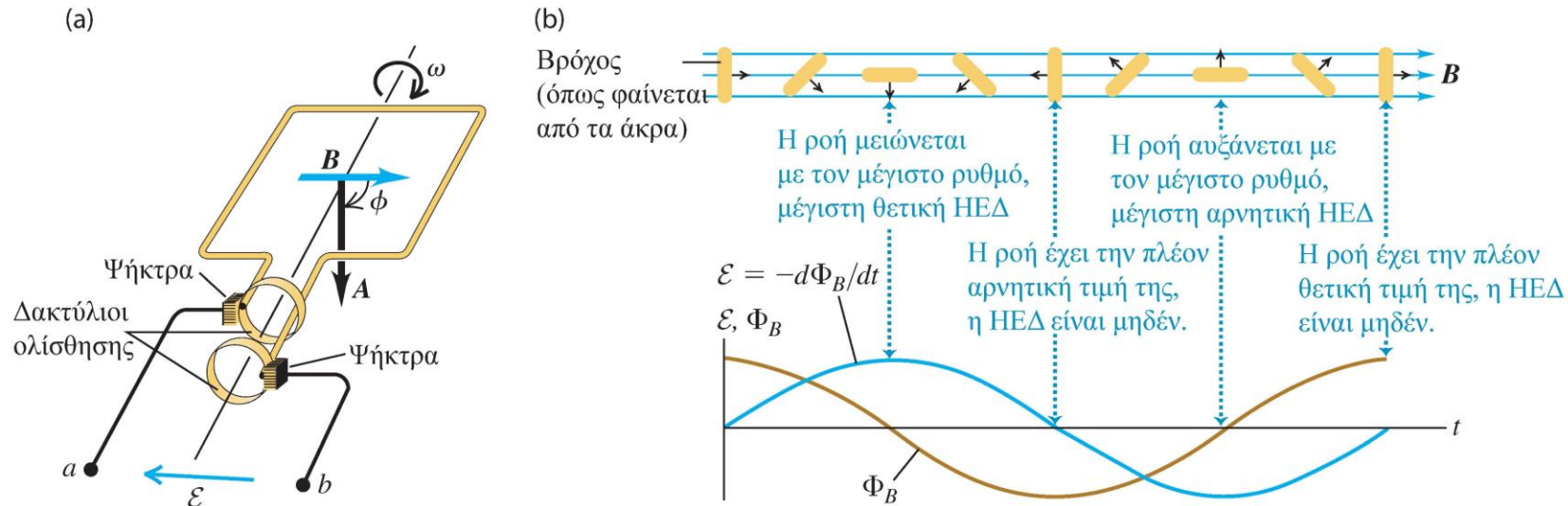
- Η ροή είναι αρνητική ($\Phi_B < 0$)...
- ... και γίνεται αρνητικότερη ($d\Phi_B/dt < 0$).
- Η επαγόμενη ΗΕΔ είναι θετική ($\mathcal{E} > 0$).



- Η ροή είναι αρνητική ($\Phi_B < 0$)...
- ... και γίνεται λιγότερο αρνητική ($d\Phi_B/dt > 0$).
- Η επαγόμενη ΗΕΔ είναι αρνητική ($\mathcal{E} < 0$).

Σχηματικό διάγραμμα ενός απλού εναλλάκτη

29.8 (α) Σχηματικό διάγραμμα ενός απλού εναλλάκτη. Ένας αγώγιμος βρόχος περιστρέφεται μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο παράγοντας μια ΗΕΔ. Το κάθε άκρο του βρόχου συνδέεται με το εξωτερικό κύκλωμα μέσω του αντίστοιχου δακτυλίου ολίσθησης. Το σύστημα παρουσιάζεται τη χρονική στιγμή που η γωνία είναι $\phi = \omega t = 90^\circ$. (β) Γραφική παράσταση της ροής μέσα από τον βρόχο καθώς και της επαγόμενης ΗΕΔ στα άκρα a και b , που συνοδεύονται από τους αντίστοιχους προσανατολισμούς του βρόχου κατά τη διάρκεια μιας πλήρους περιστροφής.



29.9 Ένας εναλλάκτης για εμπορική χρήση χρησιμοποιεί πολλές σπείρες σύρματος που έχουν περιελιχθεί σε ένα κατασκευασμα το οποίο μοιάζει με βαρέλι και ονομάζεται οπλισμός. Ο οπλισμός και το σύρμα παραμένουν ακίνητα καθώς οι ηλεκτρομαγνήτες περιστρέφονται γύρω από έναν άξονα (δεν φαίνεται στο σχήμα) που περνάει από το κέντρο του οπλισμού. Η επαγόμενη ΗΕΔ που προκύπτει είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτήν που θα έδινε ένας μονός συρμάτινος βρόχος.



Η. ΚΑΤΣΟΥΦΗΣ

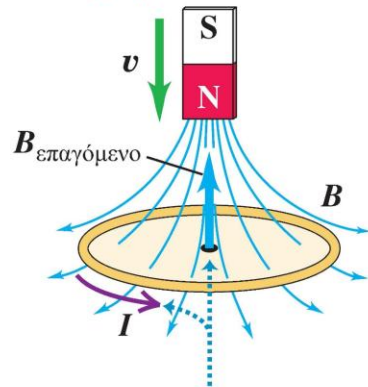
NΟΜΟΣ ΤΟΥ LENZ

Η φορά οποιουδήποτε φαινομένου μαγνητικής επαγωγής είναι τέτοια ώστε να αντισταθεί στο αίτιο που το προκάλεσε.

Παραδείγματα εφαρμογής του νόμου του Lenz

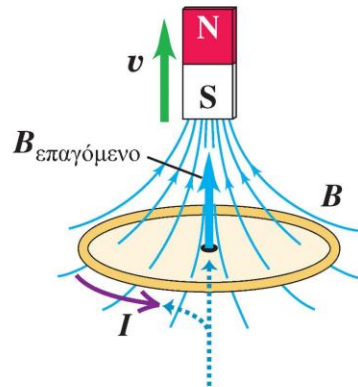
29.14 Φορές των επαγόμενων ρευμάτων καθώς ένας ραβδόμορφος μαγνήτης κινείται κατά μήκος του άξονα ενός αγωγίμου βρόχου. Αν ο μαγνήτης είναι ακίνητος, δεν υπάρχει επαγόμενο ρεύμα.

(a) Η κίνηση του μαγνήτη προκαλεί αυξανόμενη ροή προς τα κάτω μέσα από τον βρόχο.

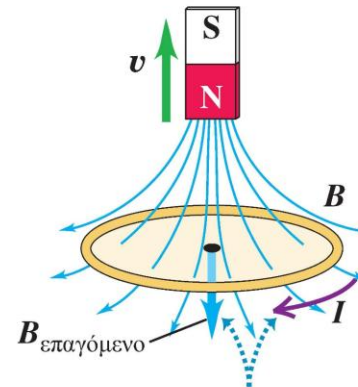


Το επαγόμενο μαγνητικό πεδίο έχει κατεύθυνση προς τα πάνω ώστε να αντισταθεί στη μεταβολή της ροής. Για να δημιουργήσει αυτό το επαγόμενο πεδίο, το επαγόμενο ρεύμα πρέπει να έχει φορά αντίθετη των δεικτών του ρολογιού όταν παρατηρούμε τον βρόχο από πάνω.

(b) Η κίνηση του μαγνήτη προκαλεί μειούμενη ροή προς τα πάνω μέσα από τον βρόχο.

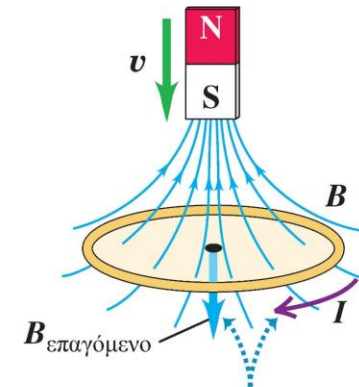


(c) Η κίνηση του μαγνήτη προκαλεί μειούμενη ροή προς τα κάτω μέσα από τον βρόχο.



Το επαγόμενο μαγνητικό πεδίο έχει κατεύθυνση προς τα κάτω ώστε να αντισταθεί στη μεταβολή της ροής. Για να δημιουργήσει αυτό το επαγόμενο πεδίο, το επαγόμενο ρεύμα πρέπει να έχει τη φορά των δεικτών του ρολογιού όταν παρατηρούμε τον βρόχο από πάνω.

(d) Η κίνηση του μαγνήτη προκαλεί αυξανόμενη ροή προς τα πάνω μέσα από τον βρόχο.



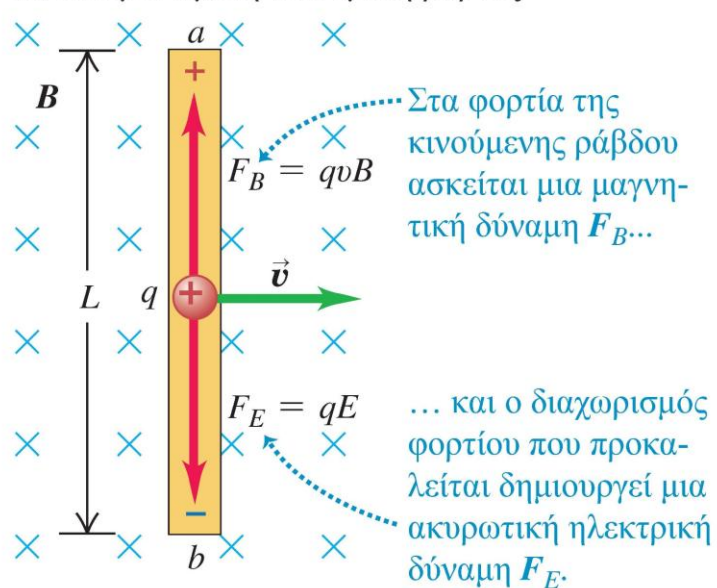
ΗΛΕΚΤΡΕΓΕΡΤΙΚΗ ΔΥΝΑΜΗ ΛΟΓΩ ΚΙΝΗΣΗΣ

29.15 Μια αγωγή ράβδος κινείται μέσα σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο.

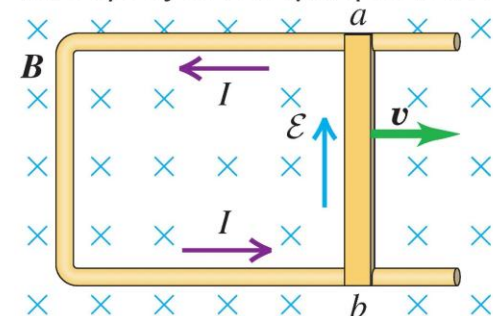
(a) Η ράβδος, η ταχύτητα και το πεδίο είναι κάθετα μεταξύ τους.

(b) Φορά του επαγόμενου ρεύματος στο κύκλωμα.

(a) Απομονωμένη κινούμενη ράβδος



(b) Ράβδος συνδεδεμένη σε έναν ακίνητο αγωγό



Η κινητική ΗΕΔ $\mathcal{E}$ στην κινούμενη ράβδο δημιουργεί ένα ηλεκτρικό πεδίο στον ακίνητο αγωγό.

$$V_{ab} = EL = vBL \quad (29.5)$$

ΗΕΔ λόγω κίνησης, διεύθυνση του αγωγού και ταχύτητα κάθετα σε ομογενές B

$$\mathcal{E} = vBL$$

Ταχύτητα του αγωγού
Μήκος του αγωγού
Μέτρο του ομογενούς μαγνητικού πεδίου

(29.6)

ΗΕΔ Λόγω Κίνησης: Γενική Μορφή

29.16 Υπολογισμός της ΗΕΔ λόγω κίνησης για έναν κινούμενο βρόχο ρεύματος. Η ταχύτητα $\mathbf{v}$ μπορεί να είναι διαφορετική για διαφορετικά στοιχεία εάν ο βρόχος περιστρέφεται ή αλλάζει σχήμα. Το μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B}$ μπορεί επίσης να έχει διαφορετικές τιμές σε διαφορετικά σημεία στον βρόχο.

① Ένας αγωγός βρόχος κινείται μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B}$.

② Αυτό το στοιχείο του βρόχου έχει μήκος $d\mathbf{l}$ και ταχύτητα $\mathbf{v}$.

③ Υπολογίστε την κινητική ΗΕΔ λόγω αυτού του στοιχείου:
 $d\mathcal{E} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l}$

④ Επαναλάβετε για κάθε στοιχείο του βρόχου.

⑤ Η ολική ΗΕΔ λόγω κίνησης στον βρόχο είναι το ολοκλήρωμα των συνεισφορών από όλα τα στοιχεία:

$$\mathcal{E} = \oint (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l}$$

Επικαμπύλιο ολοκλήρωμα σε όλα τα στοιχεία του **κλειστού αγωγίου βρόχου**

ΗΕΔ λόγω κίνησης,
γενική περίπτωση

$$\mathcal{E} = \oint (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l}$$

Διάνυσμα μήκους
του αγωγίου στοιχείου

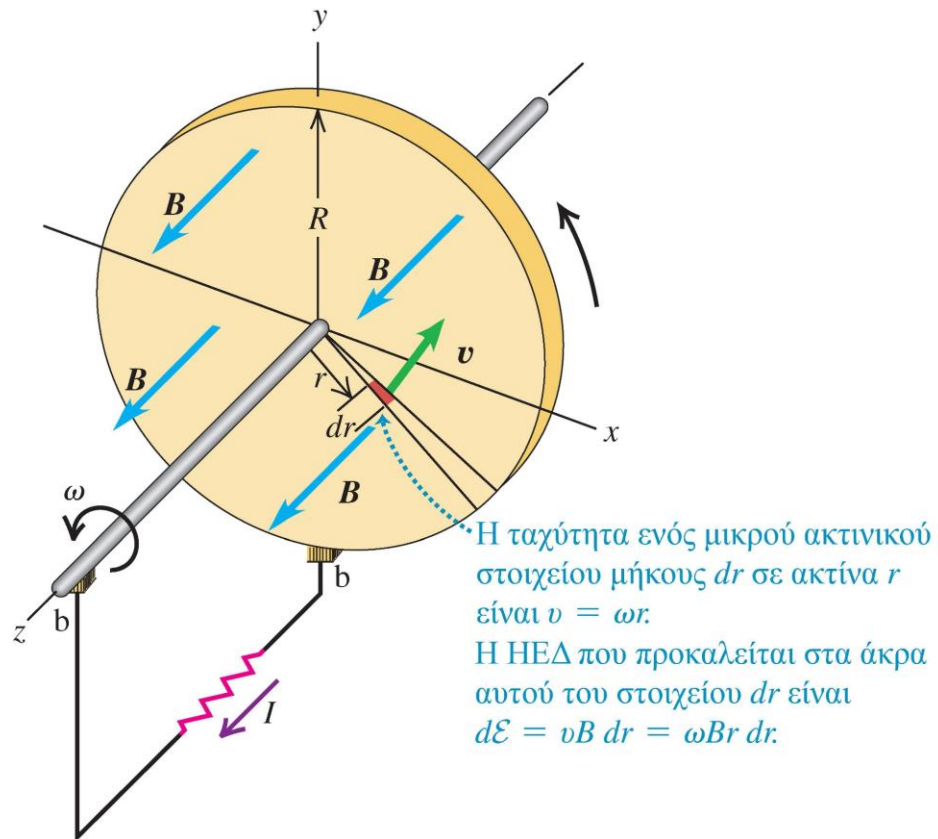
(29.7)

Ταχύτητα του
αγωγίου στοιχείου

Μαγνητικό πεδίο στη θέση
του στοιχείου

Το δυναμό του δίσκου του Faraday

29.17 Ένας αγωγίμος δίσκος με ακτίνα R περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B}$. Η ΗΕΔ επάγεται κατά μήκος ακτινικών γραμμών του δίσκου και εφαρμόζεται σε εξωτερικό κύκλωμα με δύο ολισθαίνουσες επαφές που σημειώνονται με b .



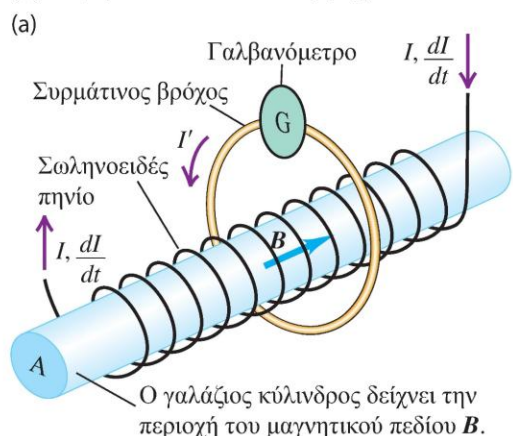
$$\mathcal{E} = \int_0^R \omega B r dr = \frac{1}{2} \omega B R^2$$

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αυτήν τη συσκευή ως πηγή ΗΕΔ σε ένα κύκλωμα αν το συμπληρώσουμε με δύο επαφές (σημειώνονται με b στο σχήμα) που συνδέουν τον δίσκο με τον άξονα όπως δείχνει το σχήμα. Ένας τέτοιος δίσκος ονομάζεται δυναμό του δίσκου Faraday ή ομοπολική γεννήτρια. Σε αντίθεση με τον εναλλάκτη στο Παράδ. 29.3, το δυναμό του δίσκου Faraday είναι μια γεννήτρια συνεχούς ρεύματος· παράγει μία ΗΕΔ που είναι σταθερή στον χρόνο.

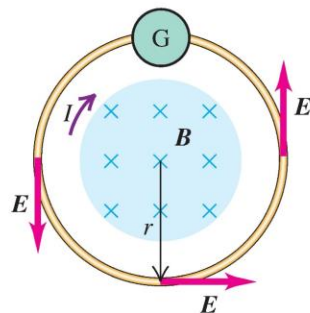
ΕΠΑΓΟΜΕΝΑ ΗΛΕΚΤΡΙΚΑ ΠΕΔΙΑ

29.18 (a) Οι σπείρες ενός μακριού σωληνοειδούς πηνίου φέρουν ένα ρεύμα I που αυξάνεται με ρυθμό dI/dt . Η μαγνητική ροή στο σωληνοειδές αυξάνεται με ρυθμό $d\Phi_B/dt$ και αυτή η μεταβαλλόμενη ροή περνά από έναν συρμάτινο βρόχο. Μια ΗΕΔ $\mathcal{E} = -d\Phi_B/dt$ επάγεται στον βρόχο, η οποία προκαλεί ένα ρεύμα I' που το μετρά το γαλβανόμετρο G.

(b) Τομή στο επίπεδο του βρόχου.



(b)



Η μαγνητική ροή μέσα από τον βρόχο είναι

$$\Phi_B = BA = \mu_0 nIA$$

Η επαγόμενη ΗΕΔ στον βρόχο είναι (νόμος του Faraday)

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\mu_0 nA \frac{dI}{dt} \quad (29.8)$$

Ποια δύναμη όμως κινεί τα φορτία στον συρμάτινο βρόχο; Δεν μπορεί να είναι μια μαγνητική δύναμη, επειδή ο αγωγός δεν βρίσκεται μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο. Είμαστε αναγκασμένοι να συμπεράνουμε ότι πρέπει να υπάρχει ένα **επαγόμενο ηλεκτρικό πεδίο** στον αγωγό που προκαλείται από τη μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή. Τα επαγόμενα ηλεκτρικά πεδία είναι πολύ διαφορετικά από τα ηλεκτρικά πεδία που προκαλούνται από τα φορτία, τα οποία συζητήσαμε στο Κεφ. 23. Για να το δείτε αυτό, σημειώστε ότι, όταν ένα φορτίο q κάνει μια πλήρη περιφορά στον βρόχο, το ολικό έργο που παράγεται σε αυτό από το ηλεκτρικό πεδίο πρέπει να είναι ίσο με το γινόμενο του q επί την ΗΕΔ $\mathcal{E}$. Δηλαδή το ηλεκτρικό πεδίο στον βρόχο δεν είναι διατηρητικό, σύμφωνα με τον τρόπο που χρησιμοποιήσαμε τον όρο στο Εδ. 23.1, επειδή το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα του $\mathbf{E}$ γύρω από μια κλειστή διαδρομή δεν είναι μηδέν.

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \mathcal{E} \quad (29.9)$$

Επικαμπύλιο ολοκλήρωμα του ηλεκτρικού πεδίου σε όλη τη διαδρομή

Νόμος του Faraday
για μια στατική διαδρομή
ολοκλήρωσης:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Αντίθετο του ρυθμού
μεταβολής με τον χρόνο
της μαγνητικής ροής μέσα
στη διαδρομή

(29.10)

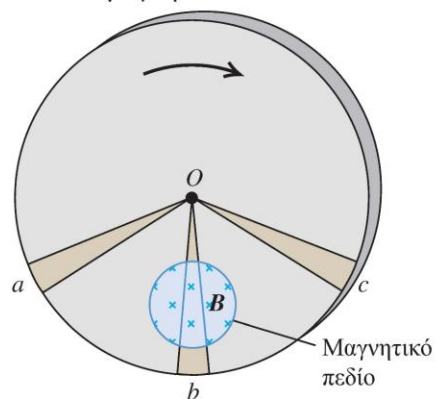
(η μορφή 29.10 ισχύει μόνον αν η διαδρομή της ολοκλήρωσης είναι στατική)

ΔΙΝΟΡΡΕΥΜΑΤΑ

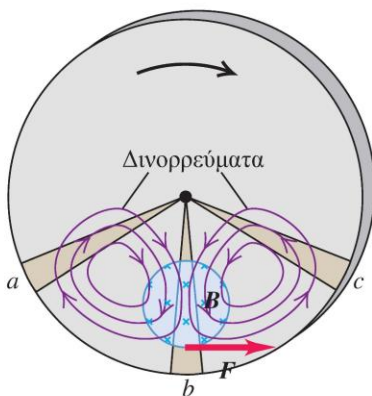
Πολλές ηλεκτρικές συσκευές περιέχουν κομμάτια μετάλλων που είτε κινούνται μέσα σε μαγνητικά πεδία είτε βρίσκονται μέσα σε μεταβαλλόμενα μαγνητικά πεδία.

29.20 Δινορρεύματα που επάγονται σε έναν περιστρεφόμενο μεταλλικό δίσκο.

(a) Μεταλλικός δίσκος που περιστρέφεται μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο

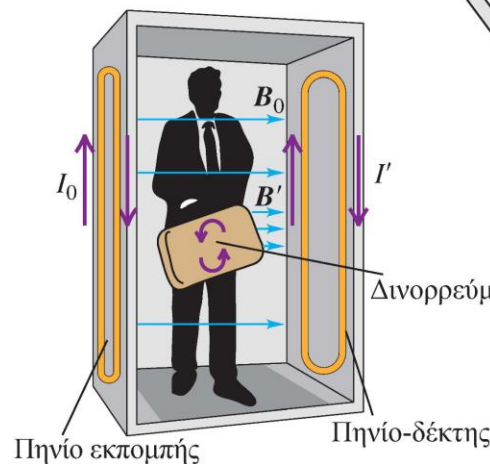


(b) Επαγόμενα δινορρεύματα και δύναμη πέδησης

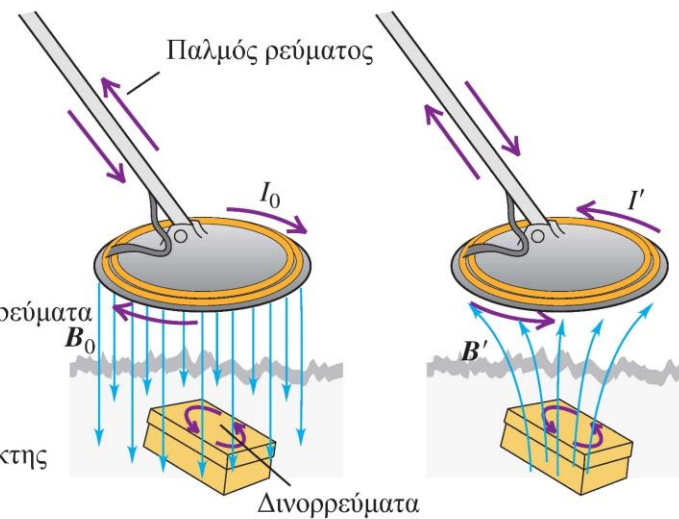


29.21 (a) Ένας ανιχνευτής μετάλλων σε σημείο ελέγχου αεροδρομίου δημιουργεί ένα εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδίο B_0 . Αυτό επάγει δινορρεύματα σε ένα αγώγιμο αντικείμενο που διέρχεται μέσα από τον ανιχνευτή. Τα δινορρεύματα με τη σειρά τους παράγουν ένα εναλλασσόμενο μαγνητικό πεδίο B' , το οποίο επάγει ένα ρεύμα στο πηνίο-δέκτη του ανιχνευτή. (b) Οι φορητοί ανιχνευτές μετάλλων λειτουργούν με την ίδια αρχή.

(a)



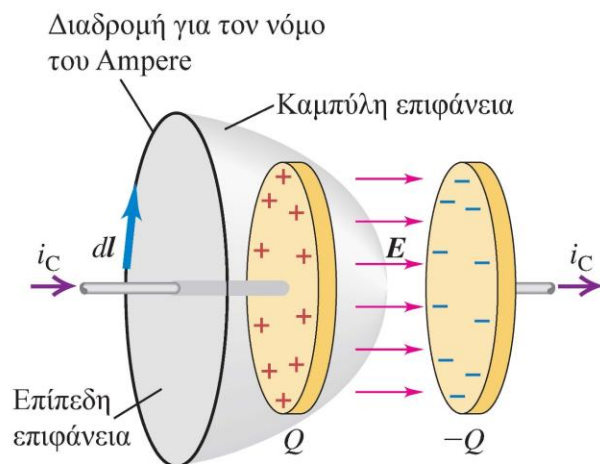
(b)



ΡΕΥΜΑ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗΣ ΚΑΙ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΟΥ MAXWELL

Γενίκευση του νόμου του Ampere

29.22 Φόρτιση πυκνωτή παράλληλων πλακών (οπλισμών). Το ρεύμα αγωγιμότητας μέσω της επίπεδης επιφάνειας είναι i_C , δεν υπάρχει όμως ρεύμα αγωγιμότητας μεταξύ των οπλισμών μέσω της διογκωμένης (καμπύλης) επιφάνειας. Οι δύο επιφάνειες έχουν κοινό όριο, έτσι η διαφορά αυτή στο I_{encl} οδηγεί σε μια προφανή αντίφαση στην εφαρμογή του νόμου του Ampere.



$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I_{\text{encl}}$$

Με λίγη φαντασία στο σημείο αυτό, επινοούμε ένα υποθετικό **ρεύμα μετατόπισης** i_D στον χώρο ανάμεσα στις πλάκες, που ορίζεται ως

$$i_D = \epsilon \frac{d\Phi_E}{dt} \quad (29.14)$$

Ρεύμα μετατόπισης μέσα από μια επιφάνεια
Επιτρεπτότητα του υλικού στην επιφάνεια
Ρυθμός μεταβολής με τον χρόνο της ηλεκτρικής ροής μέσα από την επιφάνεια

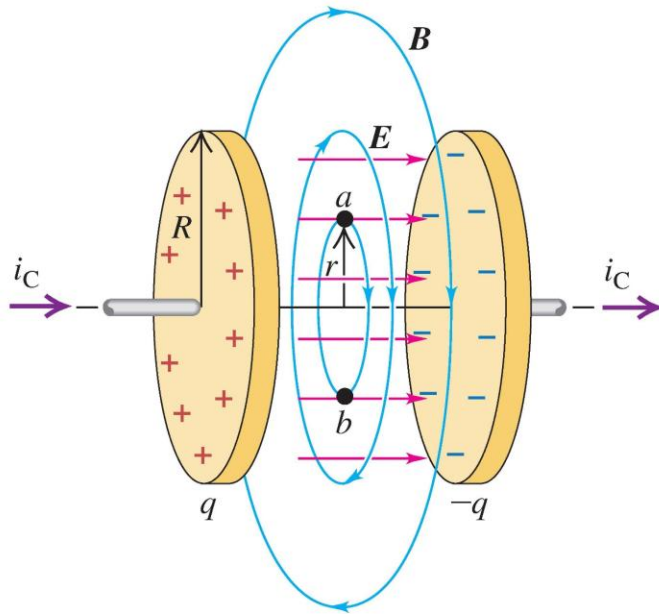
Δηλαδή φανταζόμαστε ότι η μεταβαλλόμενη ροή μέσω της καμπύλης (διογκωμένης) επιφάνειας στο Σχ. 29.22 είναι ισοδύναμη, σε ό,τι αφορά τον νόμο του Ampere, με ένα ρεύμα αγωγιμότητας μέσω της επιφάνειας. Συμπεριλαμβάνουμε αυτό το υποθετικό ρεύμα στον νόμο του Ampere μαζί με το πραγματικό ρεύμα αγωγιμότητας i_C :

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 (i_C + i_D)_{\text{encl}} \quad (\text{γενικευμένος νόμος του Ampere}) \quad (29.15)$$

Το υποθετικό ρεύμα i_D το επινόησε το 1865 ο Σκωτσέζος Φυσικός James Clerk Maxwell (Τζέιμς Κλερκ Μάξγουελ, 1831-1879).

Η πραγματικότητα του ρεύματος μετατόπισης

29.23 Ένας πυκνωτής που φορτίζεται από το ρεύμα αγωγιμότητας i_C έχει ένα ρεύμα μετατόπισης ανάμεσα στις πλάκες του ίσο με το i_C , με πυκνότητα ρεύματος μετατόπισης $j_D = \epsilon dE/dt$. Αυτό μπορεί να θεωρηθεί ως η πηγή του μαγνητικού πεδίου ανάμεσα στις πλάκες του πυκνωτή.



Το ολοκλήρωμα $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$ στον νόμο του Ampere είναι απλώς το B επί το μήκος της περιφέρειας του κύκλου $2\pi r$, και επειδή $i_D = i_C$, όσο φορτίζεται ο πυκνωτής ο νόμος του Ampere γίνεται

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = 2\pi r B = \mu_0 \frac{r^2}{R^2} i_C \quad \text{ή}$$

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{r}{R^2} i_C \quad (29.17)$$

Ένας παρόμοιος υπολογισμός δείχνει ότι *εξωτερικά* του χώρου μεταξύ των οπλισμών (δηλαδή για $r > R$) το $\mathbf{B}$ είναι ίδιο με εκείνο που θα υπήρχε αν οι αγωγοί ήταν συνεχείς και δεν υπήρχαν καθόλου οπλισμοί.

Όταν μετράμε το μαγνητικό πεδίο σε αυτήν την περιοχή, βρίσκουμε ότι αυτό είναι πράγματι εκεί και ότι συμπεριφέρεται ακριβώς όπως προβλέπει η Εξ. (29.17). Αυτό επαληθεύει απευθείας τον ρόλο του ρεύματος μετατόπισης ως πηγή μαγνητικού πεδίου.

Οι εξισώσεις του Maxwell για τον Ηλεκτρομαγνητισμό

Είμαστε τώρα σε θέση να συλλέξουμε σε ένα κομψό πακέτο όλες τις σχέσεις μεταξύ των ηλεκτρικών και των μαγνητικών πεδίων, καθώς και των πηγών τους. Το πακέτο αυτό περιλαμβάνει τέσσερις εξισώσεις που ονομάζονται **εξισώσεις του Maxwell**. Ο Maxwell δεν ανακάλυψε όλες αυτές τις εξισώσεις μόνος του (αν και ανέπτυξε την έννοια του ρεύματος μετατόπισης). Τις διατύπωσε όμως ως ενιαίο σύνολο και αναγνώρισε τη σπουδαιότητά τους, ιδιαίτερα με την πρόβλεψη της ύπαρξης των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων.

Προς το παρόν θα διατυπώσουμε τις εξισώσεις του Maxwell στην πιο απλή μορφή τους, για την περίπτωση όπου υπάρχουν φορτία και ρεύματα στον κατά τα άλλα κενό χώρο. Στο Κεφ. 32 θα μελετήσουμε πώς να τροποποιούμε αυτές τις εξισώσεις αν υπάρχει διηλεκτρικό ή μαγνητικό υλικό.

Δύο από τις εξισώσεις του Maxwell περιλαμβάνουν ένα ολοκλήρωμα του $\mathbf{E}$ ή του $\mathbf{B}$ σε μια κλειστή επιφάνεια. Η πρώτη είναι απλώς ο νόμος του Gauss για τα ηλεκτρικά πεδία, Εξ. (22.8):

Ροή του ηλεκτρικού πεδίου μέσα από μια κλειστή επιφάνεια

Νόμος του Gauss για το $\mathbf{E}$: $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q_{\text{encl}}}{\epsilon_0}$

Φορτίο που περικλείεται από την επιφάνεια

Επιτρεπτότητα του κενού

(29.18)

Ροή του μαγνητικού πεδίου μέσα από οποιαδήποτε κλειστή επιφάνεια...

Νόμος του Gauss για το $\mathbf{B}$: $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$

... ισούται με μηδέν.

(29.19)

Επικαμπύλιο ολοκλήρωμα του ηλεκτρικού πεδίου σε κλειστή διαδρομή

Νόμος του Faraday για μια σταθερή κλειστή διαδρομή ολοκλήρωσης: $\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

Αντίθετο του ρυθμού μεταβολής με τον χρόνο της μαγνητικής ροής μέσα από τη διαδρομή

(29.20)

Επικαμπύλιο ολοκλήρωμα του μαγνητικού πεδίου σε όλη τη διαδρομή

Επιτρεπτότητα του κενού

Ρυθμός μεταβολής με τον χρόνο της ηλεκτρικής ροής μέσα από τη διαδρομή

Νόμος του Ampere για μια σταθερή κλειστή διαδρομή ολοκλήρωσης: $\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \left(i_C + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{\text{encl}}$

Διαπερατότητα του κενού

Ρεύμα αγωγιμότητας μέσα από τη διαδρομή

Ρεύμα μετατόπισης μέσα από τη διαδρομή

(29.21)

Συμμετρία των Εξισώσεων Maxwell

29.24 Οι εξισώσεις του Maxwell στο κενό είναι εξαιρετικά συμμετρικές.

Στο κενό δεν υπάρχουν φορτία, άρα οι ροές των $\mathbf{E}$ και $\mathbf{B}$ μέσα από οποιαδήποτε κλειστή επιφάνεια είναι ίσες με μηδέν.

$$\begin{aligned}\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} &= 0 \\ \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} &= 0 \\ \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} &= -\frac{d\Phi_B}{dt} \\ \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} &= \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}\end{aligned}$$

Στο κενό δεν υπάρχουν ρεύματα αγωγιμότητας, άρα τα επικαμπύλια ολοκληρώματα των $\mathbf{E}$ και $\mathbf{B}$ σε οποιαδήποτε κλειστή διαδρομή συνδέονται με τον ρυθμό μεταβολής της ροής του άλλου πεδίου.

Χρησιμοποιώντας τον ορισμό της μαγνητικής και της ηλεκτρικής ροής, οι εξισώσεις γίνονται:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} \quad (29.22)$$

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} \quad (29.23)$$

Παρατηρούμε τη συμμετρία μεταξύ του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου. Επίσης, ότι η χρονική μεταβολή οποιουδήποτε από τα δύο πεδία επάγει τη δημιουργία του άλλου πεδίου στη γειτονική περιοχή του χώρου. Από τις εξισώσεις αυτές ο Maxwell πρόβλεψε την ύπαρξη των ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, δηλαδή χρονομεταβαλλόμενων ηλεκτρικών και μαγνητικών πεδίων που διαδίδονται από μια περιοχή του χώρου σε άλλη χωρίς να μεσολαβεί κάποιο υλικό μέσο.

Στις εξισώσεις αυτές περιέχονται όλες οι βασικές σχέσεις μεταξύ των πεδίων και των πηγών τους. Προσθέτοντας στις εξισώσεις αυτές τη σχέση που ορίζει το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο μέσω των δυνάμεων που ασκούν σε ένα φορτίο, δηλαδή

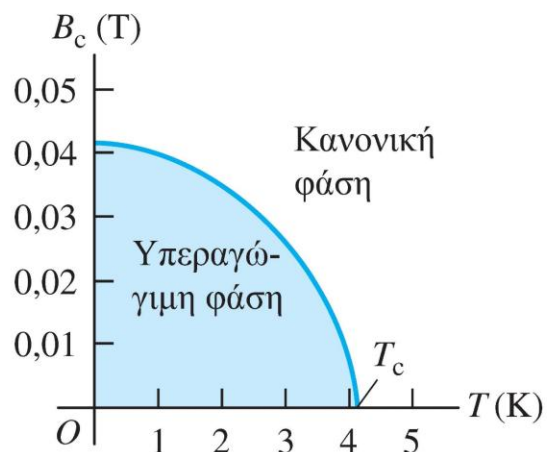
$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (29.24)$$

έχουμε όλες τις θεμελιώδεις εξισώσεις του Ηλεκτρομαγνητισμού

ΥΠΕΡΑΓΩΓΙΜΟΤΗΤΑ

Η πιο γνωστή ιδιότητα ενός υπεραγωγού είναι η απότομη και πλήρης εξαφάνιση της ηλεκτρικής αντίστασης όταν το υλικό ψυχθεί σε θερμοκρασία χαμηλότερη από την *κρίσιμη θερμοκρασία*, T_c .

29.25 Διάγραμμα φάσης για καθαρό υδράργυρο, που δείχνει το κρίσιμο μαγνητικό πεδίο B_c και την εξάρτησή του από τη θερμοκρασία. Η ύπαρξη της υπεραγωγιμότητας είναι αδύνατη πάνω από την κρίσιμη θερμοκρασία T_c . Οι καμπύλες για άλλα υπεραγώγιμα υλικά είναι παρόμοιες, αλλά με διαφορετικές αριθμητικές τιμές.



Υπεραγώγιμη αιώρηση

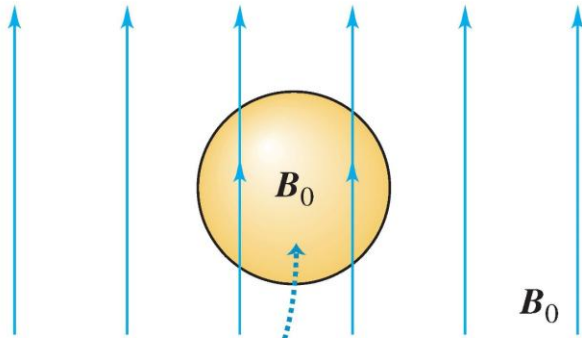
29.27 Ένας υπεραγωγός ασκεί απωστική δύναμη σε έναν μαγνήτη, με αποτέλεσμα την αιώρηση του μαγνήτη.



Φαινόμενο Meissner (Μάισνερ)

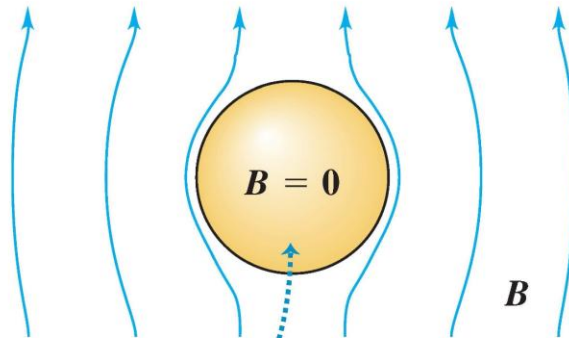
29.26 Ένα υπεραγώγιμο υλικό (a) σε θερμοκρασία υψηλότερη από την κρίσιμη και (b), (c) σε θερμοκρασία χαμηλότερη από την κρίσιμη.

(a) Υπεραγώγιμο υλικό μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο B_0 και $T > T_c$



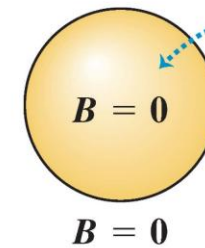
Το πεδίο μέσα στο υλικό είναι σχεδόν ίσο με το B_0 .

(b) Η θερμοκρασία μειώνεται σε $T < T_c$, οπότε το υλικό γίνεται υπεραγώγιμο.



Η μαγνητική ροή εξωθείται από το υλικό και το πεδίο στο εσωτερικό του είναι μηδέν (φαινόμενο Meissner).

(c) Όταν το εξωτερικό πεδίο απενεργοποιηθεί για $T < T_c$, το πεδίο είναι παντού μηδενικό.



Δεν υπάρχει μαγνητική ροή μέσα στο υλικό.

