

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 37

ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑ

ΑΝΑΛΛΟΙΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΝΟΜΩΝ

Ο Άλμπερτ Αϊνστάιν (1879-1955) εισήγαγε το 1905 την Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας και πρότεινε δραστικές αναθεωρήσεις των νευτώνειων εννοιών του χώρου και του χρόνου. Θεμελίωσε την Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας σε δύο αξιώματα.

Το ένα δηλώνει ότι οι νόμοι της Φυσικής είναι οι ίδιοι σε όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς· το άλλο δηλώνει ότι η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι η ίδια σε όλα τα αδρανειακά συστήματα.

Αν και πολλά από τα συμπεράσματα, που θα μελετήσουμε, μπορεί να σας φανούν αντίθετα προς τη διαίσθησή σας, η θεωρία συμφωνεί απολύτως με τα πειραματικά αποτελέσματα.

Η σχετικότητα έχει σημαντικές συνέπειες για όλους τους τομείς της Φυσικής, συμπεριλαμβανομένων του Ηλεκτρομαγνητισμού, της Ατομικής και της Πυρηνικής Φυσικής και της Φυσικής Υψηλών Ενεργειών.

ΑΝΑΛΛΟΙΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΦΥΣΙΚΩΝ ΝΟΜΩΝ

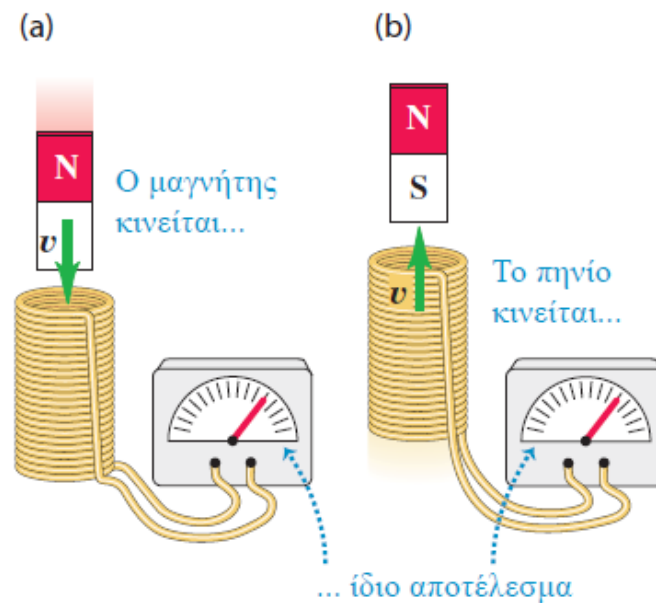
Ας ρίξουμε μια ματιά στα δύο αξιώματα της Ειδικής Θεωρίας της Σχετικότητας. Και τα δύο αυτά περιγράφουν τι βλέπει ένας παρατηρητής σε ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς, που εισαγάγαμε στο Κεφ 4. Η θεωρία είναι «ειδική» με την έννοια ότι αναφέρεται σε παρατηρητές σε τέτοια ειδικά συστήματα αναφοράς.

Το Πρώτο Αξίωμα του Αϊνστάιν

Το πρώτο αξίωμα του Αϊνστάιν, που ονομάζεται **αρχή της σχετικότητας**, λέει ότι: **Οι νόμοι της Φυσικής είναι οι ίδιοι σε όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς.**

37.1 Η ίδια ΗΕΔ στο πηνίο είτε

(α) ο μαγνήτης κινείται σε σχέση με το πηνίο είτε (β) το πηνίο κινείται σε σχέση με τον μαγνήτη.



Παράδειγμα:

Στο σύστημα αναφοράς στο οποίο το πηνίο είναι ακίνητο (Σχ. 37.1a), ο κινούμενος μαγνήτης προκαλεί μεταβολή της μαγνητικής ροής μέσα από το πηνίο και έτσι επάγεται μια ΗΕΔ. Σε ένα διαφορετικό σύστημα αναφοράς στο οποίο ο μαγνήτης είναι ακίνητος (Σχ. 37.1b), η κίνηση του πηνίου μέσα στο μαγνητικό πεδίο επάγει την ΗΕΔ. Σύμφωνα με την αρχή της σχετικότητας και τα δύο αυτά συστήματα αναφοράς είναι εξίσου έγκυρα. Επομένως και στις δύο περιπτώσεις του Σχ. 37.1 πρέπει να επάγεται στο πηνίο η ίδια ΗΕΔ. Όπως είδαμε στο Κεφ. 29, αυτό ακριβώς συμβαίνει, οπότε ο νόμος της επαγωγής του Φαραντέι είναι συμβατός με την αρχή της σχετικότητας.

Πράγματι, όλοι οι νόμοι του Ηλεκτρομαγνητισμού είναι οι ίδιοι σε κάθε αδρανειακό σύστημα αναφοράς.

Το Δεύτερο Αξίωμα του Αϊνστάιν

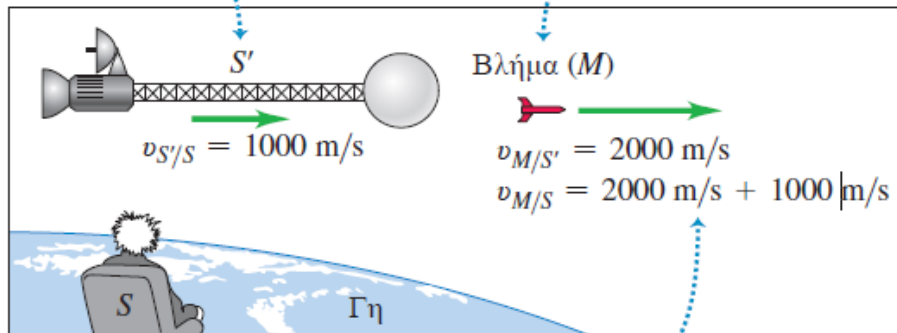
Κατά τη διάρκεια του 19ου αιώνα οι περισσότεροι φυσικοί πίστευαν ότι το φως διαδίδεται μέσα σε ένα υποθετικό μέσο, τον αιθέρα, ακριβώς όπως τα ηχητικά κύματα διαδίδονται στον αέρα. Σε αυτήν την περίπτωση η ταχύτητα του φωτός, που θα μετρούσαν οι διάφοροι παρατηρητές, θα εξαρτιόταν από την κίνησή τους σε σχέση με τον αιθέρα και επομένως θα ήταν διαφορετική σε διαφορετικές κατευθύνσεις.

Οι Μάικελσον και Μόρλεϊ δεν διαπίστωσαν κάποια κίνηση αιθέρα στη Γη και η έννοια του αιθέρα εγκαταλείφθηκε.

Το εννοιολογικό άλμα του Αϊνστάιν ήταν η αναγνώριση ότι, εάν οι εξισώσεις του Maxwell ισχύουν σε όλα τα αδρανειακά συστήματα, τότε η ταχύτητα του φωτός στο κενό θα έπρεπε επίσης να είναι η ίδια σε όλα τα συστήματα και σε όλες τις κατευθύνσεις. Το ονομάζουμε **δεύτερο αξίωμα του Αϊνστάιν**: Η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι η ίδια σε όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς και δεν εξαρτάται από την κίνηση της πηγής.

37.2 (a) Η Νευτώνεια Μηχανική κάνει σωστές προβλέψεις για σώματα που κινούνται σχετικά αργά· (b) κάνει λάθος προβλέψεις για τη συμπεριφορά του φωτός.

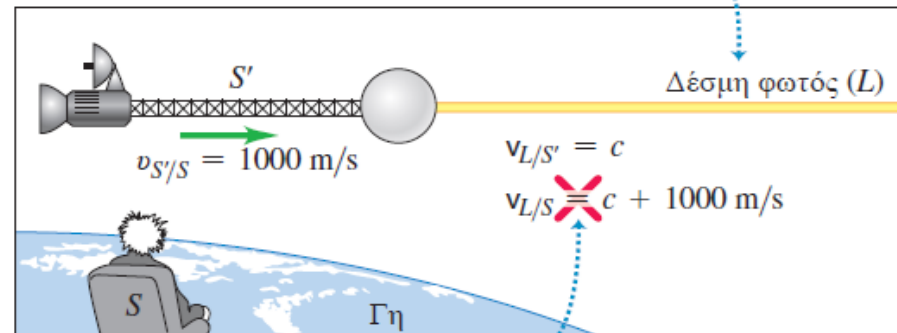
(a) Διαστημόπλοιο (S') κινείται με ταχύτητα $v_{S'/S} = 1000 \text{ m/s}$ ως προς παρατηρητή στη Γη (S).
Βλήμα (M) εκτοξεύεται με ταχύτητα $v_{M/S'} = 2000 \text{ m/s}$ ως προς το διαστημόπλοιο.



Η ΝΕΥΤΩΝΕΙΑ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΙΣΧΥΕΙ: Η Νευτώνεια Μηχανική μάς λέει σωστά ότι το βλήμα κινείται με ταχύτητα $v_{M/S} = 3000 \text{ m/s}$ ως προς τον παρατηρητή στη Γη.

(b)

Δέσμη φωτός (L) εκπέμπεται από το διαστημόπλοιο με ταχύτητα c .



Η ΝΕΥΤΩΝΕΙΑ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΑΠΟΤΥΓΧΑΝΕΙ: Η Νευτώνεια Μηχανική μάς λέει λανθασμένα ότι το φως κινείται ως προς τον παρατηρητή στη Γη με ταχύτητα μεγαλύτερη από c ... κάτι που αντιβαίνει στο δεύτερο αξίωμα του Αϊνστάιν.

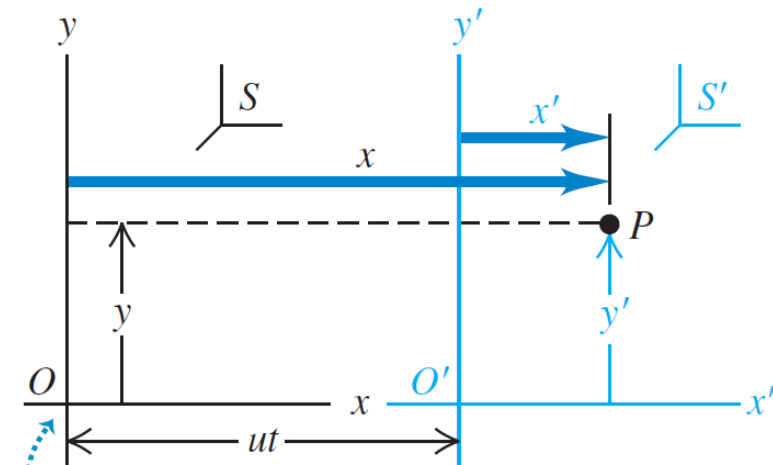
Το Έσχατο Όριο Ταχυτήτων

Το δεύτερο αξίωμα του Αϊνστάιν έχει ως άμεση συνέπεια την εξής: **Είναι αδύνατο ένας αδρανειακός παρατηρητής να κινείται με ταχύτητα c , την ταχύτητα του φωτός στο κενό.**

Ο Μετασχηματισμός Συντεταγμένων του Γαλιλαίου

37.3 Η θέση σωματίου P μπορεί να περιγραφεί με τις συντεταγμένες x και y στο σύστημα αναφοράς S ή με τις x' και y' στο σύστημα S' .

Το σύστημα S' κινείται σε σχέση με το σύστημα S με σταθερή ταχύτητα u κατά μήκος του κοινού άξονα x - x' .



Οι αρχές O και O' συμπίπτουν τη χρονική στιγμή $t = 0 = t'$.

Ας σκεφτούμε τώρα πώς περιγράφουμε την κίνηση ενός σωματιδίου P . Αυτό θα μπορούσε να είναι ένα εξερευνητικό όχημα, που εκτοξεύθηκε από ένα διαστημόπλοιο, ή ένας παλμός φωτός από κάποιο λέιζερ. Μπορούμε να περιγράψουμε τη θέση αυτού του σωματιδίου χρησιμοποιώντας τις γήινες συντεταγμένες (x, y, z) στο S ή τις συντεταγμένες (x', y', z') στο σύστημα του διαστημόπλοιου S' . Το Σχ. 37.3 δείχνει ότι αυτές σχετίζονται απλά με τις σχέσεις

$$x = x' + ut \quad y = y' \quad z = z' \quad (\text{μετασχηματισμός συντεταγμένων του Γαλιλαίου}) \quad (37.1)$$

Αυτές οι σχέσεις, που βασίζονται στις γνώριμες νευτώνειες έννοιες του χώρου και του χρόνου, ονομάζονται **μετασχηματισμός συντεταγμένων του Γαλιλαίου**.

Η ποσότητα dx/dt είναι η ταχύτητα v_x που μετράμε στο σύστημα S και η dx'/dt είναι η ταχύτητα v'_x στο σύστημα S' , οπότε παίρνουμε τον **μετασχηματισμό ταχύτητας του Γαλιλαίου** για μονοδιάστατη κίνηση: παραγωγίζοντας ως προς t την πρώτη από τις Εξ.

$$v_x = v'_x + u \quad (\text{μετασχηματισμός ταχύτητας του Γαλιλαίου}) \quad (37.2)$$

Αν την εφαρμόσουμε στην ταχύτητα του φωτός στο κενό, η Εξ. (37.2) λέει ότι $c = c' + u$. Το δεύτερο αξίωμα του Αϊνστάιν, που έχει επιβεβαιωθεί από πληθώρα πειραμάτων, λέει ότι $c = c'$. Έχουμε επομένως εδώ μια γνήσια ασυνέπεια.

Εάν δεχτούμε αυτό το αξίωμα, είμαστε υποχρεωμένοι να συμπεράνουμε ότι οι Εξ. (37.1) και (37.2) πρέπει να τροποποιηθούν ώστε να εναρμονιστούν με το αξίωμα.

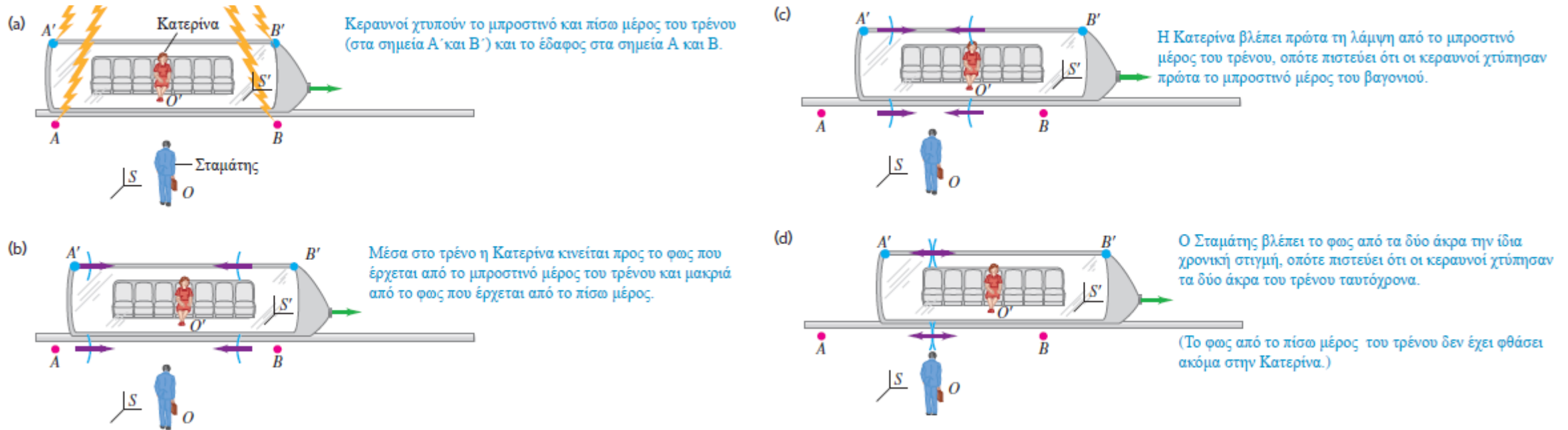
Η άρση της ασυνέπειας συνεπάγεται μερικές πολύ θεμελιώδεις αλλαγές στις έννοιες της Κινηματικής.

ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΤΑΥΤΟΧΡΟΝΙΣΜΟΥ

Η πρώτη ιδέα που πρέπει να αλλάξει είναι η φαινομενικά προφανής υπόθεση ότι οι παρατηρητές στα συστήματα S και S' χρησιμοποιούν την ίδια χρονική κλίμακα, όπως δηλώνεται με τη σχέση $t = t'$. Γενικά, δύο γεγονότα που είναι ταυτόχρονα σε ένα σύστημα αναφοράς **δεν είναι ταυτόχρονα ως προς ένα άλλο σύστημα, που κινείται ως προς το πρώτο, ακόμα και αν αμφότερα τα συστήματα είναι αδρανειακά**. Αυτό μπορεί να φαίνεται αντίθετο με την κοινή λογική. Για να το κατανοήσουμε, ας δούμε μια εκδοχή ενός από τα νοητικά πειράματα του Αϊνστάιν – πειράματα σκέψης που ακολουθούν τις έννοιες μέχρι τη λογική τους κατάληξη.

37.5 Ένα Νοητικό Πείραμα Ταυτοχρονισμού

Φανταστείτε ένα τρένο που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση με σταθερή ταχύτητα συγκρίσιμη με την τιμή c . Δύο κεραυνοί χτυπούν στα δύο άκρα ενός βαγονιού. Τη στιγμή της πτώσης του, κάθε κεραυνός αφήνει ένα σημάδι στο βαγόνι και ένα στο έδαφος.



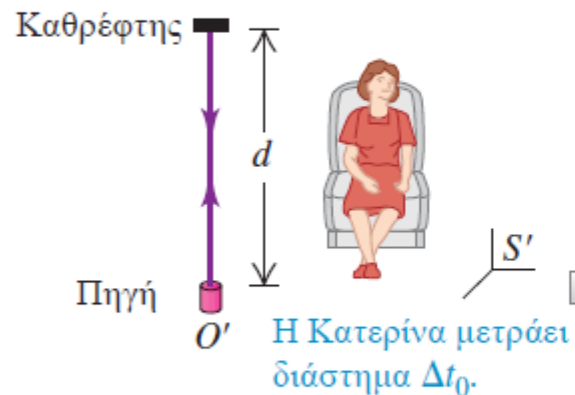
Το αν δύο γεγονότα, που συμβαίνουν σε διαφορετικές θέσεις στον άξονα x , είναι ταυτόχρονα ή όχι εξαρτάται από την κατάσταση κίνησης του παρατηρητή. Σημειώστε πως είναι αβάσιμη η άποψη ότι ο Σταμάτης έχει δίκιο ενώ η Κατερίνα σφάλει, ή αντίστροφα. Σύμφωνα με την αρχή της σχετικότητας, κανένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς δεν υπερτερεί των άλλων στη διατύπωση των φυσικών νόμων. **Κάθε παρατηρητής έχει δίκιο στο δικό του σύστημα αναφοράς. Με άλλα λόγια, το ταυτόχρονο δεν είναι μια απόλυτη έννοια. Το αν δύο γεγονότα είναι ταυτόχρονα εξαρτάται από το σύστημα αναφοράς.**

ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΧΡΟΝΙΚΩΝ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΩΝ I

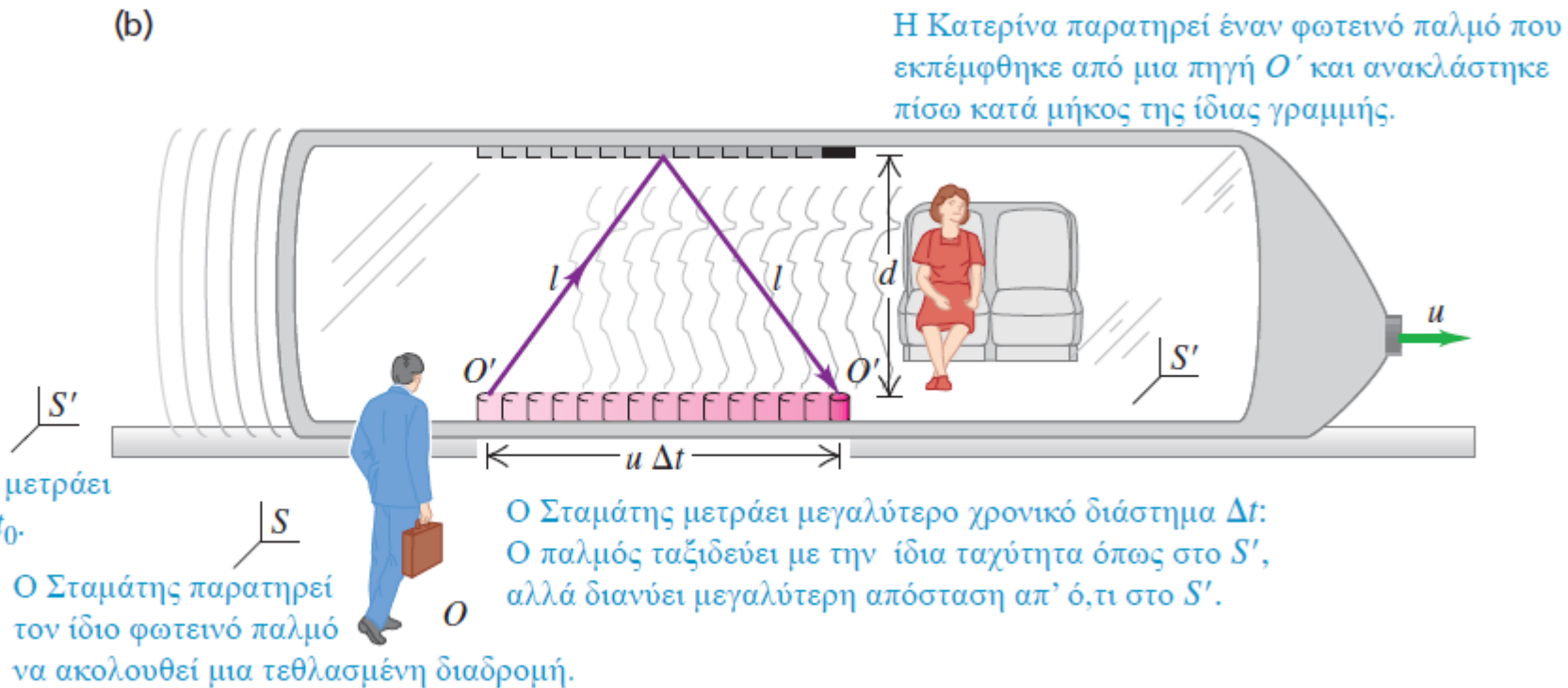
(a) Η Κατερίνα, στο σύστημα αναφοράς S' (το οποίο κινείται με ταχύτητα u ως προς το S), παρατηρεί έναν φωτεινό παλμό που εκπέμφθηκε από μια πηγή O' και ανακλάστηκε πίσω κατά μήκος της ίδιας γραμμής. (b) Πώς βλέπουν τον ίδιο φωτεινό παλμό ο Σταμάτης (ακίνητος στο σύστημα αναφοράς S) και η Κατερίνα; Απεικονίζονται οι θέσεις του O' τις στιγμές της εκπομπής και της επιστροφής του παλμού.

37.6

(a)



(b)



ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΧΡΟΝΙΚΩΝ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΩΝ II

Η Κατερίνα, που ταξιδεύει μαζί με το σύστημα S' , μετράει τη χρονική απόσταση δύο γεγονότων που λαμβάνουν χώρα στο ίδιο σημείο του χώρου. Το γεγονός 1 είναι η εκπομπή ενός φωτεινού σήματος από μια πηγή O' . Το γεγονός 2 είναι η επιστροφή του φωτεινού σήματος στο O' , μετά την ανακλασή του από έναν καθρέφτη σε απόσταση d , όπως δείχνει το Σχ. 37.6α.

Το φωτεινό σήμα διανύει συνολικά απόσταση $2d$, οπότε το χρονικό διάστημα είναι

$$\Delta t_0 = \frac{2d}{c} \quad (37.3)$$

Η συνολική διαδρομή του φωτεινού σήματος έχει κατά τον Σταμάτη διαφορετική διάρκεια Δt : στο σύστημά του τα δύο γεγονότα λαμβάνουν χώρα σε διαφορετικά σημεία του χώρου. το συνολικό μήκος της διαδρομής είναι $2d$ κάθετα στη σχετική ταχύτητα, αλλά το συνολικό μήκος της διαδρομής στο S είναι η μεγαλύτερη απόσταση $2l$, όπου

$$l = \sqrt{d^2 + \left(\frac{u \Delta t}{2}\right)^2}$$

Η ταχύτητα του φωτός είναι η ίδια και για τους δύο παρατηρητές, οπότε η διάρκεια της συνολικής διαδρομής στο S είναι

$$\Delta t = \frac{2l}{c} = \frac{2}{c} \sqrt{d^2 + \left(\frac{u \Delta t}{2}\right)^2} \quad (37.4)$$

Από τις Εξισ. 37.3 και 37.4 βρίσκουμε:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

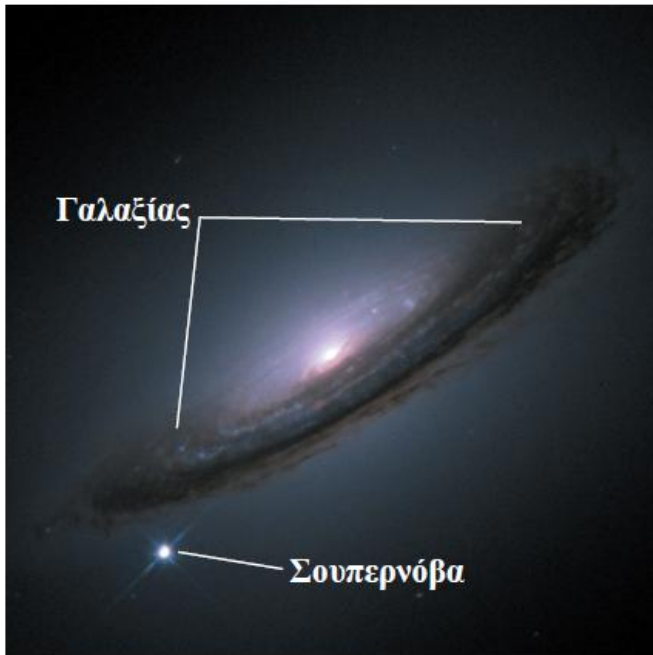
Αφού η ποσότητα $\sqrt{1 - u^2/c^2}$ είναι μικρότερη από 1, το Δt είναι μεγαλύτερο από το Δt_0 : Επομένως, ο Σταμάτης μετράει μεγαλύτερη διάρκεια για τη συνολική διαδρομή του φωτεινού παλμού απ' ό,τι η Κατερίνα.

Διαστολή του Χρόνου και Ιδιοχρόνος I

Ας υποθέσουμε ότι σε κάποιο σύστημα αναφοράς δύο γεγονότα λαμβάνουν χώρα στο ίδιο σημείο του χώρου. Εάν αυτά τα γεγονότα είναι δύο «τικ» ενός ρολογιού, τότε το σύστημα αναφοράς είναι εκείνο στο οποίο το ρολόι είναι ακίνητο. Το ονομάζουμε **σύστημα ηρεμίας** του ρολογιού. Υπάρχει μόνο ένα σύστημα αναφοράς στο οποίο το ρολόι είναι ακίνητο και υπάρχουν άπειρα στα οποία κινείται.

Το χρονικό διάστημα που μετράμε ανάμεσα σε δύο γεγονότα (όπως δύο «τικ» του ρολογιού) που συμβαίνουν στην ίδια θέση σε ένα συγκεκριμένο σύστημα είναι μια πιο θεμελιώδης ποσότητα από το διάστημα ανάμεσα σε γεγονότα σε διαφορετικά σημεία. Χρησιμοποιούμε τον όρο **ιδιοχρόνος** για να περιγράψουμε το χρονικό διάστημα ανάμεσα σε δύο γεγονότα που λαμβάνουν χώρα στο *ίδιο σημείο*.

Το παραπάνω αποτέλεσμα μας λέει ότι ένας παρατηρητής σε ένα δεύτερο σύστημα, που κινείται με σταθερή ταχύτητα u σε σχέση με το σύστημα ηρεμίας, θα μετρήσει το χρονικό διάστημα να είναι Δt , όπου



Ιδιοχρόνος μεταξύ δύο γεγονότων (μετρημένος στο σύστημα ηρεμίας)

Διαστολή του χρόνου:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad (37.6)$$

Χρονικό διάστημα ανάμεσα στα ίδια γεγονότα μετρημένο στο δεύτερο σύστημα αναφοράς

Ταχύτητα του φωτός στο κενό

Ταχύτητα του δεύτερου συστήματος ως προς το σύστημα ηρεμίας

Ο παρονομαστής της Εξ. (37.6) είναι πάντα μικρότερος του 1, οπότε το Δt είναι πάντα **μεγαλύτερο** από το Δt_0 . Έτσι, το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **διαστολή του χρόνου**. Εν συντομία, **οι παρατηρητές διαπιστώνουν ότι οποιοδήποτε ρολόι κινείται ως προς αυτούς «πηγαίνει πίσω» (καθυστερεί)** (Σχ. 37.7). Σημειώστε ότι το συμπέρασμα αυτό είναι άμεση συνέπεια του γεγονότος ότι η ταχύτητα του φωτός στο κενό έχει ίδιο μέτρο σε όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς.

37.7 Αυτή η φωτογραφία δείχνει έναν αστέρα που εκρήγνυται και ο οποίος ονομάζεται υπερκαινοφανής (σουπερνόβα) σε έναν απομακρυσμένο γαλαξία. Η λαμπρότητα ενός τυπικού υπερκαινοφανούς μειώνεται με συγκεκριμένο ρυθμό. Όμως, υπερκαινοφανείς που απομακρύνονται από εμάς με ταχύτητα σημαντικό κλάσμα της ταχύτητας του φωτός εξασθενούν πιο αργά, σύμφωνα με την Εξ. (37.6). Ο σουπερνόβα που εξασθενεί είναι ένα κινούμενο ρολόι που καθυστερεί.

Διαστολή του Χρόνου και Ιδιοχρόνος II

Η ποσότητα $1/\sqrt{1 - u^2/c^2}$ στην Εξ. (37.6) καλείται **παράγοντας Lorentz**. Εμφανίζεται συχνά στη σχετικότητα και συμβολίζεται με το γράμμα γ :

Παράγοντας Lorentz $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$ (37.7)

Ταχύτητα του φωτός στο κενό

Ταχύτητα ενός συστήματος αναφοράς σε σχέση με ένα άλλο

Χρησιμοποιώντας αυτό το σύμβολο, μπορούμε να γράψουμε τον τύπο της διαστολής του χρόνου, Εξ. (37.6), στη μορφή

Διαστολή του χρόνου: $\Delta t = \gamma \Delta t_0$ (37.8)

Ιδιοχρόνος μεταξύ δύο γεγονότων (μετρημένος στο σύστημα ηρεμίας)

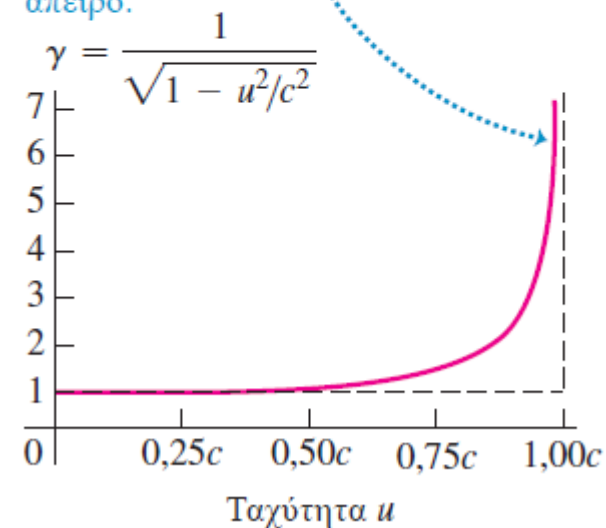
Παράγοντας Lorentz που συσχετίζει τα δύο συστήματα

Χρονικό διάστημα ανάμεσα στα ίδια δύο γεγονότα μετρημένο στο δεύτερο σύστημα αναφοράς

Για μια περαιτέρω απλοποίηση, το κλάσμα u/c συχνά συμβολίζεται με το γράμμα β .
οπότε $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$.

37.8 Ο παράγοντας Lorentz $\gamma = 1/\sqrt{1 - u^2/c^2}$ συναρτήσει της σχετικής ταχύτητας u δύο συστημάτων αναφοράς.

Καθώς η ταχύτητα u πλησιάζει την ταχύτητα του φωτός c , το γ τείνει στο άπειρο.



Το Παράδοξο των Διδύμων

Εφαρμογή Ποια Είναι η Γιαγιά;

Η απάντηση σε αυτήν την ερώτηση μπορεί να φαίνεται προφανής, αλλά θα μπορούσε να εξαρτάται από το ποια είχε ταξιδέψει σε έναν μακρινό προορισμό με σχετικιστικές ταχύτητες. Φανταστείτε ότι μια γυναίκα 20 ετών γέννησε ένα παιδί και αμέσως μετά έφυγε για ένα ταξίδι 100 ετών φωτός (50 έτη φωτός πήγαινε και 50 έτη φωτός επιστροφή) με ταχύτητα 99,5 % της ταχύτητας του φωτός. Λόγω της διαστολής του χρόνου της ταξιδιώτισσας, μόνο 10 χρόνια θα είχαν περάσει γι' αυτήν και όταν επέστρεφε θα ήταν 30 ετών, ενώ για τους ανθρώπους στη Γη θα είχαν περάσει 100 χρόνια. Στο μεταξύ, το παιδί που άφησε πίσω φεύγοντας, θα μπορούσε να έχει μωρό 20 χρόνια μετά την αναχώρησή της και το εγγόνι της θα ήταν τώρα 80 ετών!



[Σελίδα 1354 - 1356]

Οι Εξ. (37.6) και (37.8) της διαστολής του χρόνου οδηγούν σε κάτι φαινομενικά παράδοξο, που ονομάζεται το **παράδοξο των διδύμων**.

Θεωρήστε δύο δίδυμες αστροναύτισσες, τη Γεωργία και την Αστέρω.

Η Γεωργία παραμένει στη Γη, ενώ η Αστέρω αναχωρεί για ένα ενδογαλαξιακό ταξίδι με μεγάλη ταχύτητα.

Λόγω της διαστολής του χρόνου, η Γεωργία παρατηρεί ότι οι χτύποι της καρδιάς και όλες οι άλλες ζωτικές λειτουργίες της Αστέρως είναι πιο αργές από τις δικές της.

Έτσι για τη Γεωργία, η Αστέρω γερνάει πιο αργά· όταν η Αστέρω επιστρέφει στη Γη είναι νεότερη (έχει γεράσει λιγότερο) από τη Γεωργία.

Το παράδοξο τώρα είναι εδώ: Όλα τα αδρανειακά συστήματα είναι ισοδύναμα. Δεν θα μπορούσε άραγε και η Αστέρω, χρησιμοποιώντας τα ίδια ακριβώς επιχειρήματα, να συμπεράνει ότι η αδελφή της (και όχι η ίδια) πρέπει να είναι νεότερη;

Για να αποσαφηνιστεί το παράδοξο, επισημαίνουμε ότι εδώ οι δίδυμες δεν είναι ταυτόσημες από κάθε άποψη. Ενώ η Γεωργία παραμένει σε ένα κατά προσέγγιση αδρανειακό σύστημα, η Αστέρω πρέπει να επιταχυνθεί ως προς αυτό το σύστημα κατά τη διάρκεια του ταξιδιού της για να μπορέσει να φύγει, να γυρίσει και να επιστρέψει στη Γη.

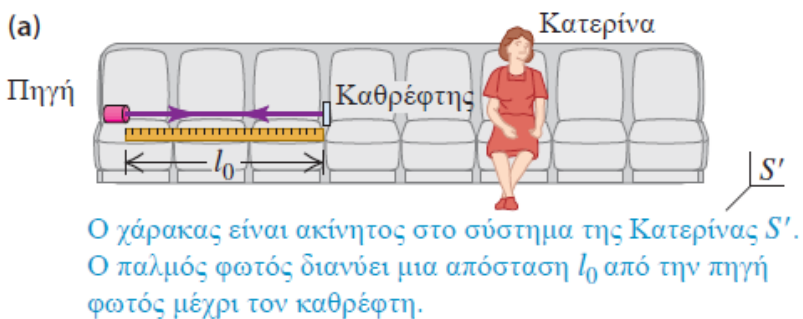
Επομένως, υπάρχει πραγματική φυσική διαφορά στις συνθήκες που βιώνουν οι δύο δίδυμες αδελφές.

ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΜΗΚΟΥΣ

Μήκη Παράλληλα στη Σχετική Κίνηση I

Δεν είναι μόνο το χρονικό διάστημα μεταξύ δύο γεγονότων που εξαρτάται από το σύστημα αναφοράς του παρατηρητή, αλλά και η απόσταση δύο σημείων μπορεί να εξαρτάται από το σύστημα αναφοράς του. Και στις δύο περιπτώσεις υπεισέρχεται η έννοια του ταυτόχρονου.

Για να αποδείξουμε μια σχέση ανάμεσα σε μήκη που μετριοούνται παράλληλα στην κατεύθυνση της κίνησης σε διάφορα συστήματα αναφοράς, θα θεωρήσουμε πάλι ένα νοητικό πείραμα.



37.10 (a) Ένας χάρακας είναι ακίνητος στο σύστημα της Κατερίνας S' . Ένας παλμός φωτός εκπέμπεται από μια πηγή στο ένα άκρο του χάρακα, ανακλάται από έναν καθρέφτη στο άλλο άκρο και επιστρέφει στη θέση της πηγής. (b) Η κίνηση του παλμού όπως μετριέται στο σύστημα S του Σταμάτη.



Μήκη Παράλληλα στη Σχετική Κίνηση II

37.11 Η ταχύτητα με την οποία ηλεκτρόνια διανύουν τα 3 km του σωλήνα του επιταχυντή στο Εθνικό Εργαστήριο του Γραμμικού Επιταχυντή του Στάνφορντ (SLAC) είναι μικρότερη από τη c κατά 1 cm/s. Μετρούμενος στο σύστημα αναφοράς ενός τέτοιου ηλεκτρονίου, ο σωλήνας του επιταχυντή (που εκτείνεται από την κορυφή μέχρι το κάτω άκρο αυτής της φωτογραφίας) έχει μήκος μόλις 15 cm!

Ο σωλήνας της δέσμης



Για να αποδείξουμε μια σχέση ανάμεσα σε μήκη που μετριοούνται παράλληλα στην κατεύθυνση της κίνησης σε διάφορα συστήματα αναφοράς, θα θεωρήσουμε πάλι ένα νοητικό πείραμα. Θα στερεώσουμε μια πηγή φωτός στο ένα άκρο ενός χάρακα και έναν καθρέφτη στο άλλο. Ο χάρακας είναι ακίνητος στο σύστημα αναφοράς S' και το μήκος του σε αυτό το σύστημα είναι l_0 (Σχ. 37.10a).

Τότε, ο χρόνος Δt_0 που χρειάζεται ένας παλμός φωτός για να πάει από την πηγή στον καθρέφτη και πίσω είναι

$$\Delta t_0 = \frac{2l_0}{c} \quad (37.9)$$

Το μήκος του χάρακα στο σύστημα S είναι l και η διάρκεια της διαδρομής από τη φωτεινή πηγή στον καθρέφτη, όπως μετριέται στο S , είναι Δt_1 .

Ο συνολικός χρόνος $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$ για την πλήρη διαδρομή του παλμού, όπως μετριέται στο S , βρίσκεται ότι είναι

$$\Delta t = \frac{2l}{c(1 - u^2/c^2)} \quad (37.14)$$

Γνωρίζουμε ακόμα ότι οι Δt και Δt_0 συσχετίζονται με την Εξ. (37.6) (διαφάνεια 12), τελικά

Ιδιομήκος αντικειμένου (μετρούμενο στο σύστημα ηρεμίας)

Συστολή του μήκους:

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = \frac{l_0}{\gamma} \quad (37.16)$$

Μήκος στο δεύτερο σύστημα αναφοράς που κινείται παράλληλα με το μήκος του αντικειμένου

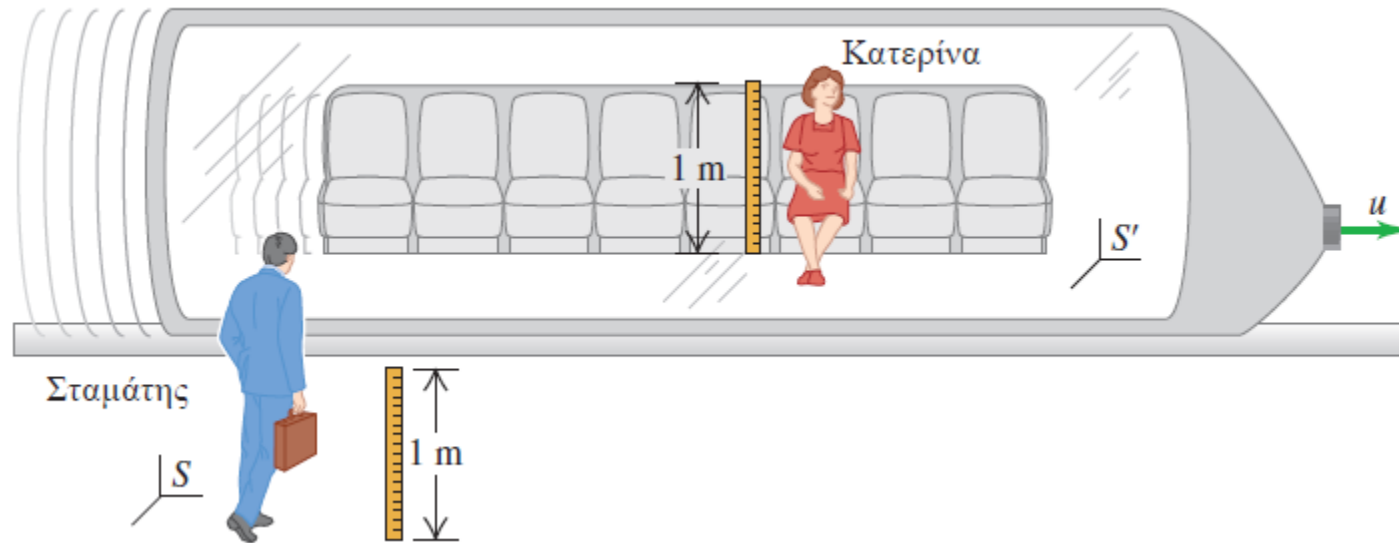
Ταχύτητα του δεύτερου συστήματος ως προς το σύστημα ηρεμίας

Παράγοντας Lorentz που συσχετίζει τα δύο συστήματα

Ταχύτητα του φωτός στο κενό

Κάποιο μήκος που μετριέται στο σύστημα στο οποίο το σώμα είναι ακίνητο (το σύστημα ηρεμίας του σώματος) καλείται **ιδιομήκος**. συνεπώς, το l_0 είναι ένα ιδιομήκος στο S' και το μήκος που μετράμε σε οποιοδήποτε άλλο σύστημα που κινείται ως προς το S' είναι **μικρότερο από το l_0** . Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **συστολή του μήκους**.

Μήκη Κάθετα στη Σχετική Κίνηση



37.12 Οι δύο ράβδοι είναι κάθετες στη σχετική ταχύτητα. Για κάθε τιμή της u τόσο ο Σταμάτης όσο και η Κατερίνα μετράνε και τις δύο ράβδους να έχουν μήκος 1 μέτρο.

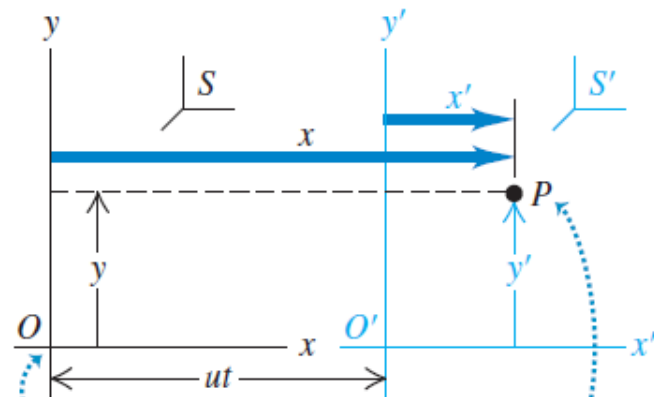
Το συμπέρασμά μας είναι ότι η συμβατότητα με τα αξιώματα της σχετικότητας συνεπάγεται πως και οι δύο παρατηρητές μετράνε τις ράβδους να έχουν το *ίδιο* μήκος, παρά το ότι ως προς καθέναν από αυτούς η μία ράβδος είναι ακίνητη και η άλλη κινείται (Σχ. 37.12). Άρα, **δεν υπάρχει συστολή μήκους κάθετα στην κατεύθυνση της σχετικής κίνησης των δύο συστημάτων αναφοράς.**

ΟΙ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ LORENTZ

Ο Μετασχηματισμός Lorentz των Συντεταγμένων

37.15 Όπως μετριέται στο σύστημα αναφοράς S , το x' συστέλλεται σε x'/γ , οπότε $x = ut + (x'/\gamma)$ και $x' = \gamma(x - ut)$.

Το σύστημα S' κινείται ως προς το S με σταθερή ταχύτητα u κατά μήκος του κοινού άξονα x - x' .



Οι αρχές O και O' συμπίπτουν τη στιγμή $t = 0 = t'$.

Ο μετασχηματισμός Lorentz συσχετίζει τις χωροχρονικές συντεταγμένες ενός γεγονότος όπως μετριοούνται σε δύο συστήματα: (x, y, z, t) στο σύστημα S και (x', y', z', t') στο σύστημα S' .

Η πρώτη μας ερώτηση είναι η εξής: Όταν κάποιο γεγονός λαμβάνει χώρα στο σημείο (x, y, z) τη χρονική στιγμή t , όπως παρατηρείται σε ένα σύστημα αναφοράς S , ποιες είναι οι συντεταγμένες (x', y', z') και ο χρόνος t' του γεγονότος ως προς ένα δεύτερο σύστημα S' , που κινείται σε σχέση με το S με σταθερή ταχύτητα u στην κατεύθυνση $+x$; Οι συλλογισμοί χρησιμοποιώντας το Σχ. 37.15 οδηγούν στις σχέσεις:

Ταχύτητα του S' ως προς το S στη θετική κατεύθυνση του κοινού άξονα x - x'

Μετασχηματισμός Lorentz των συντεταγμένων:

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \gamma(x - ut)$$

Οι χωροχρονικές συντεταγμένες ενός γεγονότος είναι x, y, z, t στο σύστημα S και x', y', z', t' στο σύστημα S' .

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - ux/c^2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \gamma(t - ux/c^2)$$

Παράγοντας Lorentz που συνδέει τα δύο συστήματα (37.21)

Ταχύτητα φωτός στο κενό

Οι εξισώσεις αυτές είναι η σχετικιστική γενίκευση του μετασχηματισμού του Γαλιλαίου των συντεταγμένων.

Γενικά οι χωρικές συντεταγμένες και ο χρόνος ενός γεγονότος σε ένα σύστημα εξαρτώνται από τις χωρικές συντεταγμένες και τον χρόνο σε ένα άλλο σύστημα. **Ο χώρος και ο χρόνος είναι αλληλένδετοι· δεν μπορούμε πλέον να ισχυριζόμαστε ότι το μήκος και ο χρόνος είναι απόλυτες έννοιες ανεξάρτητες από το σύστημα αναφοράς.** Για τον λόγο αυτό, αναφερόμαστε στον χρόνο και στις τρεις διαστάσεις του χώρου συλλογικά ως μια τετραδιάστατη οντότητα που ονομάζεται **χωροχρόνος** και καλούμε την τετράδα (x, y, z, t) **χωροχρονικές συντεταγμένες** ενός γεγονότος.

Ο Μετασχηματισμός Lorentz της Ταχύτητας

Εφαρμογή Σχετική Ταχύτητα και Συστήματα Αναφοράς

Σε έναν αγώνα σκυταλοδρομίας μπορούμε να δούμε τα συστήματα αναφοράς που χρησιμοποιήθηκαν στις Εξ. (37.22) και (37.23).

Σύστημα αναφοράς S : Το σύστημα ηρεμίας μας καθώς στεκόμαστε δίπλα στον στίβο.

Σύστημα αναφοράς S' : Το σύστημα ηρεμίας της κόκκινης αθλήτριας. Αυτή κινείται με ταχύτητα u ως προς εμάς.



Η δρομέας στα μοβ έχει ταχύτητα v_x ως προς το S και v'_x ως προς το S' .

Μετασχηματισμός Lorentz της ταχύτητας: (ταχύτητα στο S' συναρτήσει της ταχύτητας στο S):

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - uv_x/c^2} \quad (37.22)$$

Ταχύτητα του σώματος στο S' (αριστερά)
Ταχύτητα του σώματος στο S (δεξιά)
Ταχύτητα του S' ως προς το S στην θετική κατεύθυνση του κοινού άξονα $x-x'$ (αριστερά)
Ταχύτητα φωτός στο κενό (αριστερά)

Όταν οι u και v_x είναι πολύ μικρότερες από τη c , ο παρονομαστής στην Εξ. (37.22) τείνει στο 1, οπότε παίρνουμε το μη σχετικιστικό αποτέλεσμα $v'_x = v_x - u$. Το αντίθετο όριο είναι η περίπτωση που $v_x = c$ τότε βρίσκουμε

$$v'_x = \frac{c - u}{1 - uc/c^2} = \frac{c(1 - u/c)}{1 - u/c} = c$$

Η σχέση αυτή μας λέει πως, αν κάτι κινείται με ταχύτητα $v_x = c$ ως προς ένα σύστημα S , θα έχει επίσης ταχύτητα $v'_x = c$ όπως μετρείται στο S' , παρά τη σχετική κίνηση των δύο συστημάτων. Έτσι, η Εξ. (37.22) είναι συμβατή με το αξίωμα του Αϊνστάιν ότι η ταχύτητα του φωτός στο κενό είναι η ίδια σε όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς.

Η αρχή της σχετικότητας μας λέει ότι δεν υπάρχει ουσιαστική διαφορά ανάμεσα στα συστήματα S και S' . Επομένως, η έκφραση της v_x συναρτήσει της v'_x πρέπει να έχει την ίδια μορφή με την Εξ. (37.22), στην οποία αντικαθιστούμε τη v_x με v'_x και αντίστροφα, και επίσης αλλάζουμε το πρόσημο της u . Κάνοντας αυτές τις αλλαγές στην Εξ. (37.22) βρίσκουμε

Μετασχηματισμός Lorentz της ταχύτητας: (ταχύτητα στο S συναρτήσει της ταχύτητας στο S'):

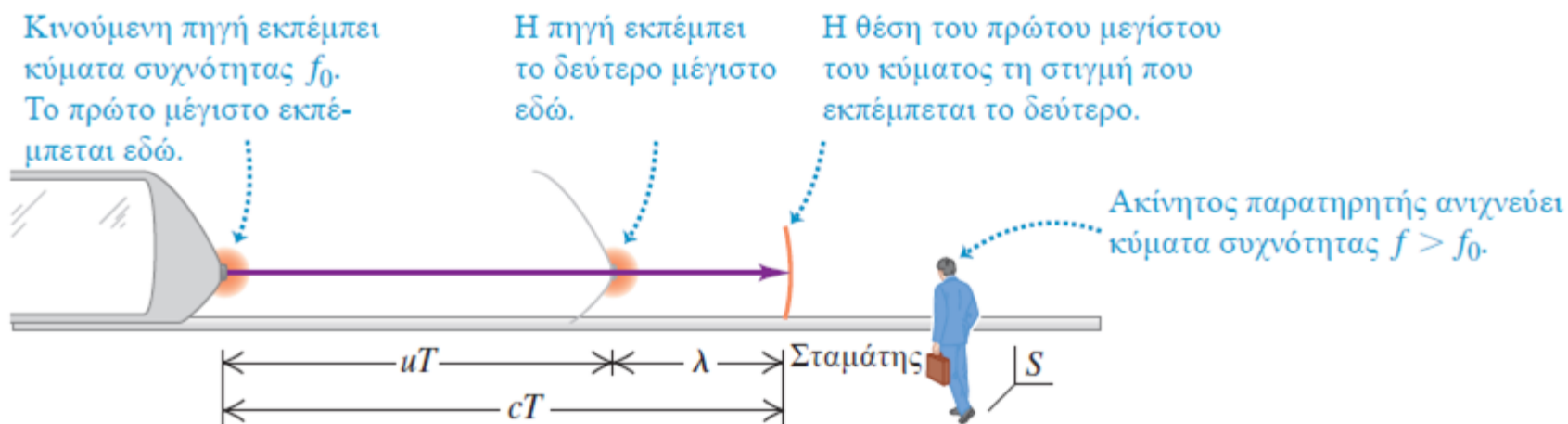
$$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + uv'_x/c^2} \quad (37.23)$$

Ταχύτητα του σώματος στο S (αριστερά)
Ταχύτητα του σώματος στο S' (δεξιά)
Ταχύτητα του S' ως προς το S στη θετική κατεύθυνση του κοινού άξονα $x-x'$ (δεξιά)
Ταχύτητα φωτός στο κενό (δεξιά)

ΤΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ DOPPLER ΓΙΑ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

Μια ακόμα σημαντική συνέπεια της Σχετικιστικής Κινηματικής είναι το φαινόμενο Doppler για τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα. Μια πηγή φωτός κινείται με σταθερή ταχύτητα u προς τον Σταμάτη, ο οποίος είναι ακίνητος σε ένα αδρανειακό σύστημα (Σχ. 37.17). Όπως μετριέται στο σύστημα ηρεμίας της, η πηγή εκπέμπει κύματα φωτός με συχνότητα f_0 και περίοδο $T_0 = 1/f_0$. Ποια είναι η συχνότητα f αυτών των κυμάτων που λαμβάνει ο Σταμάτης;

37.17 Το φαινόμενο Doppler για το φως. Μια πηγή φωτός κινούμενη με ταχύτητα u ως προς τον Σταμάτη εκπέμπει ένα μέγιστο του κύματος και, αφού μετακινηθεί κατά uT προς τον παρατηρητή, εκπέμπει το επόμενο μέγιστο. Στο σύστημα αναφοράς S του Σταμάτη το δεύτερο μέγιστο βρίσκεται σε απόσταση λ πίσω από το πρώτο.



Έστω T το χρονικό διάστημα ανάμεσα στις εκπομπές διαδοχικών μεγίστων του κύματος στο σύστημα αναφοράς του Σταμάτη. Σημειώστε ότι αυτό δεν είναι το διάστημα ανάμεσα στις αφίξεις δύο διαδοχικών μεγίστων στη θέση του Σταμάτη, **διότι τα μέγιστα εκπέμπονται από διαφορετικές θέσεις στο σύστημά του.**

Το φαινόμενο Doppler για ηλεκτρομαγνητικά κύματα

Κατά το χρονικό διάστημα T τα μέγιστα μπροστά από την πηγή μετατοπίζονται κατά cT και η πηγή μετατοπίζεται κατά τη μικρότερη απόσταση uT στην ίδια κατεύθυνση. Άρα, η απόσταση λ δύο διαδοχικών μεγίστων –δηλαδή το μήκος κύματος– είναι $\lambda = (c - u) T$, όπως μετριέται στο σύστημα του Σταμάτη. Η συχνότητα που αυτός μετράει είναι c/λ . Συνεπώς,

$$f = \frac{c}{(c - u)T} \quad (37.24)$$

Λόγω της διαστολής του χρόνου δεν είναι σχετικιστικά σωστό να εξισώσουμε το T με το T_0 . Ο χρόνος T_0 μετριέται στο σύστημα ηρεμίας της πηγής, οπότε είναι ο ιδιοχρόνος. Από την Εξ. (37.6), οι T_0 και T συσχετίζονται με την

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{cT_0}{\sqrt{c^2 - u^2}}$$

Πρέπει να αντικαταστήσουμε αυτήν την έκφραση για το $1/T$ στην Εξ. (37.24) για να βρούμε την f :

Φαινόμενο Doppler, ηλεκτρομαγνητικά κύματα, η πηγή πλησιάζει τον παρατηρητή:

Συχνότητα που μετράει ο παρατηρητής: f

Συχνότητα που μετριέται στο σύστημα ηρεμίας της πηγής: f_0

Ταχύτητα φωτός στο κενό: c

Ταχύτητα πηγής ως προς τον παρατηρητή: u

$$f = \sqrt{\frac{c + u}{c - u}} f_0 \quad (37.25)$$

Όταν η πηγή **απομακρύνεται** από τον παρατηρητή, αλλάζουμε το πρόσημο της u στην Εξ. (37.25) και παίρνουμε

$$f = \sqrt{\frac{c - u}{c + u}} f_0 \quad (\text{φαινόμενο Doppler, ηλεκτρομαγνητικά κύματα, πηγή απομακρυνόμενη από τον παρατηρητή}) \quad (37.26)$$

37.18 Αυτό το φορητό ραντάρ εκπέμπει μια δέσμη ραδιοκυμάτων συχνότητας f_0 , η οποία στο σύστημα αναφοράς ενός αυτοκινήτου που πλησιάζει έχει μεγαλύτερη συχνότητα f , που δίνεται από την Εξ. (37.25). Η ανακλώμενη δέσμη επίσης έχει συχνότητα f στο σύστημα του αυτοκινήτου, αλλά έχει μια ακόμα υψηλότερη συχνότητα f' στο σύστημα αναφοράς του αστυνομικού. Το ραντάρ υπολογίζει την ταχύτητα του αυτοκινήτου συγκρίνοντας τις συχνότητες της εκπεμπόμενης και της διπλά μετατοπισμένης κατά Doppler ανακλώμενης δέσμης.



ΣΧΕΤΙΚΙΣΤΙΚΗ ΟΡΜΗ

Οι νόμοι της κίνησης του Νεύτωνα έχουν την ίδια μορφή σε όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς. Όταν χρησιμοποιούμε μετασχηματισμούς για να μεταβούμε από ένα αδρανειακό σύστημα σε άλλο, οι νόμοι αυτοί πρέπει να είναι **αναλλοίωτοι** (αμετάβλητοι στη μορφή).

Η αρχή της σχετικότητας μας υποχρεώνει να αντικαταστήσουμε τους μετασχηματισμούς Γαλιλαίου με τους γενικότερους μετασχηματισμούς Lorentz. Αυτό συνεπάγεται αντίστοιχες γενικεύσεις στους νόμους της κίνησης και στους ορισμούς της ορμής και της ενέργειας.

Η διατήρηση της ορμής είναι ένας έγκυρος φυσικός νόμος, θα πρέπει να ισχύει σε όλα τα αδρανειακά συστήματα αναφοράς.

Ας υποθέσουμε ότι μελετάμε μια κρούση σε κάποιο αδρανειακό σύστημα αναφοράς S και βρίσκουμε ότι η ορμή διατηρείται. Στη συνέχεια χρησιμοποιούμε τον μετασχηματισμό Lorentz για να υπολογίσουμε τις αρχικές και τελικές ταχύτητες σε ένα δεύτερο αδρανειακό σύστημα S' και βρίσκουμε ότι, αν χρησιμοποιήσουμε τον νευτώνειο ορισμό της ορμής ($\mathbf{p} = m\mathbf{u}$), η ορμή δεν διατηρείται στο δεύτερο σύστημα! Τότε, ο μόνος τρόπος να κάνουμε τον νόμο διατήρησης της ορμής συμβατό με τη σχετικότητα είναι να γενικεύσουμε τον ορισμό της ορμής.

Υποθέστε ότι μετράμε τη μάζα m ενός σωματιδίου ακίνητου ως προς εμάς: συχνά καλούμε το m **μάζα ηρεμίας**.

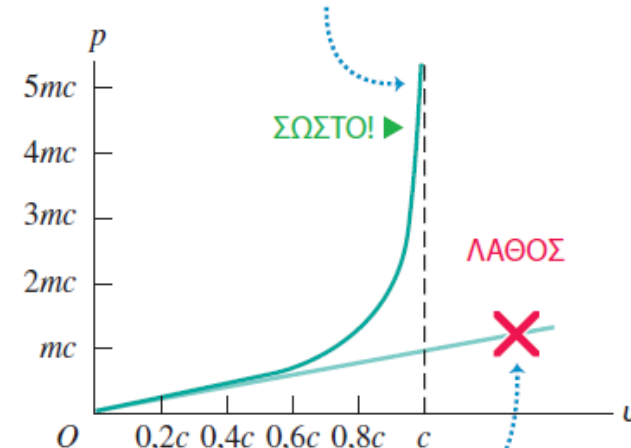
Θα χρησιμοποιούμε τον όρο υλικό σωματίδιο για ένα σωματίδιο που έχει μη μηδενική μάζα ηρεμίας. Όταν ένα τέτοιο σωματίδιο έχει ταχύτητα $\mathbf{u}$, η σχετικιστική ορμή του $\mathbf{p}$ βρίσκεται ότι πρέπει να οριστεί ως:

$$\text{Σχετικιστική ορμή} \rightarrow \mathbf{p} = \frac{\text{Μάζα ηρεμίας σωματιδίου} \cdot \text{Ταχύτητα του σωματιδίου}}{\sqrt{1 - \frac{\text{Μέτρο της ταχύτητας του σωματιδίου}^2}{\text{Ταχύτητα φωτός στο κενό}^2}}} \quad (37.27)$$

Όταν το μέτρο της ταχύτητας u είναι πολύ μικρότερο από c , αυτή είναι κατά προσέγγιση ίση με τη νευτώνεια έκφραση $\mathbf{p} = m\mathbf{u}$, αλλά γενικά το μέτρο της ορμής είναι μεγαλύτερο από mu (Σχ. 37.20). Σημειώστε μάλιστα ότι, καθώς το u τείνει προς το c , η ορμή τείνει προς το άπειρο.

37.20 Γράφημα του μέτρου της ορμής ενός σωματιδίου με μάζα ηρεμίας m συναρτήσει της ταχύτητάς του u . Στο σχήμα φαίνεται και η νευτώνεια πρόβλεψη που δίνει σωστά αποτελέσματα μόνο για ταχύτητες πολύ μικρότερες από c .

Η σχετικιστική κινητική ενέργεια απειρίζεται καθώς η u τείνει στη c .



Η Νευτώνεια Μηχανική λανθασμένα προβλέπει ότι η κινητική ενέργεια γίνεται άπειρη μόνο όταν η u απειρίζεται.

Σχετικότητα, ο Δεύτερος Νόμος του Νεύτωνα και η Σχετικιστική Μάζα

Στη Νευτώνεια Μηχανική η πιο γενική μορφή του δεύτερου νόμου είναι

$$F = \frac{dp}{dt} \quad (37.28)$$

Τα πειράματα δείχνουν ότι αυτό ισχύει και στη Σχετικιστική Μηχανική, υπό την προϋπόθεση ότι χρησιμοποιούμε τη σχετικιστική ορμή που δίνεται από την Εξ. (37.27).

$$F = \frac{d}{dt} \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (37.29)$$

Εφόσον η ορμή δεν είναι πλέον ευθέως ανάλογη της ταχύτητας, ο ρυθμός μεταβολής της ορμής δεν είναι πλέον ευθέως ανάλογος της επιτάχυνσης. Αυτό συνεπάγεται ότι **σταθερή δύναμη δεν προκαλεί σταθερή επιτάχυνση**.

$$F = \frac{m}{(1 - v^2/c^2)^{3/2}} a \quad (F \text{ και } v \text{ κατά μήκος της ίδιας ευθείας}) \quad (37.30)$$

όπου a είναι η επιτάχυνση, επίσης κατά μήκος του άξονα των x .

Η Εξ. (37.27) για τη σχετικιστική ορμή ερμηνεύεται μερικές φορές να σημαίνει ότι ένα γρήγορα κινούμενο σωματίδιο υφίσταται αύξηση της μάζας του. Συγκεκριμένα, αν η μάζα για μηδέν ταχύτητα (η μάζα ηρεμίας) συμβολίζεται με m , τότε η «σχετικιστική μάζα» m_{rel} είναι:
Ωστόσο, αν την εφαρμόσουμε τυφλά, η έννοια της σχετικιστικής μάζας έχει τις παγίδες της.

$$m_{rel} = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Καθώς η ταχύτητα ενός σωματιδίου αυξάνεται, η επιτάχυνση που οφείλεται σε μια δεδομένη δύναμη συνεχώς ελαττώνεται (Εξ 37.30). Καθώς η ταχύτητα πλησιάζει τη c , η επιτάχυνση τείνει στο μηδέν, ανεξάρτητα από το μέγεθος της ασκούμενης δύναμης. Έτσι, **είναι αδύνατο να επιταχύνουμε ένα σωματίο με μη μηδενική μάζα ηρεμίας σε ταχύτητα ίση με ή μεγαλύτερη από τη c** .

Σχετικότητα, ο Δεύτερος Νόμος του Νεύτωνα και η Σχετικιστική Μάζα

Η ποσότητα $1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ στις Εξ. (37.27) και (37.29) είναι ο παράγοντας Lorentz γ από την Εξ. (37.7), αλλά με μια διαφορά: Έχουμε αντικαταστήσει τη u , τη σχετική ταχύτητα δύο συστημάτων συντεταγμένων, με τη v , την ταχύτητα ενός σωματιδίου σε ένα συγκεκριμένο σύστημα αναφοράς – δηλαδή την ταχύτητα του **συστήματος ηρεμίας** του σωματιδίου ως προς εκείνο το σύστημα. Χρησιμοποιώντας το γ , οι Εξ. (37.27) και (37.30) γράφονται

$$\text{Σχετικιστική ορμή} \quad \vec{p} = \gamma m \vec{v} \quad \text{Παράγοντας Lorentz που συνδέει το σύστημα ηρεμίας του σωματιδίου με το σύστημα του παρατηρητή} \quad (37.31)$$

Μάζα ηρεμίας σωματιδίου Ταχύτητα σωματιδίου

$$F = \gamma^3 m a \quad (F \text{ και } v \text{ κατά μήκος της ίδιας ευθείας}) \quad (37.32)$$

Στο μεγαλύτερο τμήμα της διαδρομής του σε *κυκλικούς* επιταχυντές το σωματίδιο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με ταχύτητα σταθερού μέτρου v . Τότε, η ολική δύναμη και η ταχύτητα είναι κάθετες μεταξύ τους, οπότε η δύναμη δεν προσφέρει έργο στο σωματίδιο.

Στην περίπτωση αυτή ο παρονομαστής στην Εξ. (37.29) είναι σταθερός και παίρνουμε

$$F = \frac{m}{(1 - v^2/c^2)^{1/2}} a = \gamma m a \quad (F \text{ και } v \text{ κάθετα μεταξύ τους}) \quad (37.33)$$

Τι ισχύει στη γενική περίπτωση στην οποία οι F και v ούτε κείνται κατά μήκος της ίδιας ευθείας ούτε είναι κάθετες μεταξύ τους;

Εκτός εάν η συνισταμένη δύναμη σε σχετικιστικό σωματίδιο δρα είτε κατά μήκος της ίδιας ευθείας με την ταχύτητα του σωματιδίου είτε κάθετα σε αυτήν, η συνισταμένη δύναμη και η επιτάχυνση δεν είναι παράλληλες.

ΣΧΕΤΙΚΙΣΤΙΚΑ ΕΡΓΟ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Σχετικιστική Κινητική Ενέργεια

Όταν η συνισταμένη δύναμη και η μετατόπιση είναι στην ίδια κατεύθυνση, το έργο που παράγεται από τη δύναμη είναι

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F dx = \int_{x_1}^{x_2} \frac{ma dx}{(1 - v_x^2/c^2)^{3/2}} \quad (37.34)$$

Η κινητική ενέργεια ενός σωματιδίου ισούται με το συνολικό έργο που προσφέρεται σε αυτό για να αλλάξει η κινητική του κατάσταση από την ηρεμία σε ταχύτητα u : $K = W$.

Επειδή $u_x = dx/dt$ και $a = du_x/dt$,

$$K = W = \int_0^u \frac{mv_x du_x}{(1 - v_x^2/c^2)^{3/2}} \quad (37.35)$$

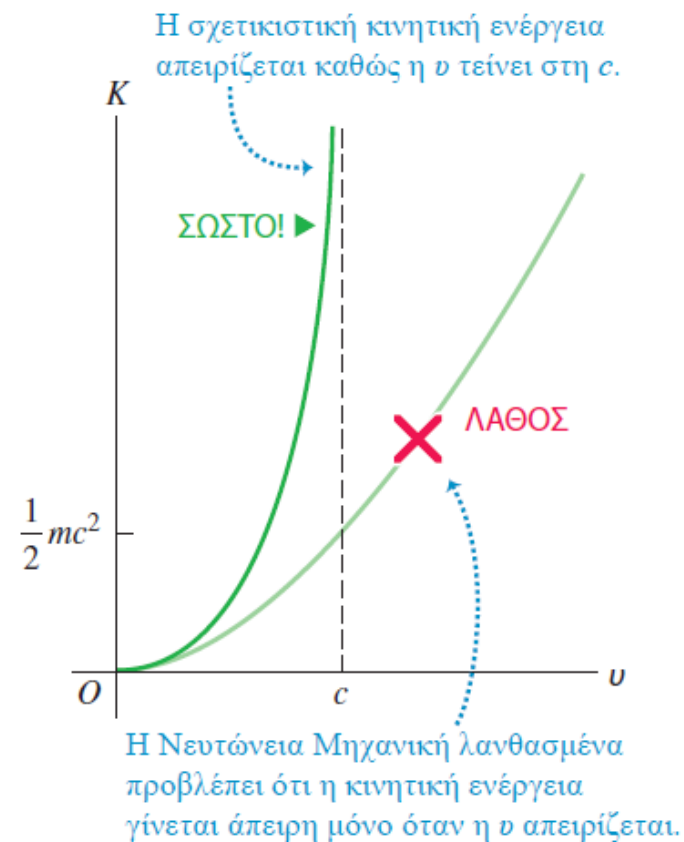
$$K = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - mc^2 = (\gamma - 1)mc^2 \quad (37.36)$$

Σχετικιστική κινητική ενέργεια $\rightarrow K$
 Μάζα ηρεμίας σωματιδίου $\rightarrow mc^2$
 Ταχύτητα φωτός στο κενό $\rightarrow c$
 Ταχύτητα σωματιδίου $\rightarrow v$
 Παράγοντας Lorentz που συσχετίζει το σύστημα ηρεμίας του σωματιδίου με το σύστημα του παρατηρητή. $\rightarrow \gamma$

Καθώς η u πλησιάζει τη c , η κινητική ενέργεια τείνει στο άπειρο. Εάν η Εξ. (37.36) είναι σωστή, θα πρέπει επίσης να τείνει στη νευτώνεια έκφραση $K = \frac{1}{2}mv^2$ όταν η u είναι πολύ μικρότερη από τη c (Σχ. 37.21). Για να το επαληθεύσουμε αυτό, αναπτύσσουμε την τετραγωνική ρίζα.

$$K = \left(1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{v^4}{c^4} + \dots - 1 \right) mc^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{3}{8} \frac{mv^4}{c^2} + \dots \quad (37.37)$$

37.21 Γράφημα της κινητικής ενέργειας ενός σωματιδίου μάζας ηρεμίας m συναρτήσει της ταχύτητας v . Σχεδιάζεται επίσης και η νευτώνεια πρόβλεψη που δίνει σωστά αποτελέσματα μόνο για ταχύτητες πολύ μικρότερες της c .



Ενέργεια Ηρεμίας και $E = mc^2$

Η Εξ. (37.36) για την κινητική ενέργεια ενός κινούμενου σωματιδίου περιέχει τον όρο $mc^2/\sqrt{1 - v^2/c^2}$, που εξαρτάται από την κίνηση, και έναν δεύτερο όρο mc^2 , που είναι ανεξάρτητος από την κίνηση. Φαίνεται ότι η κινητική ενέργεια ενός σωματιδίου είναι η διαφορά μιας **ολικής ενέργειας** E και μιας ενέργειας mc^2 , που έχει το σωματίο ακόμα και όταν είναι ακίνητο.

$$\text{Ολική ενέργεια σωματιδίου} \rightarrow E = K + mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma mc^2 \quad (37.38)$$

Κινητική ενέργεια
Ενέργεια ηρεμίας
Μάζα ηρεμίας
Ταχύτητα φωτός στο κενό
Ταχύτητα σωματιδίου
Παράγοντας Lorentz που συσχετίζει το σύστημα ηρεμίας του σωματιδίου με το σύστημα του παρατηρητή.

Για ένα ακίνητο σωματίδιο ($K = 0$), παίρνουμε $E = mc^2$. Η ενέργεια mc^2 , που σχετίζεται με τη μάζα ηρεμίας m και όχι με την κίνηση, ονομάζεται **ενέργεια ηρεμίας** του σωματιδίου. Υπάρχει πληθώρα πειραμάτων που επιβεβαιώνουν ότι η ενέργεια ηρεμίας πραγματικά υπάρχει.

Ιστορικά, οι αρχές διατήρησης της μάζας και της ενέργειας αναπτύχθηκαν ανεξάρτητα. Η Θεωρία της Σχετικότητας δείχνει ότι στην πραγματικότητα αυτές είναι δύο ειδικές περιπτώσεις μιας ευρύτερης αρχής διατήρησης, της αρχής διατήρησης μάζας και ενέργειας.

Ο γενικότερος αυτός νόμος διατήρησης μάζας - ενέργειας είναι η θεμελιώδης αρχή στην οποία βασίζεται η παραγωγή ισχύος μέσω πυρηνικών αντιδράσεων.

Μπορούμε επίσης να συσχετίσουμε την ολική ενέργεια E ενός σωματιδίου (κινητική ενέργεια συν ενέργεια ηρεμίας) κατευθείαν με την ορμή του, και να βρούμε.

$$\text{Ολική ενέργεια, ενέργεια ηρεμίας και ορμή} \rightarrow E^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2 \quad (37.39)$$

Ενέργεια ηρεμίας
Μέτρο της ορμής
Μάζα ηρεμίας
Ταχύτητα φωτός στο κενό

Βλέπουμε ξανά ότι για ένα ακίνητο σωματίδιο ($p = 0$), $E = mc^2$. Η Εξ. (37.39) υποδεικνύει επίσης ότι ένα σωματίδιο μπορεί να έχει ενέργεια και ορμή ακόμα και όταν δεν έχει μάζα ηρεμίας. Σε μια τέτοια περίπτωση, $m = 0$ και

$$E = pc \quad (\text{μηδενική μάζα ηρεμίας}) \quad (37.40)$$

Σωματίδια με μηδενική μάζα ηρεμίας πράγματι υπάρχουν. Τέτοια σωματίδια ταξιδεύουν πάντα με την ταχύτητα του φωτός στο κενό. Ένα παράδειγμα είναι το φωτόνιο, το κβάντο της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας.

Εφαρμογή Παρακολουθώντας τη Μετατροπή Μάζας σε Ενέργεια Παρόλο που το κέντρο ελέγχου ενός πυρηνικού εργοστασίου παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας είναι πολύ περίπλοκο, η φυσική αρχή στην οποία βασίζεται η λειτουργία του είναι απλή: Μέρος της ενέργειας ηρεμίας ατομικών πυρήνων μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια, η οποία εν συνεχεία χρησιμοποιείται για να παραχθεί ατμός, που θέτει σε κίνηση τις γεννήτριες ηλεκτρικής ενέργειας.



ΝΕΥΤΩΝΕΙΑ ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΚΑΙ ΣΧΕΤΙΚΟΤΗΤΑ

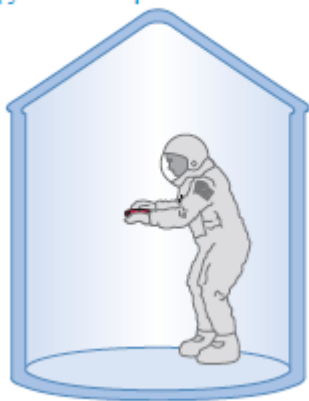
Οι νόμοι της Νευτώνειας Μηχανικής δεν είναι λάθος· είναι ελλιπείς. Αποτελούν μια οριακή περίπτωση της Σχετικιστικής Μηχανικής. Είναι προσεγγιστικά σωστοί όταν όλες οι ταχύτητες είναι μικρές σε σύγκριση με το c και γίνονται εντελώς σωστοί στο όριο που όλες οι ταχύτητες προσεγγίζουν το μηδέν. Επομένως, η σχετικότητα δεν καταστρέφει τους νόμους της Νευτώνειας Μηχανικής, αλλά τους γενικεύει. Αυτό συμβαίνει συχνά στην εξέλιξη των φυσικών θεωριών. Όποτε μια νέα θεωρία βρίσκεται σε μερική σύγκρουση με μια αρχαιότερη, καθιερωμένη θεωρία, θα πρέπει η νέα να συμφωνεί στις προβλέψεις της με την παλαιά σε περιοχές όπου η παλαιά θεωρία υποστηρίζεται από το πείραμα. Κάθε νέα θεωρία θα πρέπει να περάσει αυτό το κριτήριο, που ονομάζεται **αρχή της αντιστοιχίας**.

Η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

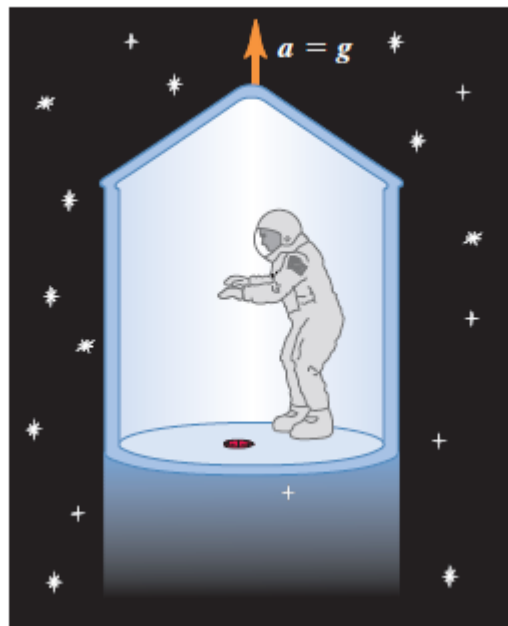
Μπορεί άραγε να επεκταθεί η αρχή της σχετικότητας και σε μη αδρανειακά συστήματα;

37.23 Χωρίς πληροφορία από το εξωτερικό του διαστημόπλοιου, η αστροναύτισσα δεν μπορεί να ξεχωρίσει την κατάσταση (b) από την κατάσταση (c).

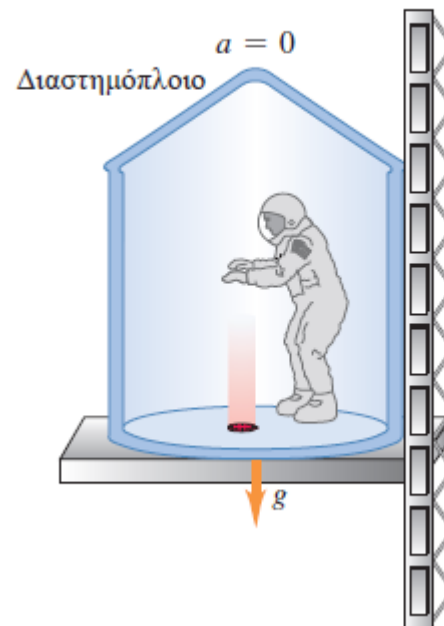
(a) Η αστροναύτισσα είναι έτοιμη να αφήσει το ρολόι της να πέσει μέσα σε ένα διαστημόπλοιο.



(b) Σε χώρο χωρίς βαρύτητα το πάτωμα επιταχύνεται προς τα πάνω με $a = g$ και χτυπάει το ρολόι.



(c) Στην επιφάνεια της Γης το ρολόι επιταχύνεται προς τα κάτω με $a = g$ και χτυπάει στο πάτωμα.

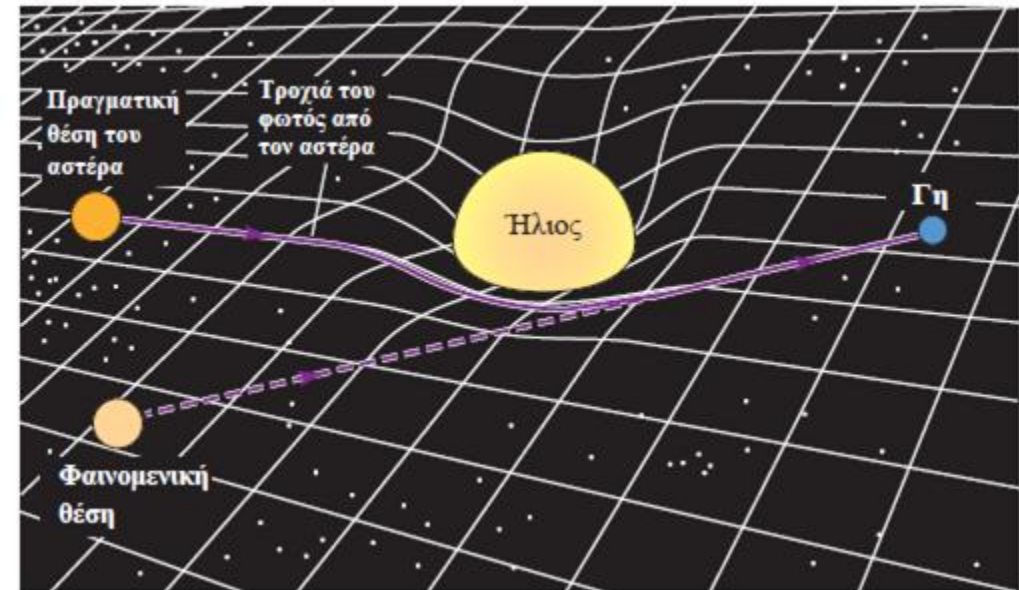


Η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Τέτοιες σκέψεις και νοητικά πειράματα αποτελούν τη βάση της **Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας** του Αϊνστάιν. Αν δεν μπορούμε να διακρίνουμε πειραματικά ένα ομογενές βαρυτικό πεδίο σε κάποια περιοχή από ένα επιταχυνόμενο σύστημα αναφοράς, τότε δεν μπορεί να υπάρχει πραγματική διαφορά μεταξύ των δύο. Συνεχίζοντας με βάση αυτήν την αρχή, μπορούμε να προσπαθήσουμε να αναπαραστήσουμε κάθε βαρυτικό πεδίο με τα ειδικά χαρακτηριστικά του συστήματος συντεταγμένων.

Στη Γενική Θεωρία της Σχετικότητας οι γεωμετρικές ιδιότητες του χώρου επηρεάζονται από την παρουσία ύλης (Σχ. 37.24).

37.24 Μια δισδιάστατη αναπαράσταση καμπύλου χώρου. Φανταζόμαστε τον χώρο (ένα επίπεδο) να είναι παραμορφωμένος, όπως φαίνεται εδώ, από την παρουσία ενός σώματος με μάζα (τον Ήλιο). Φως από ένα μακρινό αστέρι (συνεχής γραμμή) ακολουθεί την παραμορφωμένη επιφάνεια στον δρόμο του προς τη Γη. Η διακεκομμένη γραμμή δείχνει την κατεύθυνση από την οποία φαίνεται να έρχεται το φως. Το φαινόμενο απεικονίζεται εδώ σε τεράστια μεγέθυνση· η μέγιστη καμπύλωση της τροχιάς του φωτός από τον Ήλιο είναι μόλις $0,00048^\circ$.



Η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας

Η Γενική Θεωρία της Σχετικότητας έχει περάσει με επιτυχία πολλά πειραματικά τεστ, ανάμεσα στα οποία και τρία που πρότεινε ο Αϊνστάιν.

Ένα από αυτά έχει να κάνει με την κατανόηση της περιστροφής των αξόνων της ελλειπτικής τροχιάς του πλανήτη Ερμή, την καλούμενη μετάπτωση του περιηλίου. (Το περιήλιο είναι το σημείο πλησιέστερης προσέγγισης του πλανήτη στον Ήλιο.)

Ένα δεύτερο τεστ αφορά τη φαινομενική καμπύλωση των ακτίνων του φωτός από μακρινούς αστέρες όταν περνάνε κοντά στον Ήλιο (Σχ. 37.24).

Το τρίτο τεστ σχετίζεται με τη βαρυτική μετατόπιση προς το ερυθρό, την αύξηση του μήκους κύματος φωτός που απομακρύνεται από μια πηγή με μάζα.

Κάποιες λεπτομέρειες της Γενικής Θεωρίας είναι πιο δύσκολο να ελεγχθούν, αλλά αυτή η θεωρία έχει ήδη διαδραματίσει κεντρικό ρόλο στην έρευνα για τη δημιουργία και την εξέλιξη των αστερων, τη φυσική των μελανών οπών και τη χρονική εξέλιξη του σύμπαντος.

Η θεωρία παίζει σημαντικό ρόλο στο Παγκόσμιο Σύστημα Εντοπισμού Θέσης (Global Positioning System, GPS), που σας δίνει τη δυνατότητα να προσδιορίζετε τη θέση σας στην επιφάνεια της Γης με ακρίβεια μερικών μέτρων, χρησιμοποιώντας έναν δέκτη χειρός (Σχ. 37.25). Οι διορθώσεις που οφείλονται στη σχετικότητα είναι μικρές –μικρότερες από 1 μέρος στα 10^9 – αλλά είναι κρίσιμες για να επιτύχουμε την εξαιρετική ακρίβεια του συστήματος GPS.

37.25 Ένας δέκτης GPS χρησιμοποιεί ραδιοκύματα από περιφερόμενους δορυφόρους GPS για τον προσδιορισμό της θέσης του. Για να ληφθεί υπόψη η επίδραση της σχετικότητας, ο δέκτης πρέπει να ρυθμιστεί σε μια ελαφρά υψηλότερη συχνότητα (10,23 MHz) από αυτήν που εκπέμπουν οι δορυφόροι (10,22999999543 MHz).

