

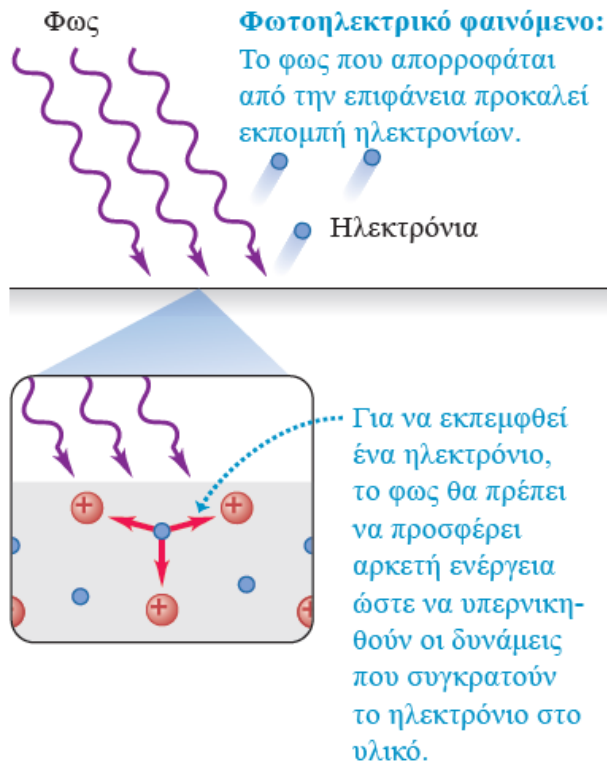
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 38

ΦΩΤΟΝΙΑ : ΚΥΜΑΤΑ ΦΩΤΟΣ ΠΟΥ ΣΥΜΠΕΡΙΦΕΡΟΝΤΑΙ ΩΣ ΣΩΜΑΤΙΔΙΑ

ΦΩΣ ΠΟΥ ΑΠΟΡΡΟΦΑΤΑΙ ΩΣ ΦΩΤΟΝΙΑ: ΤΟ ΦΩΤΟΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ

Οι Μάξγουελ (1865), Χερτς (1867) και άλλοι εδραίωσαν ακλόνητα το γεγονός ότι το φως είναι ηλεκτρομαγνητικό κύμα. Η συμβολή, η περίθλαση και η πόλωση, καταδεικνύουν περαιτέρω την **κυματική φύση** του φωτός.

38.1 Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο.



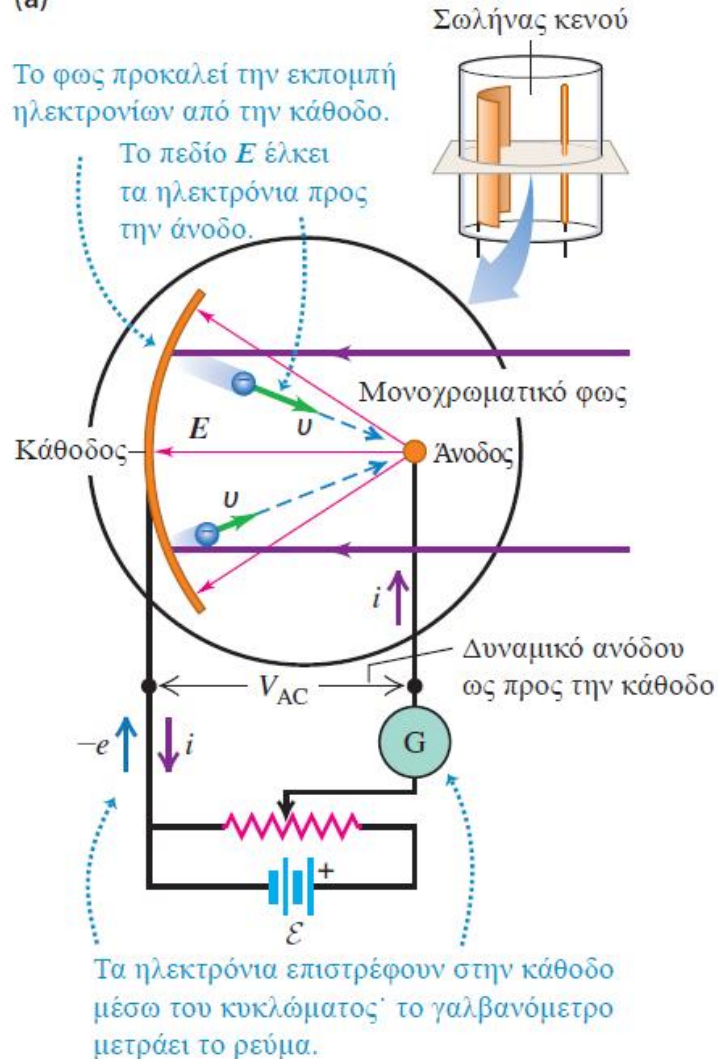
Όταν όμως εξετάζουμε με περισσότερη προσοχή την εκπομπή, την απορρόφηση και τη σκέδαση της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, ανακαλύπτουμε μια εντελώς διαφορετική όψη της φύσης του φωτός. Βρίσκουμε ότι η ενέργεια ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι **κβαντωμένη**: εκπέμπεται και απορροφάται σε πακέτα σωματιδιακού τύπου, καθορισμένης ενέργειας, τα οποία ονομάζονται **φωτόνια**. Η ενέργεια ενός φωτονίου είναι ανάλογη της συχνότητας της ακτινοβολίας.

Ένα φαινόμενο που προσφέρει πληροφορίες για τη φύση του φωτός είναι το **φωτοηλεκτρικό φαινόμενο**, κατά το οποίο ηλεκτρόνια εκπέμπονται από την επιφάνεια ενός υλικού όταν φωτίζεται (Σχ. 38.1). Για να διαφύγει από την επιφάνεια, ένα ηλεκτρόνιο πρέπει να απορροφήσει αρκετή ενέργεια από το προσπίπτον φως ώστε να υπερνικήσει την έλξη των θετικών ιόντων του υλικού.

Συνέχεια περιγραφής του φωτοηλεκτρικού φαινομένου I

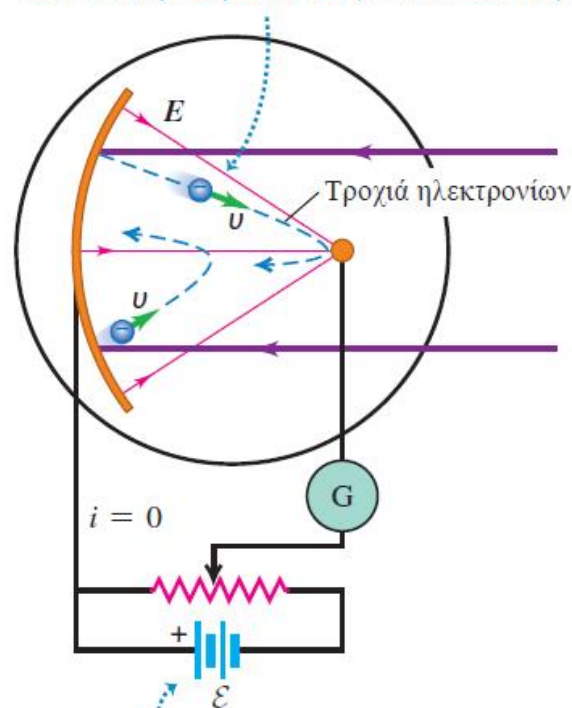
38.3 Ένα πείραμα το οποίο ελέγχει κατά πόσο το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο συνάδει με το κυματικό μοντέλο του φωτός.

(a)



(b)

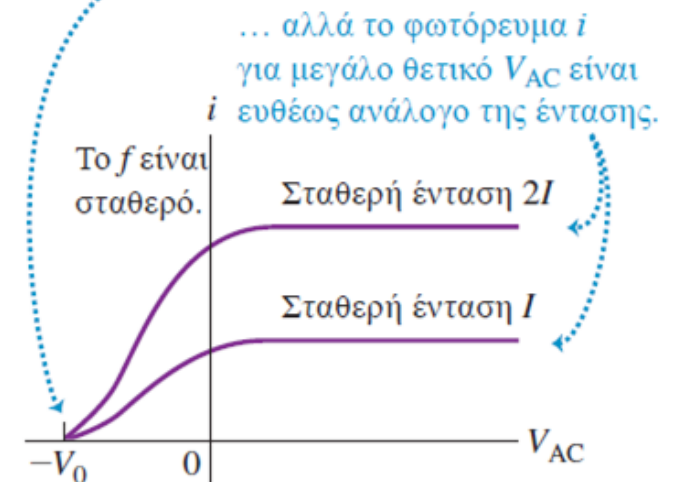
Τώρα αναστρέφουμε το ηλεκτρικό πεδίο έτσι ώστε αυτό να τείνει να απωθεί τα ηλεκτρόνια από την άνοδο. Πάνω από μια ορισμένη ένταση πεδίου τα ηλεκτρόνια δεν φθάνουν πια στην άνοδο.



Το δυναμικό αποκοπής, στο οποίο διακόπτεται το ρεύμα, έχει απόλυτη τιμή V_0 .

38.4 Το φωτόρευμα i για συχνότητα φωτός f ως συνάρτηση του δυναμικού V_{AC} της ανόδου ως προς την κάθοδο.

Το δυναμικό αποκοπής V_0 είναι ανεξάρτητο της έντασης του φωτός...



Συνέχεια περιγραφής του φωτοηλεκτρικού φαινομένου II

Δύο αγωγίμα ηλεκτρόδια περικλείονται σε γυάλινο σωλήνα, στο εσωτερικό του οποίου υπάρχει κενό, συνδέονται με μπαταρία και η κάθοδος φωτίζεται. Ανάλογα με τη διαφορά δυναμικού V_{AC} ανάμεσα στα δύο ηλεκτρόδια, ηλεκτρόνια που εκπέμπονται από τη φωτιζόμενη κάθοδο (επονομαζόμενα *φωτοηλεκτρόνια*) μπορούν να ταξιδέψουν στην απέναντι άνοδο, παράγοντας *φωτόρρευμα* στο εξωτερικό κύκλωμα. (Ο σωλήνας βρίσκεται σε κενό, πίεσης 0,01 Pa ή μικρότερης, έτσι ώστε να ελαχιστοποιηθούν οι συγκρούσεις ανάμεσα στα ηλεκτρόνια και τα μόρια του αερίου.)

Αντιστρέφοντας το πεδίο και ρυθμίζοντας την έντασή του, όπως στο Σχ. 38.3b, μπορούμε να εμποδίσουμε τα ηλεκτρόνια με τις μικρότερες ενέργειες να φθάσουν στην άνοδο. Μάλιστα, μπορούμε να προσδιορίσουμε τη *μέγιστη* κινητική ενέργεια $K_{\max}$ των εκπεμπόμενων ηλεκτρονίων, καθιστώντας το δυναμικό της ανόδου ως προς την κάθοδο, V_{AC} , αρκετά αρνητικό ώστε να σταματήσει το ρεύμα. Αυτό συμβαίνει όταν $V_{AC} = -V_0$, όπου το V_0 ονομάζεται **δυναμικό αποκοπής**.

Χρησιμοποιώντας το θεώρημα έργου-ενέργειας έχουμε

$$\begin{aligned} W_{\text{tot}} &= -eV_0 = \Delta K = 0 - K_{\max} && \text{(μέγιστη κινητική ενέργεια} \\ K_{\max} &= \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = eV_0 && \text{φωτοηλεκτρονίων)} \end{aligned} \quad (38.1)$$

Συνέχεια περιγραφής του φωτοηλεκτρικού φαινομένου III

Βασισμένοι στην εικόνα του Μάξγουελ για το φως ως ηλεκτρομαγνητικό κύμα, να τι θα προβλέπαμε:

Πρόβλεψη Κυματικού Μοντέλου 1: Είδαμε στο Κεφ. 32 ότι η ένταση ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος εξαρτάται από το πλάτος του, αλλά όχι από τη συχνότητά του. Επομένως, το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο θα πρέπει να λαμβάνει χώρα για φως οποιασδήποτε συχνότητας και η ένταση του φωτορεύματος δεν πρέπει να εξαρτάται από τη συχνότητα του φωτός.

Πρόβλεψη Κυματικού Μοντέλου 2: Απαιτείται ένα συγκεκριμένο ποσό ενέργειας, που ονομάζεται **έργο εξαγωγής**, για να αποσπαστεί ένα ηλεκτρόνιο από μια συγκεκριμένη επιφάνεια (δείτε Σχ. 38.1). για αμυδρό φωτισμό αναμένουμε μια χρονική υστέρηση ανάμεσα στο άναμμα του φωτός και στην εμφάνιση του φωτοηλεκτρικού φαινομένου.

Πρόβλεψη Κυματικού Μοντέλου 3: Αναμένουμε την αύξηση του δυναμικού αποκοπής με την αύξηση της έντασης του φωτός και ότι το δυναμικό αποκοπής δεν θα πρέπει να εξαρτάται από τη συχνότητα του φωτός.

Τα πειραματικά αποτελέσματα αποδείχθηκαν πολύ διαφορετικά από αυτές τις προβλέψεις. Να τι διαπιστώθηκε τα χρόνια μεταξύ 1877 και 1905:

Πειραματικό Αποτέλεσμα 1: Το φωτόρευμα εξαρτάται από τη συχνότητα του φωτός. Για δεδομένο υλικό, μονοχρωματικό φως με συχνότητα μικρότερη της **συχνότητας κατωφλίου** δεν παράγει φωτόρευμα, ανεξαρτήτως της έντασης.

Πειραματικό Αποτέλεσμα 2: Δεν υπάρχει μετρήσιμη χρονική καθυστέρηση μεταξύ της στιγμής που ανάβει το φως και της στιγμής που η κάθοδος εκπέμπει φωτοηλεκτρόνια (υποθέτοντας ότι η συχνότητα του φωτός υπερβαίνει τη συχνότητα κατωφλίου).

Πειραματικό Αποτέλεσμα 3: Το δυναμικό αποκοπής δεν εξαρτάται από την ένταση, αλλά εξαρτάται από τη συχνότητα.

Αυτά τα αποτελέσματα έρχονται σε ευθεία αντίθεση με την περιγραφή του φωτός ως ηλεκτρομαγνητικού κύματος από τον Μάξγουελ.

Η Φωτονική Ερμηνεία του Αϊνστάιν I

Ο Αϊνστάιν (1905) εισήγαγε τη ριζοσπαστική υπόθεση ότι μια δέσμη φωτός αποτελείται από μικρά πακέτα ενέργειας που ονομάζονται **φωτόνια** ή **κβάντα**. Αυτή η πρόταση ήταν επέκταση μιας ιδέας που είχε αναπτυχθεί πέντε χρόνια νωρίτερα από τον Max Planck (Μαξ Πλανκ) για να εξηγήσει τις ιδιότητες της ακτινοβολίας του μέλανος σώματος.

Στην εικόνα του Αϊνστάιν, η ενέργεια E ενός μεμονωμένου φωτονίου είναι ίση με μια σταθερά επί τη συχνότητά του f .

Από τη σχέση $f = c/\lambda$ για ηλεκτρομαγνητικά κύματα στο κενό, έχουμε

$$\begin{array}{c} \text{Ενέργεια φωτονίου} \rightarrow E = hf = \frac{hc}{\lambda} \quad (38.2) \\ \begin{array}{l} \text{Σταθερά του Planck} \rightarrow h \\ \text{Ταχύτητα του φωτός στο κενό} \rightarrow c \\ \text{Συχνότητα} \rightarrow f \\ \text{Μήκος κύματος} \rightarrow \lambda \end{array} \end{array}$$

* Σ.τ.Μ.: Δείτε το Παράρτημα Α για τους νέους ορισμούς των παγκόσμιων σταθερών και των θεμελιωδών μονάδων στο σύστημα SI.

Η **σταθερά του Planck**, h , είναι μια παγκόσμια σταθερά. Η αριθμητική της

τιμή, με τη σημείωση $\hbar = 6,626\,069\,57(29) \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

ΠΡΟΣΟΧΗ Τα φωτόνια δεν είναι «σωματίδια» με τη συνηθισμένη έννοια. Είναι σύνηθες, αλλά ανακριβές, να θεωρούμε τα φωτόνια ως μικροσκοπικές μπάλες μπιλιάρδου. Οι μπάλες του μπιλιάρδου έχουν μάζα ηρεμίας και κινούνται με ταχύτητα μικρότερη της ταχύτητας του φωτός, ενώ τα φωτόνια κινούνται με την ταχύτητα του φωτός c και έχουν μηδενική μάζα ηρεμίας. Επιπροσθέτως, τα φωτόνια έχουν κυματικές ιδιότητες συχνότητα και μήκος κύματος) οι οποίες είναι εύκολο να παρατηρηθούν. Η έννοια του φωτονίου είναι πολύ παράδοξη και η πραγματική φύση των φωτονίων είναι δύσκολο να απεικονιστεί με απλό τρόπο. |

Στην εικόνα του Αϊνστάιν, ένα μεμονωμένο φωτόνιο που φθάνει στην επιφάνεια στο Σχ. 38.1a ή 38.2 απορροφάται από ένα μόνο ηλεκτρόνιο. Αυτή η μεταφορά ενέργειας είναι μια διαδικασία «όλα ή τίποτα», σε αντίθεση με τη συνεχή μεταφορά ενέργειας της κυματικής θεωρίας του φωτός: το ηλεκτρόνιο είτε θα πάρει όλη την ενέργεια του φωτονίου είτε καθόλου ενέργεια. Το ηλεκτρόνιο μπορεί να διαφύγει από την επιφάνεια μόνο όταν η ενέργεια που θα αποκτήσει είναι μεγαλύτερη από το έργο εξαγωγής ϕ . Επομένως, τα φωτοηλεκτρόνια θα εκπεμφθούν από την επιφάνεια μόνο αν $hf > \phi$ ή $f > \phi/h$. Η πρόταση, λοιπόν, του Αϊνστάιν εξηγεί γιατί το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο συμβαίνει μόνο για συχνότητες μεγαλύτερες μιας ελάχιστης συχνότητας κατωφλίου.

Η Φωτονική Ερμηνεία του Αϊνστάιν II

Η φωτονική εικόνα του Αϊνστάιν ερμηνεύει τα πειραματικά αποτελέσματα που αναφέρθηκαν.

Ο Αϊνστάιν χρησιμοποίησε τη διατήρηση της ενέργειας για να βρει ότι η μέγιστη κινητική ενέργεια $K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$ για το εκπεμπόμενο ηλεκτρόνιο είναι ίση με την ενέργεια hf που αποκτά από το φωτόνιο, μείον το έργο εξαγωγής ϕ :

$$K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = hf - \phi \quad (38.3)$$

Αντικαθιστώντας $K_{\max} = eV_0$ σύμφωνα με την Εξ. (38.1) βρίσκουμε

Φωτοηλεκτρικό φαινόμενο:

$$eV_0 = hf - \phi$$

Μέγιστη κινητική ενέργεια φωτοηλεκτρονίου

Ενέργεια απορροφώμενου φωτονίου

Έργο εξαγωγής

Συχνότητα του φωτός

Σταθερά του Planck

Απόλυτη τιμή φορτίου του ηλεκτρονίου

Δυναμικό αποκοπής

(38.4)

Ορμή Φωτονίου

Η φωτονική εικόνα του Αϊνστάιν ισχύει για όλες τις περιοχές του ηλεκτρομαγνητικού φάσματος, συμπεριλαμβανομένων των ραδιοκυμάτων, των ακτίνων Χ κ.ο.κ. Ένα φωτόνιο οποιασδήποτε συχνότητας f και μήκους κύματος λ έχει ενέργεια E που δίνεται από την Εξ. (38.2). Επιπλέον, σύμφωνα με την Ειδική Θεωρία της Σχετικότητας, κάθε σωματίδιο που έχει ενέργεια πρέπει να έχει και ορμή. Τα φωτόνια έχουν μηδενική μάζα ηρεμίας, και ένα σωματίδιο με μηδενική μάζα ηρεμίας και ενέργεια E έχει ορμή μέτρου p που δίνεται από τη σχέση $E = pc$. Έτσι, το μέτρο p της ορμής ενός φωτονίου είναι

Ενέργεια φωτονίου

Σταθερά του Planck

Ορμή φωτονίου

Ταχύτητα του φωτός στο κενό

Μήκος κύματος

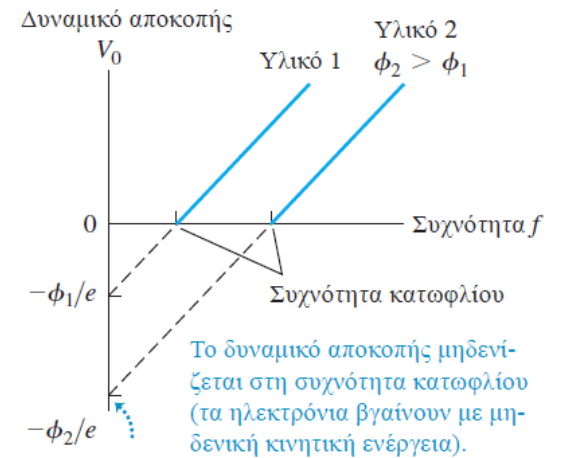
Συχνότητα

$$p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

(38.5)

Η κατεύθυνση της ορμής του φωτονίου είναι απλώς η κατεύθυνση κίνησης του ηλεκτρομαγνητικού κύματος.

38.6 Το δυναμικό αποκοπής ως συνάρτηση της συχνότητας για δύο υλικά καθόδου με διαφορετικά έργα εξαγωγής ϕ .



Για το κάθε υλικό υλικό

$$eV_0 = hf - \phi \quad \text{ή} \quad V_0 = \frac{hf}{e} - \frac{\phi}{e}$$

επομένως, οι γραφικές παραστάσεις έχουν την ίδια κλίση h/e , αλλά διαφορετικά σημεία τομής, $-\phi/e$, με τον κάθετο άξονα.

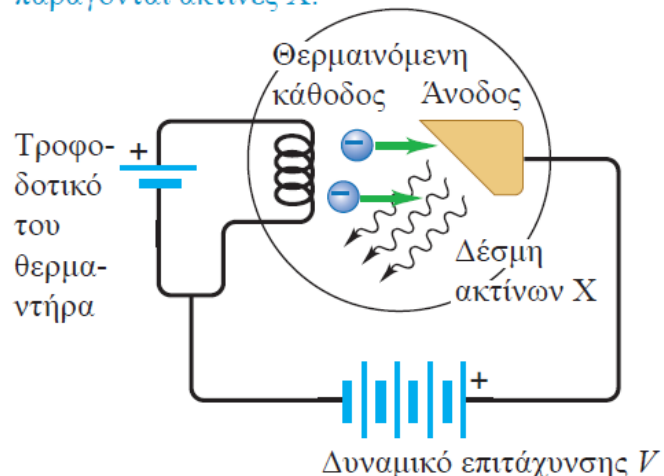
Έργα Εξαγωγής ΠΙΝΑΚΑΣ 38.1 Διαφόρων Στοιχείων	
Στοιχείο	Έργο Εξαγωγής (eV)
Αλουμίνιο	4,3
Ανθρακας	5,0
Αργυρος	4,3
Νάτριο	2,7
Νικέλιο	5,1
Πυρίτιο	4,8
Χαλκός	4,7
Χρυσός	5,1

ΦΩΣ ΠΟΥ ΕΚΠΕΜΠΕΤΑΙ ΩΣ ΦΩΤΟΝΙΑ: ΠΑΡΑΓΩΓΗ ΑΚΤΙΝΩΝ Χ

Το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο παρέχει πειστικές αποδείξεις ότι το φως *απορροφάται* στη μορφή φωτονίων. Για να αποδεχθούν, όμως, οι φυσικοί τη ριζοσπαστική ιδέα των φωτονίων, ήταν απαραίτητο να αποδείξουν επίσης και ότι το φως *εκπέμπεται* ως φωτόνια. Ένα πείραμα που το αποδεικνύει πειστικά είναι το αντίστροφο φωτοηλεκτρικό φαινόμενο: Αντί να απελευθερώνουμε ηλεκτρόνια από μια επιφάνεια φωτίζοντάς τη με ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία, προκαλούμε την εκπομπή ακτινοβολίας από την επιφάνεια –και ειδικότερα ακτίνων Χ– με τον βομβαρδισμό της με ταχέως κινούμενα ηλεκτρόνια.

38.7 Μια συσκευή που χρησιμοποιείται για την παραγωγή ακτίνων Χ, παρόμοια με τη συσκευή που χρησιμοποίησε ο Ρέντγκεν το 1895.

Τα ηλεκτρόνια εκπέμπονται θερμιονικά από τη θερμαινόμενη κάθοδο και επιταχύνονται προς την άνοδο· όταν προσκρούουν σε αυτήν, παράγονται ακτίνες Χ.



Φωτόνια Ακτίνων Χ

Οι ακτίνες Χ παρήχθησαν για πρώτη φορά το 1895 από τον Γερμανό φυσικό Wilhelm Röntgen (Βίλχελμ Ρέντγκεν, 1845-1923), χρησιμοποιώντας μια συσκευή παρόμοια με αυτήν της διάταξης του Σχ. 38.7. Όταν η κάθοδος θερμανθεί σε μια πολύ υψηλή θερμοκρασία, εκπέμπει ηλεκτρόνια μέσω μιας διαδικασίας η οποία ονομάζεται **θερμιονική εκπομπή**. Κατόπιν, τα ηλεκτρόνια επιταχύνονται προς την άνοδο μέσω μιας διαφοράς δυναμικού V_{AC} .

Η άνοδος παράγει ακτίνες Χ, εν μέρει, απλά επιβραδύνοντας τα ηλεκτρόνια. (Θυμηθείτε ότι σύμφωνα με το Κεφ. 32 τα επιταχυνόμενα φορτία εκπέμπουν ηλεκτρομαγνητικά κύματα.) Η διεργασία αυτή ονομάζεται **εκπομπή ακτινοβολίας πέδησης** (*bremsstrahlung* είναι ο γερμανικός όρος που χρησιμοποιείται διεθνώς).

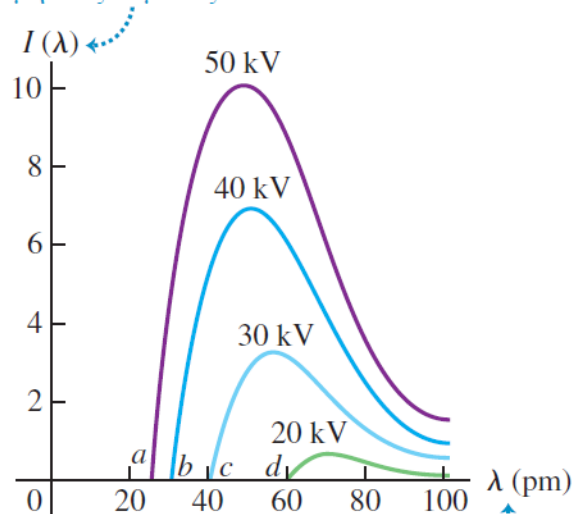
Τα περισσότερα ηλεκτρόνια «φρενάρουν» μέσω μιας σειράς συγκρούσεων και αλληλεπιδράσεων με άτομα της ανόδου, συνεπώς η πέδηση παράγει ένα συνεχές φάσμα ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας.

Όπως ακριβώς κάναμε και για το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο, ας συγκρίνουμε τις προβλέψεις της κυματικής θεωρίας της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας του Μάξγουελ, γι' αυτήν την ακτινοβολία, με τις πειραματικές παρατηρήσεις.

Φωτόνια Ακτίνων Χ

38.8 Το συνεχές φάσμα ακτίνων Χ που παράγονται όταν ένας στόχος βολφραμίου βομβαρδίζεται με ηλεκτρόνια που έχουν επιταχυνθεί μέσω ενός δυναμικού V_{AC} . Οι καμπύλες αντιστοιχούν σε διαφορετικές τιμές του V_{AC} : τα σημεία a , b , c και d δείχνουν το ελάχιστο μήκος κύματος για κάθε δυναμικό.

Κάθετος άξονας: Ένταση ακτίνων Χ ανά μονάδα μήκους κύματος



Οριζόντιος άξονας: Μήκος κύματος ακτίνων Χ σε pm ($1\text{pm} = 10^{-12}\text{m}$)

Πρόβλεψη Κυματικού Μοντέλου: Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα που παράγονται όταν ένα ηλεκτρόνιο χτυπά στην άνοδο θα πρέπει να είναι ανάλογα με τα ηχητικά κύματα τα οποία παράγονται όταν κρούεται ένα ζευγάρι κύμβαλα. Αυτά τα κύματα συμπεριλαμβάνουν ήχους όλων των συχνοτήτων. Κατ' αναλογία, το φάσμα των ακτίνων Χ που παράγονται κατά την πέδηση θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει όλες τις συχνότητες και επομένως όλα τα μήκη κύματος.

Πειραματικό Αποτέλεσμα: Το Σχ. 38.8 δείχνει φάσματα ακτινοβολίας πέδησης που παρήχθησαν χρησιμοποιώντας την ίδια άνοδο και κάθοδο για τέσσερα διαφορετικά δυναμικά επιτάχυνσης V_{AC} . **Δεν εκπέμπονται όλες οι συχνότητες και όλα τα μήκη κύματος των ακτίνων Χ: Κάθε φάσμα έχει μια μέγιστη συχνότητα $f_{\max}$ και ένα αντίστοιχο ελάχιστο μήκος κύματος $\lambda_{\min}$.** Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του V_{AC} τόσο μεγαλύτερη είναι η μέγιστη συχνότητα και τόσο μικρότερο είναι το ελάχιστο μήκος κύματος.

Το κυματικό μοντέλο της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας δεν μπορεί να εξηγήσει αυτά τα πειραματικά αποτελέσματα. Μπορούμε όμως να τα κατανοήσουμε εύκολα με το μοντέλο των φωτονίων. Ένα ηλεκτρόνιο έχει φορτίο $-e$ και κερδίζει κινητική ενέργεια eV_{AC} όταν επιταχύνεται σε μια περιοχή αύξησης του δυναμικού κατά V_{AC} . Το πιο ενεργητικό φωτόνιο (αυτό με τη μεγαλύτερη συχνότητα και το μικρότερο μήκος κύματος) παράγεται στην περίπτωση που το ηλεκτρόνιο σταματά τελείως όταν χτυπήσει την άνοδο, έτσι ώστε όλη η κινητική του ενέργεια να πηγαίνει στην παραγωγή ενός φωτονίου· δηλαδή,

$$\text{Ακτινοβολία πέδησης: } eV_{AC} = hf_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}} \quad (38.6)$$

Κινητική ενέργεια που απώλεσε το ηλεκτρόνιο
Μέγιστη κινητική ενέργεια εκπεμπόμενου φωτονίου
Σταθερά του Planck
Ταχύτητα του φωτός στο κενό
Ελάχιστο μήκος κύματος φωτονίων
Μέγιστη συχνότητα φωτονίων
Δυναμικό επιτάχυνσης
Απόλυτη τιμή φορτίου ηλεκτρονίου

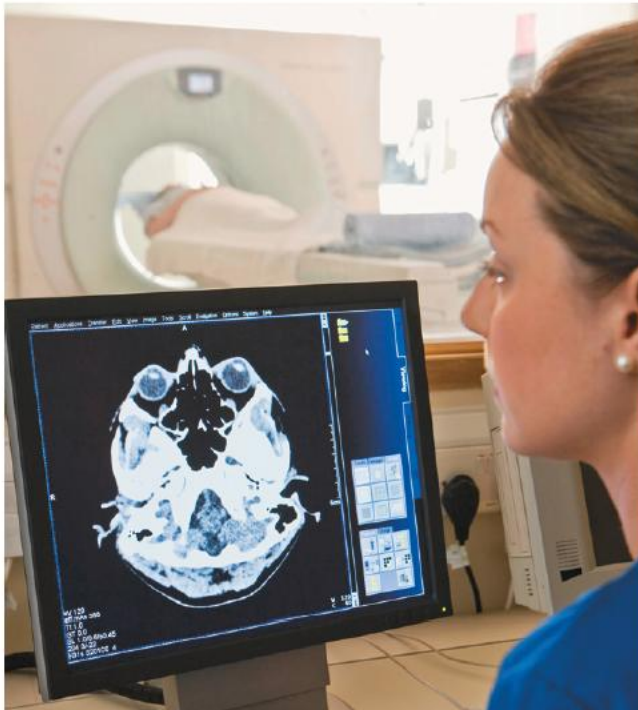
Αν μόνο ένα μέρος της κινητικής ενέργειας του ηλεκτρονίου πάει στην παραγωγή ενός φωτονίου, η ενέργεια του φωτονίου θα είναι μικρότερη του eV_{AC} και το μήκος κύματος μεγαλύτερο του $\lambda_{\min}$.

Μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η **φωτονική εικόνα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας ισχύει τόσο για την εκπομπή όσο και για την απορρόφηση του φωτός.**

Εφαρμογές των Ακτίνων Χ

Οι ακτίνες Χ έχουν πολλές πρακτικές εφαρμογές στην Ιατρική και στη βιομηχανία. Επειδή τα φωτόνια των ακτίνων Χ έχουν τόσο υψηλή ενέργεια, μπορούν να διαπεράσουν αρκετά εκατοστόμετρα στερεάς ύλης. Επομένως, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την απεικόνιση του εσωτερικού υλικών που είναι αδιαφανή στο συνηθισμένο φως, όπως τα σπασμένα οστά ή οι ατέλειες σε δομικό χάλυβα.

38.9 Αυτή η ακτινολόγος χειρίζεται έναν αξονικό τομογράφο (φαίνεται μέσα από το παράθυρο) από ένα ξεχωριστό δωμάτιο για να αποφύγει την επαναλαμβανόμενη έκθεση σε ακτίνες Χ.



Μια ευρέως χρησιμοποιούμενη και πολύ βελτιωμένη τεχνική ακτίνων Χ είναι η **αξονική (ή υπολογιστική) τομογραφία** (ή CT από τα αρχικά των λέξεων Computed Tomography) η αντίστοιχη συσκευή ονομάζεται **αξονικός (ή υπολογιστικός) τομογράφος**. Η πηγή ακτίνων Χ παράγει μια λεπτή ριπιδωτή (σε σχήμα βεντάλιας) δέσμη η οποία ανιχνεύεται απέναντι από το αντικείμενο από μια συστοιχία μερικών εκατοντάδων ανιχνευτών στη σειρά. Ο κάθε ανιχνευτής μετρά την απορρόφηση κατά μήκος μιας λεπτής γραμμής που διαπερνά το αντικείμενο.

Οι αξονικές τομογραφίες μπορούν να ανιχνεύσουν διαφορές στην απορρόφηση της τάξης του 1 % ή μικρότερες και να εντοπίσουν όγκους και ανωμαλίες που είναι πολύ μικρές για να παρατηρηθούν με παλαιότερες τεχνικές ακτίνων Χ.

Οι ακτίνες Χ προκαλούν βλάβες στους ζωντανούς ιστούς. Καθώς τα φωτόνια των ακτίνων Χ απορροφώνται από τους ιστούς, η ενέργειά τους διασπάει τους μοριακούς δεσμούς και δημιουργεί εξαιρετικά ενεργές ελεύθερες ρίζες (όπως τα ουδέτερα H και OH), που με τη σειρά τους μπορούν να διαταράξουν τη μοριακή δομή των πρωτεϊνών και ειδικότερα του γενετικού υλικού.

Οι ακτίνες Χ είναι χρήσιμες στην επιλεκτική καταστροφή καρκινικών κυττάρων. Αντιστρόφως όμως, ένα κύτταρο μπορεί να υποστεί βλάβη από την ακτινοβολία και να επιβιώσει, συνεχίζοντας να διαιρείται, και να παράγει γενεές ελαττωματικών κυττάρων· έτσι οι ακτίνες Χ μπορούν να προκαλέσουν καρκίνο.

Μια προσεκτική στάθμιση κινδύνων και ωφελειών από την έκθεση στην ακτινοβολία είναι απαραίτητη σε κάθε ξεχωριστή περίπτωση.

ΦΩΣ ΠΟΥ ΣΚΕΔΑΖΕΤΑΙ ΩΣ ΦΩΤΟΝΙΑ: ΣΚΕΔΑΣΗ COMPTON ΚΑΙ ΔΙΔΥΜΗ ΓΕΝΕΣΗ

Σκέδαση Compton

Ας εξετάσουμε τι προβλέπει το κυματικό μοντέλο του Μάξγουελ και το φωτονικό μοντέλο του Αϊνστάιν για τη συμπεριφορά του φωτός όταν υφίσταται σκέδαση από ένα μόνο ηλεκτρόνιο, όπως ένα μεμονωμένο ηλεκτρόνιο ενός ατόμου.

Πρόβλεψη Κυματικού Μοντέλου: Στην κυματική περιγραφή η σκέδαση θα ήταν μια διαδικασία απορρόφησης και επανεκπομπής. Μέρος της ενέργειας του κύματος φωτός θα απορροφάτο από το ηλεκτρόνιο το οποίο θα ταλαντωνόταν ανταποκρινόμενο στο παλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο. Το ταλαντούμενο ηλεκτρόνιο θα ενεργούσε ως μικροσκοπική κεραία, επανεκπέμποντας την ενέργεια που απέκτησε ως *σκεδαζόμενα* κύματα σε διάφορες κατευθύνσεις.

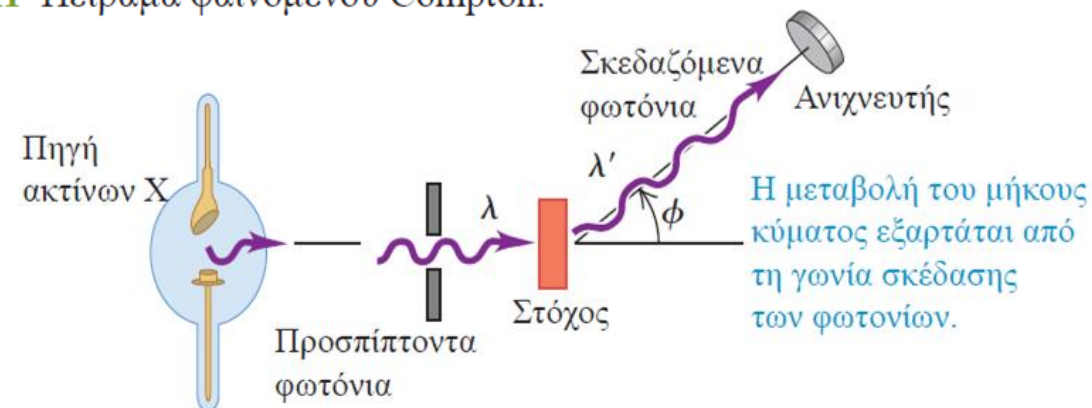
Έτσι, **στο κυματικό μοντέλο, το σκεδαζόμενο φως και το προσπίπτον φως έχουν την ίδια συχνότητα και το ίδιο μήκος κύματος.**

Πρόβλεψη Φωτονικού Μοντέλου: Στο φωτονικό μοντέλο θεωρούμε τη διαδικασία σκέδασης ως **σύγκρουση δύο σωματιδίων**, του προσπίπτοντος φωτονίου και ενός ηλεκτρονίου το οποίο βρίσκεται αρχικά σε ηρεμία (Σχ. 38.10α). Το προσπίπτον φωτόνιο θα έδινε μέρος της ενέργειάς του και της ορμής του στο ηλεκτρόνιο, το οποίο ανακρούει ως αποτέλεσμα της κρούσης.

Επομένως, **στο φωτονικό μοντέλο το σκεδαζόμενο φως έχει μικρότερη συχνότητα f και μεγαλύτερο μήκος κύματος λ από το προσπίπτον φως.**

Το καθοριστικό πείραμα το οποίο έλεγξε αυτές τις προβλέψεις πραγματοποιήθηκε το 1922 από τον Αμερικανό φυσικό Arthur H. Compton (Άρθουρ Κόμπτον, 1892-1962). Κατεύθυνε μια δέσμη ακτίνων Χ σε έναν στερεό στόχο και μέτρησε το μήκος κύματος της σκεδαζόμενης από τον στόχο ακτινοβολίας (Σχ. 38.11). **Ο Κόμπτον ανακάλυψε ότι μέρος της σκεδαζόμενης ακτινοβολίας παρουσιάζει μικρότερη συχνότητα (μεγαλύτερο μήκος κύματος) από αυτήν της προσπίπτουσας ακτινοβολίας και ότι η μεταβολή του μήκους κύματος εξαρτάται από τη γωνία στην οποία σκεδάζεται η ακτινοβολία.** Αυτή είναι ακριβώς η πρόβλεψη του φωτονικού μοντέλου για φως, το οποίο σκεδάζεται από τα ηλεκτρόνια του στόχου, μια διαδικασία την οποία σήμερα ονομάζουμε **σκέδαση Compton**.

38.11 Πείραμα φαινομένου Compton.



Σκέδαση Compton I

Ειδικότερα, ο Κόμπτον βρήκε ότι, αν η σκεδαζόμενη ακτινοβολία αναδύεται σε γωνία ϕ ως προς τη διεύθυνση πρόσπτωσης, όπως φαίνεται στο Σχ. 38.11, τότε

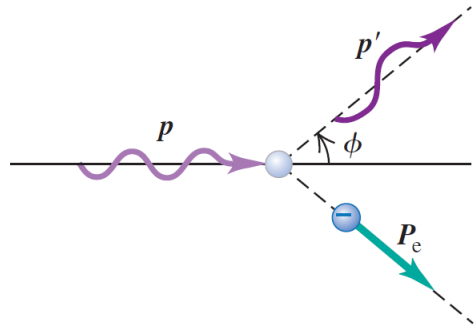
$$\text{Σκέδαση Compton: } \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi) \quad (38.7)$$

Μήκος κύματος σκεδαζόμενης ακτινοβολίας: λ'
 Μήκος κύματος προσπίπτουσας ακτινοβολίας: λ
 Σταθερά του Planck: h
 Γωνία σκέδασης: ϕ
 Μάζα ηρεμίας ηλεκτρονίου: m
 Ταχύτητα του φωτός στο κενό: c

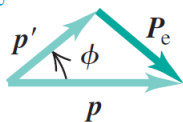
Η ποσότητα h/mc , που εμφανίζεται στην Εξ. (38.7), έχει μονάδες μήκους. (Ονομάζεται **μήκος κύματος Compton του ηλεκτρονίου**). Η αριθμητική του τιμή είναι

$$\frac{h}{mc} = \frac{6,626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{(9,109 \times 10^{-31} \text{ kg})(2,998 \times 10^8 \text{ m/s})} = 2,426 \times 10^{-12} \text{ m}$$

38.12 Διανυσματικό διάγραμμα που δείχνει τη διατήρηση της ορμής στη σκέδαση Compton.



Διατήρηση της ορμής κατά τη διάρκεια της σκέδασης Compton



Ο Κόμπτον απέδειξε ότι η φωτονική θεωρία του Αϊνστάιν, συνδυασμένη με τις αρχές διατήρησης της ενέργειας και της ορμής, προσφέρει μια θαυμάσια, σαφή εξήγηση των πειραματικών του αποτελεσμάτων. Η διατήρηση της ενέργειας μας δίνει λοιπόν τη σχετικιστική σχέση

$$pc + mc^2 = p'c + E_e$$

Αναδιατάσσοντας βρίσκουμε

$$(pc - p'c + mc^2)^2 = E_e^2 = (mc^2)^2 + (P_e c)^2 \quad (38.8)$$

Από το Σχ. 38.12 διαπιστώνουμε ότι $\mathbf{p} = \mathbf{p}' + \mathbf{P}_e$, ή

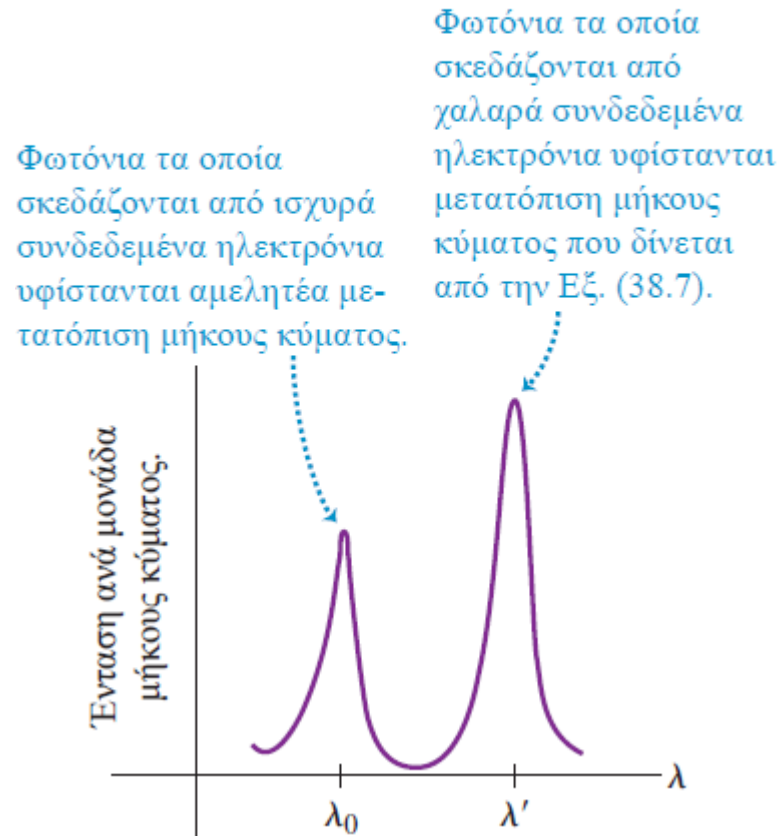
$$P_e^2 = p^2 + p'^2 - 2pp' \cos \phi \quad (38.10)$$

Αντικαθιστούμε τώρα αυτήν την έκφραση για το P_e^2 στην Εξ. (38.8) και εκτελούμε τους πολλαπλασιασμούς στο αριστερό μέλος.

Τέλος, αντικαθιστούμε $p' = h/\lambda'$ και $p = h/\lambda$ και μετά πολλαπλασιάζουμε με το h/mc για να πάρουμε την Εξ. (38.7).

Σκέδαση Compton II

38.13 Η ένταση ως συνάρτηση του μήκους κύματος των σκεδαζόμενων φωτονίων σε γωνία 135° σε ένα πείραμα σκέδασης Compton.



Όταν μετρηθούν τα μήκη κύματος των ακτίνων Χ που έχουν σκεδαστεί σε μια ορισμένη γωνία, η καμπύλη της έντασης ανά μονάδα μήκους κύματος ως συνάρτηση του μήκους κύματος παρουσιάζει δύο κορυφές (Σχ. 38.13).

Η κορυφή στο μεγαλύτερο μήκος κύματος αντιστοιχεί στη σκέδαση Compton.

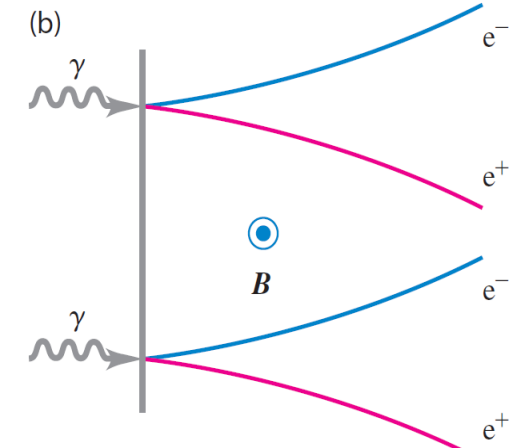
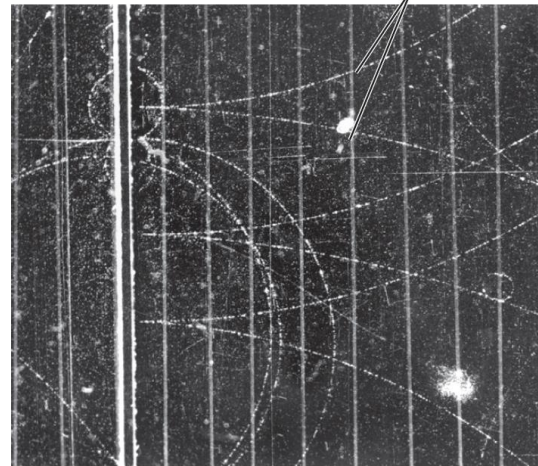
Η κορυφή στο μικρότερο μήκος κύματος, λ_0 , βρίσκεται στο ίδιο μήκος κύματος με τις προσπίπτουσες ακτίνες Χ και αντιστοιχεί στη σκέδαση ακτίνων Χ από ισχυρά συνδεδεμένα ηλεκτρόνια. Σε τέτοιες διαδικασίες σκέδασης ολόκληρο το άτομο πρέπει να ανακρούει, έτσι το m στην Εξ. (38.7) είναι η μάζα ολόκληρου του ατόμου και όχι ενός μόνο ηλεκτρονίου. Οι απορρέουσες μετατοπίσεις στο μήκος κύματος είναι αμελητέες.

Δίδυμη Γένεση

Ένα άλλο φαινόμενο το οποίο μπορεί να εξηγηθεί μόνο με τη φωτονική εικόνα αφορά τις **ακτίνες γ** , το είδος της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας με το μικρότερο μήκος κύματος και την υψηλότερη συχνότητα. Αν ένα φωτόνιο ακτίνων γ με αρκετά μικρό μήκος κύματος εκτοξευθεί προς έναν στόχο, μπορεί να μη σκεδαστεί. Αντ' αυτού, όπως φαίνεται στο Σχ. 38.14, μπορεί να εξαφανιστεί τελείως και να αντικατασταθεί από δύο νέα σωματίδια: ένα **ηλεκτρόνιο** και ένα **ποζιτρόνιο**. Αυτή η διεργασία ονομάζεται **δίδυμη γένεση**,

38.14 (a) Φωτογραφία διαδρομών, σε θάλαμο φυσαλλίδων, **ζευγών ηλεκτρονίων - ποζιτρονίων** τα οποία παράγονται όταν φωτόνια 300 MeV προσκρούουν σε φύλλο μολύβδου. Ένα μαγνητικό πεδίο, το οποίο κατευθύνεται κάθετα στη φωτογραφία και με φορά προς τα έξω, προκάλεσε την απόκλιση των ηλεκτρονίων (e^-) και των ποζιτρονίων (e^+) σε αντίθετες κατευθύνσεις.
(b) Διάγραμμα που δείχνει τη διαδικασία της δίδυμης γένεσης για δύο από τα φωτόνια των ακτίνων γ .

(a) Ζεύγος ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου



Πρέπει να είναι διαθέσιμη αρκετή ενέργεια προκειμένου να επαρκεί για τις μάζες ηρεμίας, $2mc^2$, των δύο σωματιδίων. Με τέσσερα σημαντικά ψηφία, η ελάχιστη ενέργεια είναι

$$\begin{aligned} E_{\min} &= 2mc^2 = 2(9,109 \times 10^{-31} \text{ kg})(2,998 \times 10^8 \text{ m/s})^2 \\ &= 1,637 \times 10^{-13} \text{ J} = 1,022 \text{ MeV} \end{aligned}$$

Όπως ακριβώς και στην περίπτωση του φωτοηλεκτρικού φαινομένου, το κυματικό μοντέλο της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας δεν μπορεί να εξηγήσει γιατί η δίδυμη γένεση λαμβάνει χώρα μόνο όταν χρησιμοποιούνται πολύ μικρά μήκη κύματος.

Η αντίστροφη διαδικασία, η **εξαϋλωση ζεύγους ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου**, λαμβάνει χώρα όταν ένα ποζιτρόνιο και ένα ηλεκτρόνιο συγκρούονται. Εξαφανίζονται και τα δύο σωματίδια, και δύο (ή κατά περίπτωση τρία) φωτόνια μπορούν να εμφανιστούν με συνολική ενέργεια τουλάχιστον $2m_e c^2 = 1,022 \text{ MeV}$. Διάσπαση σε ένα μόνο φωτόνιο δεν είναι δυνατή, επειδή αυτή η διαδικασία δεν θα μπορούσε να διατηρήσει την ενέργεια και την ορμή ταυτόχρονα.

ΔΥΪΣΜΟΣ ΚΥΜΑΤΟΣ – ΣΩΜΑΤΙΔΙΟΥ, ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΑΒΕΒΑΙΟΤΗΤΑ

Έχουμε εξετάσει πολλά παραδείγματα του τρόπου με τον οποίο συμπεριφέρεται το φως και η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία γενικότερα. Κάποια από αυτά, καταδεικνύουν αναμφισβήτητα την **κυματική** φύση του φωτός.

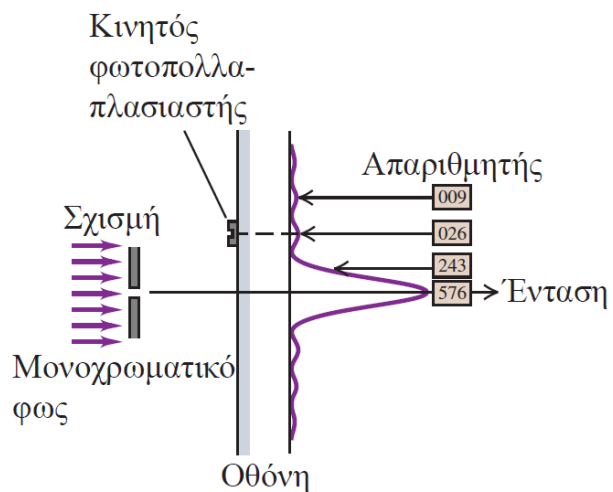
Άλλα, δείχνουν με την ίδια πειστικότητα προς τη **σωματιδιακή** φύση του φωτός. Αυτός ο **δυϊσμός κύματος-σωματιδίου** σημαίνει ότι το φως έχει δύο όψεις που φαίνονται να βρίσκονται σε αντίθεση μεταξύ τους. **Πώς είναι δυνατόν το φως να είναι ταυτόχρονα και κύμα και σωματίδιο;**

Μπορούμε να βρούμε την απάντηση σε αυτήν τη φαινομενική αντιπαράθεση κύματος-σωματιδίου στην **αρχή της συμπληρωματικότητας**, που διατυπώθηκε για πρώτη φορά από τον Δανό φυσικό Niels Bohr (Νιλς Μπορ, 1885-1962) το 1928. **Η κυματική περιγραφή και η σωματιδιακή περιγραφή είναι συμπληρωματικές.** Δηλαδή χρειαζόμαστε και τις δύο περιγραφές για να συμπληρώσουμε το μοντέλο μας για τη φύση, αλλά δεν θα χρειαστεί ποτέ να χρησιμοποιήσουμε και τις δύο ταυτοχρόνως για να περιγράψουμε ένα μόνο μέρος ενός συμβάντος.

Περίθλαση και Συμβολή στη Φωτονική Εικόνα I

Ας αρχίσουμε επανεξετάζοντας την εικόνα περίθλασης από απλή σχισμή. Αντί να αποτυπώσουμε την εικόνα στη μνήμη μιας ψηφιακής φωτογραφικής μηχανής ή σε φωτογραφικό φιλμ, χρησιμοποιούμε έναν ανιχνευτή, ο οποίος ονομάζεται **φωτοπολλαπλασιαστής**, που έχει τη δυνατότητα να ανιχνεύει μεμονωμένα φωτόνια.

38.15 Εικόνα περίθλασης του φωτός από απλή σχισμή όπως παρατηρήθηκε με έναν κινητό φωτοπολλαπλασιαστή. Η καμπύλη δείχνει την κατανομή της έντασης που προβλέπει η κυματική ερμηνεία. Η κατανομή των φωτονίων αποτυπώνεται με τους αριθμούς των φωτονίων που μετρήθηκαν σε διάφορες θέσεις.



Χρησιμοποιώντας τη διάταξη που φαίνεται στο Σχ. 38.15, τοποθετούμε τον φωτοπολλαπλασιαστή σε διάφορες θέσεις για ίσα χρονικά διαστήματα, καταμετρούμε τα φωτόνια στην καθεμιά από αυτές τις θέσεις και σχεδιάζουμε την κατανομή της έντασης.

Η γραφική παράσταση του αριθμού φωτονίων, που μετρήθηκαν σε κάθε σημείο, μας δίνει την ίδια εικόνα περίθλασης που προβλέψαμε στην Εξ. (36.7) με την κυματική εικόνα του φωτός.

Όμως υποθέστε τώρα ότι μειώνουμε την ένταση του φωτός σε τέτοιο σημείο που μόνο μερικά φωτόνια να περνάνε μέσα από τη σχισμή σε κάθε δευτερόλεπτο. Τώρα καταγράφουμε μια σειρά από διακριτές κρούσεις καθεμιά από τις οποίες αναπαριστά ένα μεμονωμένο φωτόνιο. Ενώ **δεν μπορούμε να προβλέψουμε** πού θα χτυπήσει κάποιο συγκεκριμένο φωτόνιο, με την πάροδο του χρόνου οι συσσωρευόμενες κρούσεις σχηματίζουν τη γνώριμη **εικόνα περίθλασης που θα αναμέναμε για ένα κύμα**. Για να συμβιβάσουμε την κυματική και σωματιδιακή θεώρηση αυτής της εικόνας θα πρέπει να θεωρήσουμε την εικόνα ως **στατιστική κατανομή** που μας λέει πόσα φωτόνια κατά μέσο όρο πηγαίνουν σε κάθε σημείο. Ισοδύναμα, η εικόνα μάς δίνει την **πιθανότητα** το οποιοδήποτε μεμονωμένο φωτόνιο να φθάσει σε ένα συγκεκριμένο σημείο.

Περίθλαση και Συμβολή στη Φωτονική Εικόνα II

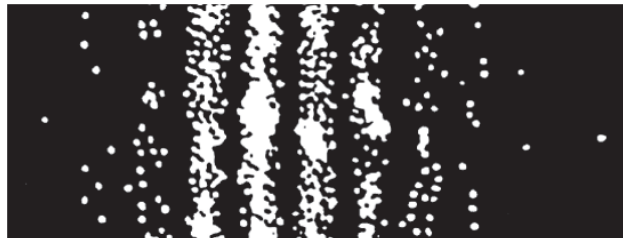
Αν κατευθύνουμε την αμυδρή πηγή φωτός που διαθέτουμε σε μια **συσκευή δύο σχισμών**, παίρνουμε ανάλογα αποτελέσματα (Σχ. 38.16). Και πάλι δεν μπορούμε να προβλέψουμε πού ακριβώς θα πάει ένα μεμονωμένο φωτόνιο· η εικόνα συμβολής είναι μια στατιστική κατανομή.

38.16 Αυτές οι φωτογραφίες καταγράφουν τα σημεία όπου μεμονωμένα φωτόνια χτυπούν την οθόνη σε ένα πείραμα συμβολής από διπλή σχισμή. Καθώς περισσότερα φωτόνια φθάνουν στην οθόνη, εμφανίζεται μια αναγνωρίσιμη εικόνα συμβολής.

Μετά την άφιξη 21 φωτονίων στην οθόνη



Μετά την άφιξη 1000 φωτονίων στην οθόνη



Μετά την άφιξη 10 000 φωτονίων στην οθόνη



Πώς εφαρμόζεται η αρχή της συμπληρωματικότητας σε αυτά τα πειράματα περίθλασης και συμβολής;

Η κυματική περιγραφή, και όχι η σωματιδιακή, ερμηνεύει τις εικόνες για την απλή και τη διπλή σχισμή. Η σωματιδιακή όμως περιγραφή, και όχι η κυματική, εξηγεί γιατί ο φωτοπολλαπλασιαστής καταγράφει διακριτά πακέτα ενέργειας. Οι δύο περιγραφές συμπληρώνουν την κατανόηση των αποτελεσμάτων.

Για παράδειγμα, υποθέστε ότι θεωρούμε ένα μεμονωμένο φωτόνιο και αναρωτιόμαστε πώς γνωρίζει «ποιον δρόμο να πάρει» όταν περνάει μέσα από τη σχισμή. Αυτό το ερώτημα μοιάζει με γρίφο, αλλά αυτό οφείλεται στη διατύπωσή του στο πλαίσιο της **σωματιδιακής περιγραφής**, ενώ είναι η **κυματική φύση** του φωτός που καθορίζει την κατανομή των φωτονίων. Αντιστρόφως, το γεγονός ότι ο φωτοπολλαπλασιαστής ανιχνεύει το αμυδρό φως ως μια σειρά μεμονωμένων «κηλίδων» δεν μπορεί να εξηγηθεί με κυματικούς όρους.

Πιθανότητα και Αβεβαιότητα I

Παρά το γεγονός ότι τα φωτόνια έχουν ενέργεια και ορμή, διαφέρουν κατά πολύ από το σωματιδιακό μοντέλο που χρησιμοποιήσαμε για τη Νευτώνεια Μηχανική.

Το νευτώνειο σωματιδιακό μοντέλο αντιμετωπίζει ένα αντικείμενο ως σημειακή μάζα. Μπορούμε να περιγράψουμε τη θέση και την κατάσταση κίνησης ενός τέτοιου σωματιδίου σε κάθε χρονική στιγμή με τρεις χωρικές συντεταγμένες και τρεις συνιστώσες της ορμής, και μπορούμε κατόπιν να προβλέψουμε τη μελλοντική κίνηση του σωματιδίου, αν γνωρίζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται πάνω του.

Όμως, αυτό το μοντέλο δεν δουλεύει καθόλου για τα φωτόνια. **Δεν μπορούμε να θεωρήσουμε ένα φωτόνιο ως σημειακό αντικείμενο. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι υπάρχουν θεμελιώδεις περιορισμοί σχετικά με την ακρίβεια με την οποία μπορούμε να προσδιορίσουμε ταυτόχρονα τη θέση και την ορμή ενός φωτονίου.** Πολλές πτυχές της συμπεριφοράς των φωτονίων μπορούν να διατυπωθούν μόνο μέσω **πιθανοτήτων**.

Για να αποκτήσουμε καλύτερη αντίληψη του προβλήματος της ταυτόχρονης μέτρησης της θέσης και της ορμής ενός φωτονίου, ας ξανακοιτάξουμε την περίθλαση του φωτός από απλή σχισμή.

Πιθανότητα και Αβεβαιότητα II

Υποθέστε ότι το μήκος κύματος είναι κατά πολύ μικρότερο από το πλάτος της σχισμής a (Σχ. 38.17). Συμβολίζουμε με θ_1 τη γωνία μεταξύ του κεντρικού μεγίστου και του πρώτου ελαχίστου. Η θ_1 δίνεται από $\sin \theta_1 = \lambda/a$. Αφού θεωρούμε $\lambda \ll a$, έπεται ότι

$$\theta_1 = \frac{\lambda}{a} \quad (38.12)$$

Παρόλο που όλα τα φωτόνια βρίσκονται στην ίδια αρχική κινητική κατάσταση, δεν ακολουθούν όλα την ίδια διαδρομή. Δεν μπορούμε να προβλέψουμε την ακριβή τροχιά κανενός μεμονωμένου φωτονίου.

Υπάρχουν θεμελιώδεις αβεβαιότητες τόσο στη θέση όσο και στην ορμή του ενός μεμονωμένου σωματιδίου και αυτές οι αβεβαιότητες είναι άρρηκτα συνδεδεμένες.

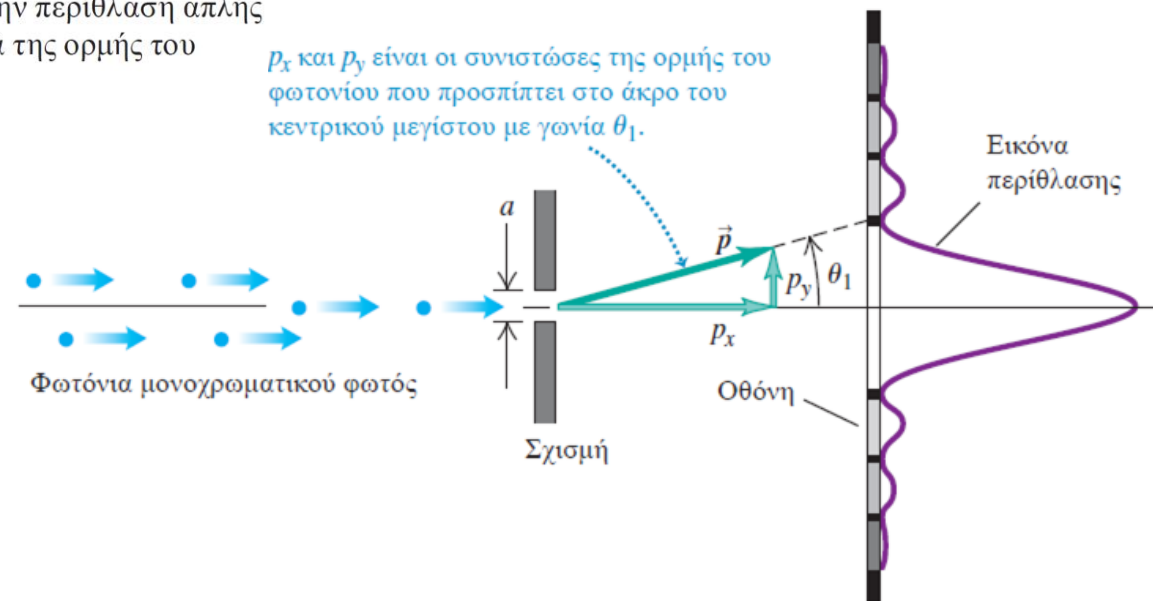
Ένα φωτόνιο που χτυπάει την οθόνη στο άκρο του κεντρικού μεγίστου, με γωνία θ_1 , πρέπει να είχε μια συνιστώσα ορμής p_y στην κατεύθυνση y , καθώς επίσης και μια συνιστώσα p_x στην κατεύθυνση x .

Από τη γεωμετρία του σχήματος οι δύο συνιστώσες συνδέονται ως $p_y/p_x = \tan \theta_1$. Αφού το θ_1 είναι μικρό, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την προσέγγιση $\tan \theta_1 = \theta_1$, συνεπώς

$$p_y = p_x \theta_1 \quad (38.13)$$

$$p_y = p_x \frac{\lambda}{a} \quad (38.14)$$

38.17 Ερμηνεύοντας την περίθλαση απλής σχισμής από τη σκοπιά της ορμής του φωτονίου.



Πιθανότητα και Αβεβαιότητα III

Θα υπάρχει αβεβαιότητα Δp_y στη συνιστώσα y της ορμής τουλάχιστον ίση με $p_x \lambda / a$.

Το μήκος κύματος λ σχετίζεται με την ορμή ως $\lambda = h/p_x$

Αντικαθιστώντας αυτήν τη σχέση στην Εξ. (38.15) και απλοποιώντας βρίσκουμε

$$\Delta p_y \geq p_x \frac{h}{p_x a} = \frac{h}{a}$$

$$\Delta p_y a \geq h \quad (38.16)$$

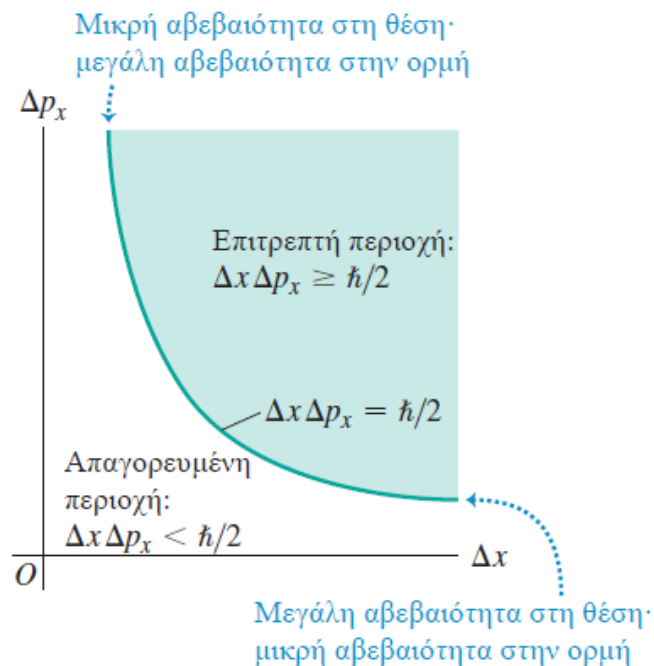
Μπορούμε να μειώσουμε την αβεβαιότητα της ορμής p_y μόνο μειώνοντας το πλάτος της εικόνας περίθλασης. Για να το κάνουμε αυτό, θα πρέπει να αυξήσουμε το πλάτος της σχισμής a , γεγονός που αυξάνει την αβεβαιότητα της θέσης. Αντιστρόφως, όταν **μειώνουμε την αβεβαιότητα της θέσης** στενεύοντας τη σχισμή, η εικόνα της περίθλασης διευρύνεται και **η αντίστοιχη αβεβαιότητα της ορμής αυξάνεται**.

Μπορείτε να αντιτείνετε ότι δεν φαίνεται να συνάδει με την κοινή λογική το να μην έχει ένα φωτόνιο καθορισμένη θέση και ορμή. Όμως, αυτό που ονομάζουμε κοινή λογική βασίζεται στην εξοικείωση που αποκτήθηκε μέσω της εμπειρίας. Η συνήθης εμπειρία έχει πολύ μικρή επαφή με τη μικροσκοπική συμπεριφορά σωματιδίων όπως τα φωτόνια. Μερικές φορές θα πρέπει να αποδεχόμαστε συμπεράσματα τα οποία έρχονται σε αντίθεση με τη διαίσθησή μας όταν ασχολούμαστε με περιοχές που απέχουν πολύ από την καθημερινή εμπειρία.

Η Αρχή της Αβεβαιότητας

Σε γενικότερες συζητήσεις των σχέσεων αβεβαιότητας, η αβεβαιότητα μιας ποσότητας εκφράζεται συνήθως συναρτήσει της στατιστικής έννοιας της *τυπικής απόκλισης*, η οποία εκφράζει το μέτρο της διασποράς ενός συνόλου αριθμών γύρω από τη μέση τιμή τους. Υποθέστε ότι αρχίζουμε τώρα να περιγράφουμε τις αβεβαιότητες με αυτόν τον τρόπο. Αν μια συντεταγμένη x έχει αβεβαιότητα Δx και αν η αντίστοιχη συνιστώσα της ορμής έχει αβεβαιότητα Δp_x , τότε βρίσκουμε ότι στη γενική περίπτωση

38.18 Η αρχή της απροσδιοριστίας του Heisenberg για τις συνιστώσες της θέσης και της ορμής. Είναι αδύνατο το γινόμενο $\Delta x \Delta p_x$ να είναι μικρότερο από το $\hbar/2 = h/4\pi$.



Αρχή της αβεβαιότητας
του Heisenberg για τη
θέση και την ορμή:

Αβεβαιότητα στη
συντεταγμένη x

Σταθερά του Planck
διααιρεμένη με 2π

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2$$

(38.17)

Αβεβαιότητα στην αντίστοιχη
συνιστώσα της ορμής p_x

Θα χρησιμοποιούμε συχνά το $\hbar$, για να αποφεύγουμε να γράφουμε πολλούς παράγοντες 2π , στις εξισώσεις που ακολουθούν.

Η Εξ. (38.17) είναι μια μορφή της **αρχής της αβεβαιότητας** ή της **απροσδιοριστίας**, η οποία διατυπώθηκε πρώτα από τον Γερμανό Φυσικό **Werner Heisenberg** (Βέρνερ Χάιζενμπεργκ, 1901-1976, βραβείο Νομπέλ Φυσικής 1932). Ορίζει ότι γενικώς είναι αδύνατο να προσδιορίσουμε ταυτόχρονα τόσο τη θέση όσο και την ορμή ενός σωματιδίου με αυθαίρετα μεγάλη ακρίβεια, όπως θα προέβλεπε η Κλασική Φυσική. Αντ' αυτού, οι αβεβαιότητες στις δύο ποσότητες παίζουν συμπληρωματικούς ρόλους, όπως περιγράψαμε.

Κύματα και Αβεβαιότητα I

Ακολουθεί ένας εναλλακτικός τρόπος κατανόησης της αρχής της αβεβαιότητας του Heisenberg από τη σκοπιά των ιδιοτήτων των κυμάτων. Θεωρήστε ένα ημιτονοειδές κύμα που διαδίδεται στη θετική κατεύθυνση των x με το ηλεκτρικό του πεδίο πολωμένο κατά τη διεύθυνση y .

$$E_y(x, t) = A \sin(kx - \omega t) \quad (38.18)$$

Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η κυματοσυνάρτηση της Εξ. (38.18) περιγράφει ένα φωτόνιο με καθορισμένο μήκος κύματος και καθορισμένη συχνότητα. Συναρτήσει των k και ω μπορούμε να εκφράσουμε την ορμή και την ενέργεια των φωτονίων ως:

$$p_x = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{2\pi} \frac{2\pi}{\lambda} = \hbar k \quad \text{(ορμή του φωτονίου συναρτήσει του κυματαριθμού)} \quad (38.19a)$$

$$E = hf = \frac{h}{2\pi} 2\pi f = \hbar \omega \quad \text{(ενέργεια του φωτονίου συναρτήσει της γωνιακής συχνότητας)} \quad (38.19b)$$

$$E_y(x, t) = A \sin[(p_x x - Et)/\hbar] \quad \text{(κυματοσυνάρτηση ενός φωτονίου με συνιστώσα } x \text{ ορμής } p_x \text{ και ενέργεια } E) \quad (38.20)$$

Καθώς αυτή η κυματοσυνάρτηση έχει καθορισμένη τιμή για τη συνιστώσα x της ορμής p_x , δεν υπάρχει αβεβαιότητα στην τιμή αυτής της ποσότητας: $\Delta p_x = 0$. Η αρχή της απροσδιοριστίας του Heisenberg, Εξ. (38.17), λέει ότι $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2$. Αν το Δp_x είναι μηδέν, τότε το x πρέπει να είναι άπειρο. Πράγματι, το κύμα που περιγράφεται από την Εξ. (38.20) εκτείνεται κατά μήκος ολόκληρου του άξονα των x και έχει το ίδιο πλάτος παντού. Το τίμημα που πληρώνουμε για την ακριβή γνώση της ορμής του φωτονίου είναι ότι δεν έχουμε ιδέα για το πού βρίσκεται το φωτόνιο!

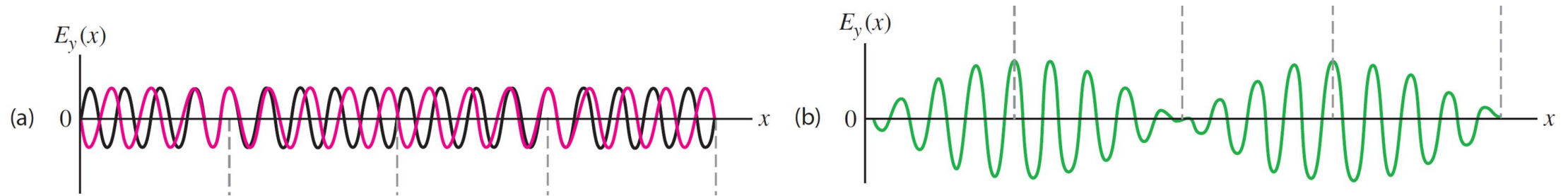
Κύματα και Αβεβαιότητα II

Στην πράξη, έχουμε πάντα κάποια ιδέα για το πού βρίσκεται το φωτόνιο. Για να περιγράψουμε τέτοιες καταστάσεις, χρειαζόμαστε μια κυματοσυνάρτηση η οποία είναι πιο εντοπισμένη στον χώρο.

Ας προσθέσουμε δύο ημιτονοειδείς κυματοσυναρτήσεις, αλλά με ελαφρώς διαφορετικά μήκη κύματος και συχνότητες και συνεπώς με ελαφρώς διαφορετικές τιμές, p_{x1} και p_{x2} , της ορμής στον άξονα των x και ελαφρώς διαφορετικές τιμές, E_1 και E_2 , της ενέργειας.

$$E_y(x, t) = A_1 \sin[(p_{1x}x - E_1 t)/\hbar] + A_2 \sin[(p_{2x}x - E_2 t)/\hbar] \quad (38.21)$$

Το Σχ. 38.19a είναι μια γραφική παράσταση των επιμέρους κυματοσυναρτήσεων για $t = 0$ στην περίπτωση $A_2 = -A_1$ και το Σχ. 38.19b απεικονίζει τη συνολική κυματοσυνάρτηση $E_y(x, t = 0)$ η οποία δίνεται από την Εξ. (38.22).



38.19 (a) Δύο ημιτονοειδή κύματα με ελαφρώς διαφορετικούς κυματαριθμούς k και επομένως ελαφρώς διαφορετικές τιμές της ορμής $p_x = \hbar k$ απεικονίζονται για μια χρονική στιγμή. (b) Η υπέρθεση αυτών των κυμάτων έχει ορμή ίση με τη μέση τιμή των δύο επιμέρους τιμών της ορμής. Το πλάτος κυμαίνεται, δίνοντας στο συνολικό κύμα μια ακανόνιστη μορφή που δεν χαρακτηρίζει κανένα από τα δύο επιμέρους κύματα.

Ένα φωτόνιο που περιγράφεται από την κυματοσυνάρτηση της Εξ. (38.21) είναι πιο πιθανό να βρεθεί σε περιοχές όπου το πλάτος της κυματοσυνάρτησης είναι μεγαλύτερο. Δηλαδή το φωτόνιο είναι *εντοπισμένο*. Όμως, η ορμή του φωτονίου δεν έχει πλέον καθορισμένη τιμή γιατί ξεκινήσαμε με δύο διαφορετικές τιμές της συνιστώσας x της ορμής, p_{x1} και p_{x2} . Αυτό βρίσκεται σε συμφωνία με την αρχή της αβεβαιότητας.

Αβεβαιότητα στην Ενέργεια

Υπάρχει μια αρχή της αβεβαιότητας που αφορά την **ενέργεια** και τον **χρόνο**. Φανταστείτε ότι μετράτε τη συνδυαστική κυματοσυνάρτηση που περιγράφεται από την Εξ. (38.21) σε μια συγκεκριμένη θέση, ας πούμε στο $x = 0$, για μια χρονική περίοδο.

$$\begin{aligned} E_y(x, t) &= A_1 \sin(-E_1 t/\hbar) + A_2 \sin(-E_2 t/\hbar) \\ &= -A_1 \sin(E_1 t/\hbar) - A_2 \sin(E_2 t/\hbar) \end{aligned} \quad (38.23)$$

Αυτό που μετρήσαμε στο $x = 0$ είναι ένας συνδυασμός των δύο ταλαντούμενων ηλεκτρικών πεδίων με ελαφρώς διαφορετικές συχνότητες $\omega_1 = E_1/\hbar$ και $\omega_2 = E_2/\hbar$. Αυτό είναι ακριβώς το φαινόμενο των διακροτημάτων.

Το πλάτος του συνολικού πεδίου αυξάνεται και μειώνεται, επομένως το φωτόνιο που περιγράφεται από αυτό το πεδίο είναι εντοπισμένο τόσο στον χρόνο όσο και στη θέση. Το φωτόνιο είναι πιο πιθανό να βρεθεί τις χρονικές στιγμές κατά τις οποίες το πλάτος είναι μεγάλο. Το τίμημα που πληρώνουμε για τον εντοπισμό του φωτονίου στον χρόνο είναι ότι το κύμα δεν έχει καθορισμένη ενέργεια.

Ακριβώς όπως στην περίπτωση της αρχής της αβεβαιότητας θέσης-ορμής, μπορούμε να γράψουμε μια μαθηματική σχέση για την αρχή της αβεβαιότητας που συνδέει ενέργεια και χρόνο.

Αρχή της απροσδιοριστίας
του Heisenberg για την
ενέργεια και τον χρόνο:

Χρονική αβεβαιότητα
του φαινομένου

Σταθερά του Planck
διααιρεμένη με 2π

$$\Delta t \Delta E \geq \hbar/2$$

Αβεβαιότητα στην ενέργεια
του ίδιου φαινομένου

(38.24)

Δηλαδή, όσο καλύτερα γνωρίζουμε την ενέργεια του φωτονίου τόσο λιγότερο σίγουροι είμαστε για το πότε θα παρατηρήσουμε το φωτόνιο.

