

Άσκηση 1

Να βρεθεί η μικρότερη και η μεγαλύτερη τιμή της απόστασης από την αρχή των αξόνων των εικόνων του μιγαδικού z για τον οποίο ισχύει:

$$|z - 3 + 2i| = 1$$

Άσκηση 2

Να βρεθεί η μικρότερη και η μεγαλύτερη τιμή του μέτρου του μιγαδικού $w = z - 2 + 2i$ αν για τον μιγαδικό z ισχύει:

$$|z + 1 - i| \leq 2$$

Άσκηση 3

α) Να βρεθεί η μικρότερη τιμή του μέτρου των μιγαδικών $w = z - 1 + 3i$ αν για τους μιγαδικούς z ισχύει:

$$|z + 2| = |z - 2i|$$

β) Να βρεθεί ο μιγαδικός z για τον οποίο το $|w|$ γίνεται ελάχιστο.

Άσκηση 4

α) Να βρεθεί η μικρότερη τιμή του μέτρου των μιγαδικών $u = z - w$ αν για τους μιγαδικούς z και w ισχύει:

$$|z - 1 - 2i| = 1 \quad \text{και} \quad w = a + \left(\frac{a}{2} - 1\right)i, \quad a \in \mathbb{R}$$

β) Να βρεθεί ο μιγαδικός w για τον οποίο το $|u|$ γίνεται ελάχιστο.

Άσκηση 5

Να δειχθεί ότι για οποιονδήποτε μιγαδικό αριθμό z ισχύει:

α) $z^n + (z^*)^n = 2|z|^n \cos[n \cdot \arg(z)]$

β) $z^n - (z^*)^n = 2i|z|^n \sin[n \cdot \arg(z)]$